



REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO DE MOA
"DR. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ"
FACULTAD DE METALÚRGIA Y ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE METALÚRGIA-QUÍMICA

Identificación de los parámetros de fractura de los modelos de fragmentación para la molienda del mineral laterítico

Tesis en opción al título de Máster en Metalurgia

Rogelio Lázaro Ramentol Cruz

Moa 2016
"Año 58 de la Revolución"



REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO DE MOA
"DR. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ"
FACULTAD DE METALÚRGIA Y ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE METALÚRGIA-QUÍMICA

Identificación de los parámetros de fractura de los modelos de fragmentación para la molienda del mineral laterítico

Tesis en opción al título de Máster en Metalurgia

Autor: Ing. Rogelio Lázaro Ramentol Cruz

Firma

Tutores: Prof.Tít, Alfredo Coello Velázquez, Dr. C.

Prof.Tít, José Ramón Hechavarría Pérez, Dr. C.

Prof.Tít, Juan María Menéndez Aguado, Dr. C.

Moa 2016

"Año 58 de la Revolución"

PENSAMIENTO

“Todos poseemos más poderes de los que hemos soñado tener. Podemos hacer cosas que nunca imaginamos llegar a realizar. No existen limitaciones, excepto las que tenemos en nuestras mentes que nos impiden hacerla. No piense que usted no puede. Piense que sí puede”

Darwin Kingsley

Dedicatoria

....A mi fuente de inspiración en todo momento de mi vida, mi bella hija Isabelita, que sin ella nada de esto fuera posible.

....A mi querida madre, y mi querido padre por su amor, confianza y sacrificio durante esta etapa de mi vida.

....A mi hermano Yoan, por su apoyo y entera confianza en que yo si debía seguir superándome.

.....Al esposo de mi madre, Alfredo, que ha sabido ser mi segundo padre, y me ha apoyado en todo sin escatimar.

.....A toda mi familia que ha sido clave durante este período.

.....A mi esposa (Isaida), por su amor y apoyo en todo momento.

.....A mis amigos y amigas: Zavón, Ramón, Yosbel, Frank, Mayans.

A todos muchas gracias

Agradecimientos

A la revolución cubana por haberme dado la oportunidad de realizarme como un profesional.

A mi familia por haberme dado la fuerza y la confianza suficiente para formarme como profesional, principalmente a mis padres, mi hermano, tías, tíos y primos. .

A mis tutores Alfredo Coello y José Ramón.

A mis amistades Zavón, Rafael, Yosbel, Kleiner.

A todos mis profesores por haberme ayudado a seguir superándome.

A todas las personas de una forma u otra contribuyeron a la realización de este trabajo.

RESUMEN

La modelación y simulación ha sido una herramienta fundamental en el estudio de los procesos de conminución. Los modelos de las funciones de fragmentación juegan un rol esencial en el estudio de estos procesos. Con el objetivo de determinar las funciones que caractericen los eventos de fractura y los mecanismos de fragmentación en la molienda del mineral laterítico, con ayuda de programas en Matlab y Excel elaborados a tales efectos, fueron determinados los parámetros de fractura de los modelos de la función de clasificación de Whiten (1972), la función de selección de Austin (1976), y la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972) usando los datos experimentales de Laborde (2005). Los modelos de Austin (1976) y Austin y Luckie (1972) resultaron ser los que mejor caracterizan el proceso de fragmentación de la molienda del mineral laterítico. Así lo demostró la validación estadística apoyada por los criterios del error de estimación, el coeficiente de determinación y el estadígrafo Chi-cuadrado.

Palabras claves: conminución, funciones de fragmentación, parámetros de rotura.

ABSTRACT

The modeling and simulation has been a fundamental tool in the study of the processes of comminution. The Models fragmentation functions play an essential role in the study of these processes. In order to determine the functions that characterize the events of fracture and fragmentation mechanisms in grinding of lateritic ore, using programs in Matlab and Excel made for this purpose, they were determined the fracture parameters of the model classification function Whiten (1972), the selection function Austin (1976), and the distribution function of fragmentation and Luckie Austin (1972) using experimental data Laborde (2005). Austin models (1976) and Austin and Luckie (1972) proved that best characterize the fragmentation process of grinding the lateritic ore. This was demonstrated by statistical validation supported by the criteria of the estimation error, the coefficient of determination and Chi - square statistic.

Key Words: comminution, fragmentation functions, Breakage parameters.

Índice	Pág.
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO	15
1.1.- Generalidades sobre el proceso de conminución.	15
1.2.- Aspectos generales del proceso de molienda de minerales.	16
1.3.- Principales elementos de la modelación del proceso de molienda.	18
1.4.- Funciones de la fragmentación.	24
1.5.- Modelos para determinar las funciones de fragmentación.	26
1.6.- Antecedentes de la investigación.	34
Conclusiones del capítulo I	37
CAPITULO II. MATERIALES Y MÉTODOS	38
2.1.- Diseño de la investigación.	38
2.2.- Principales equipos e instrumentos utilizados durante los ensayos (Laborde, 2005).	39
2.3.- Materiales utilizados y sus características (Laborde, 2005).	39
2.4.- Procedimiento experimental para determinar la función selección S (j) (Laborde, 2005)	40
2.5.- Procedimiento experimental para determinar la función distribución de la fragmentación B _(i,j) (Laborde, 2005).	41
2.6.- Metodología para la estimación de los parámetros de las funciones de fragmentación.	43
2.6.1.- Identificación de los parámetros de la función clasificación de Whiten (1972) y la función distribución de Austin y Luckie (1972) con ayuda del Matlab.	43
2.6.2.- Identificación de los parámetros de la función selección de Austin (1976) y la función distribución de Austin y Luckie (1972) con ayuda del Excel.	46
2.7.- Validación estadística de los valores de las funciones de fragmentación.	50
Conclusiones del Capítulo II	51
CAPITULO III. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	52
3.1.- Resultados de las funciones de fragmentación S (j) y B (i,j) determinadas experimentalmente por Laborde (2005).	52

3.2.- Resultados de la identificación de los parámetros de la función de clasificación de Whiten (1972).	54
3.3.- Resultados de la identificación de los parámetros de la función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).	62
3.4.- Resultados de la estimación de los parámetros de la función S (j) de Austin (1976).....	73
3.5.- Resultados de la estimación de los parámetros de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).....	75
Conclusiones del capítulo III	78
CONCLUSIONES GENERALES.....	79
RECOMENDACIONES	80
BIBLIOGRAFÍA.....	
ANEXOS.....	

INTRODUCCIÓN

La molienda de minerales ocupa un lugar importante en el contexto de la tecnología carbonato amoniacal por cuanto garantiza la superficie de contacto requerida para la reducción del níquel y el cobalto para su conversión en complejos carbonato-amoniacaes en la lixiviación, condición necesaria para la obtención del producto final.

El alto costo energético de la molienda de los minerales lateríticos ha obligado a diferentes autores (Coello, 1993a, 1993b; Coello et al., 1994, 1996, 2001; Aldana et al., 1996; Laborde et al., 2000, 2001, 2004 y Menéndez et al., 2006) a profundizar en los complejos fenómenos físicos y físico-mecánicos que tienen lugar en ella.

Sobre la base del comportamiento de los índices del mineral molido al compensar con mineral, la disminución de la carga de bolas durante la molienda, se sostuvo la hipótesis sobre la existencia de una interacción positiva entre las mencionadas fracciones mineralógicas serpentínicas y limoníticas (Falcón, 1987; Coello-Velázquez y Falcón, 1991), asociándolo a la archiconocida automolienda sobre la base de los resultados expuestos por Remenii (1974) según Coello et al. (2009).

Coello-Velázquez (1993a) alerta sobre la necesidad de estudiar los minerales lateríticos como menas multicomponentes de diferente dureza y densidad. Un análisis crítico ulterior sobre la obra de Remenii realizado por Coello-Velázquez (1993b, 1996) plantea la inconveniencia de tal asociación dada las diferencias significativas en el modo de molienda.

Según Coello (1993b, 1996, 2009) las regularidades observadas en el molino Hardgrove utilizado por Remenii (1974), no necesariamente tienen que reproducirse en los molinos de bolas.

Coello-Velázquez (1993a) sobre la base del planteamiento de un nuevo problema y un marco metodológico diferente a (Falcón, 1987; Coello-Velázquez, 1993) sostiene la hipótesis de la individualidad e independencia de la molienda de las fracciones serpentínica y limonítica.

Coello *et al.* (1994) evaluó la influencia de la carga de bolas en el consumo energético del molino y la posible utilización de su sistema de control mediante el empleo del método sónico.

La evaluación industrial de la influencia del régimen operacional sobre los indicadores energo-tecnológicos de la molienda del mineral laterítico realizado por Coello (1993b) utilizando un experimento factorial completo marcó un nuevo momento en las investigaciones realizadas hasta ese momento, confirmando gran parte de los resultados experimentales expuestos por (Coello-Velázquez-Falcón, 1991, 1994; Coello-Velázquez, 1993a) a nivel de laboratorio y semi-industrial.

La modelación y simulación ha resultado ser una herramienta de vital importancia para el estudio del proceso de conminución (Coello *et al.*, 2011). En dichos modelos desarrollan un papel esencial dos funciones básicas de la conminución que fueron enunciadas inicialmente por Epstein (1948): la función razón específica de la fragmentación $S(j)$ y la función de distribución de la fragmentación $B(i, j)$.

La función de clasificación es otra de las funciones utilizadas en la modelación y simulación de los procesos de conminución (Lynch, 1977). Hechavarría (2011) y Leyva *et al.* (2015) han empleado la función de Whiten para la modelación de la trituración de las rocas zeolíticas y el carbón antracita residual de los depósitos de Nicaro respectivamente.

Estas funciones caracterizan los eventos de fractura y los mecanismos de fragmentación que tienen lugar en la molienda de minerales (Kelly y Spottiswood, 1990). Han sido ampliamente investigadas y aplicadas en la modelación y simulación de los circuitos de trituración y molienda de una gran cantidad de minerales tales como el cuarzo, cromita, dolomita, magnetita, granito y menas auríferas (Austin y Concha, 1994).

Laborde (2005) determinó experimentalmente las funciones de selección y de distribución de la fragmentación para diferentes mezclas de las fracciones serpentínicas y limoníticas del mineral laterítico.

Coello *et al.* (2008), basándose en un amplio aparato experimental de la distribución de tamaño de los productos de la molienda individual y conjunta, su

cinética y el índice de Bond de las mezclas de serpentina y limonita, utiliza las funciones de selección y de distribución de la fragmentación, para fundamentar la tesis planteadas en Coello (1993b) sobre la individualidad e independencia de las fracciones de serpentinita y limonitas en la molienda de sus mezclas.

Muchas han sido las propuestas para la modelación de las funciones usadas en este proceso. Coello *et al.* (2011) usando los datos experimentales de Datta (1999) evaluó las funciones propuestas por Austin (1976), Austin y Luckie (1972), Nikolov (2002) y Vogel y Peukert (2005).

La evaluación de las funciones de Nikolov (2002) y Vogel y Peukert (2005) no arrojó los resultados esperados (Coello *et al.* 2011). Las funciones de Whiten (1972) y Austin y Luckie (1972) han sido empleadas con éxitos por Hechavarría (2011), Leyva *et al.* (2015) para la rocas zeolíticas de San Andrés y las antracitas residuales del depósito del puerto de Nicaro, así como Coello *et al.* (2011).

La función de Austin (1976) ha sido ampliamente investigada y aplicada en la modelación y simulación de los circuitos de trituración y molienda de una gran cantidad de menas de cuarzo, cromita, dolomita, magnetita, granito y de oro (Austin y Concha, 1994).

Estas funciones permiten sistematizar el comportamiento de las menas y materiales mediante la determinación de los denominados parámetros de fractura y fragmentación presentes en ellas, cuestión inevitable para su empleo en la simulación de procesos y operaciones de conminución.

A juzgar por la basta bibliografía consultada, en la investigación de la molienda del mineral laterítico, no se ha evaluado sistematización alguna de las funciones de fragmentación mediante la identificación de sus parámetros de fractura, que faciliten su modelación y simulación. Esto último constituye el *problema de la presente investigación*.

Objeto de Estudio: Modelos de fragmentación del proceso de molienda del mineral laterítico.

Campo de acción: Aspectos teóricos y procedimientos para la determinación y evaluación de parámetros de fractura de los modelos de Whiten (1972), Austin y Luckie (1972) y Austin (1976).

Objetivo general: Determinar el mejor ajuste de los modelos de fragmentación evaluados que caractericen la fractura y fragmentación de las partículas en la molienda del mineral laterítico.

Objetivos específicos:

- ✓ Identificar los parámetros de fractura de los modelos de la función de clasificación de Whiten (1972), la función de selección de Austin (1976) y la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972) para la molienda del mineral laterítico usando los datos experimentales de Laborde (2005).
- ✓ Evaluar el ajuste de los modelos de Whiten, Austin y Austin y Luckie mediante el uso de los estadígrafos de Chi-cuadrado, el error estimación y el coeficiente de determinación.

Hipótesis de investigación: La determinación de los parámetros de fractura del mineral laterítico y la identificación de los modelos que mejor caractericen los eventos de la fractura y fragmentación que tienen lugar en la molienda del mineral laterítico incorpora una nueva herramienta en la modelación y simulación mediante el empleo de los métodos de balance de población de partículas.

Tareas de la investigación:

- ✓ Sistematización de los conocimientos y teorías relacionadas con el objeto de estudio para la fundamentación y elaboración del estado de su arte.
- ✓ Caracterización los principales métodos y materiales que sirvieron para la obtención de las datos experimentales por Laborde (2005) y las técnicas y procedimientos empleados propiamente en el trabajo.
- ✓ Determinación de los parámetros de fractura de los modelos de Whiten (1972), Austin (1976) y Austin y Luckie (1972).
- ✓ Determinar los modelos de las funciones de fragmentación que mejor se ajusten a la molienda del mineral laterítico.

Aporte que se considera en el trabajo:

Por primera vez se identifican los parámetros que caracterizan la fractura y fragmentación que tienen lugar en la molienda de las diferentes mezclas de serpentina y limonita del mineral laterítico.

Se exponen los modelos de fragmentación que mejor caracterizan el comportamiento probabilidad de fractura y los mecanismos de fragmentación que tienen lugar en la molienda del mineral laterítico.

Métodos de investigación:

Con el objetivo de darle solución a la problemática planteada en la investigación se utilizaron métodos teóricos y empíricos.

Mediante el empleo de los métodos histórico – lógico e hipotético-deductivo, así como los procedimientos de análisis y síntesis, se realiza el estudio del estado del arte sobre los modelos de fragmentación más empleados y se exponen las concepciones teóricas del tema en cuestión (Capítulo 1) que permiten fundamentar el marco metodológico de la investigación para la solución del problema científico formulado (Capítulo 2).

El empleo de los métodos empíricos, particularmente, los procedimientos específicos para la determinación de los parámetros de fractura, así como el empleo de la programación computacional en la determinación de los parámetros de fractura. Las técnicas estadísticas permitieron la evaluación del ajuste de los modelos de fractura investigados. Los métodos de análisis y síntesis e hipotético-deductivo permitieron el análisis y discusión de los resultados (Capítulo 3).y la formulación de las conclusiones del trabajo.

1. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo, con el propósito de adquirir los elementos claves y las tendencias actuales para el desarrollo del trabajo se realiza un análisis de los diferentes aspectos relacionados con los temas de la bibliografía consultada. Se expone la conceptualización y consideraciones teóricas sobre la conminución, el proceso de molienda, modelos de balance de masa de población de partículas, las funciones de fragmentación y el estado del arte de estos temas.

Los objetivos del capítulo son:

- ✓ Exponer los fundamentos teóricos sobre el proceso de conminución y los modelos de balance de masa de población de partículas.
- ✓ Realizar un análisis de los trabajos precedentes a la temática de investigación.

1.1.- Generalidades sobre el proceso de conminución.

La conminución no es más que el proceso a través del cual se produce una reducción de tamaño de las partículas de mineral, mediante trituración y/o molienda, con el fin de:

- Liberar el componente útil del estéril.
- Facilitar el manejo de los sólidos.
- Obtener un material de tamaño apropiado y controlado.

El resultado de la conminución es medido a través del grado de reducción:

$$Gr = \frac{TMA}{TMP}, u \quad [1.1]$$

Donde:

TMA: es el tamaño máximo del alimentado, u

TMP: tamaño máximo del producto, u

Los minerales son materiales cristalinos que se unen por enlaces químicos o fuerzas físicas y que poseen gran cantidad de defectos en su estructura. Ante la aplicación de fuerzas de compresión o de tracción, estos generalmente se fracturan debido a:

- ✓ Los defectos que éste posee.
- ✓ Durante el proceso de formación, minado y manejo previo en el mineral se pueden formar grietas.
- ✓ El mineral está constituido por especies diseminadas de diferente comportamiento mecánico.

Todas estas heterogeneidades en el mineral, actúan como concentradores de esfuerzo, que conllevan a que éste se comporte como un material completamente frágil, cuya resistencia mecánica es función de las características de las heterogeneidades (Napier-Munn *et al.* 2005).

La energía requerida para fracturar una partícula disminuye ante la presencia de agua u otro líquido, ya que este puede ser absorbido por las partículas hasta llenar las grietas u otros macrodefectos. La fuerza aplicada sobre el líquido aumenta considerablemente su presión y esta se concentra en los defectos y puntas de grieta (Napier-Munn *et al.* 2005).

Dependiendo de la forma de aplicación de la carga y de la mecánica de la fractura de las partículas, se obtendrá un mecanismo de falla característico:

- ✓ Rotura por abrasión (esfuerzos localizados).
- ✓ Fractura por clivaje (compresión).
- ✓ Estallido (impacto).

1.2.- Aspectos generales del proceso de molienda de minerales.

La molienda es una operación unitaria que reduce el volumen de las partículas de una muestra sólida. La reducción de la partícula se lleva a cabo dividiendo o fraccionando la muestra por medios mecánicos hasta el tamaño deseado. En el proceso de molienda la partícula llega a romperse ya que la acción del cuerpo

moledor supera la fuerza de cohesión interna de la partícula. Para reducir el tamaño de las partículas con un elevado control se utilizan los molinos de bolas, manejándose tamaños intermedios y finos. El molino de bolas lleva a cabo la mayor parte de la reducción de las partículas con la combinación de dos mecanismos fundamentales: la abrasión y el golpe o impacto (Álvarez et al. 2009), aunque durante el proceso de desmenuzamiento también está presente en una menor medida la fractura por compresión (clivaje).

Los mecanismos de conminución, ya sea la compresión, la abrasión o el impacto del tamaño de las partículas minerales son prácticamente los mismos independientemente del tipo de cuerpos moledores empleados, aunque el predominio de uno u otro, es el resultado del tipo de medio, el tipo de revestimiento empleado y la velocidad de rotación del molino (Wills y Nappier-Munn, 2006).

Un elemento que resulta ser de vital importancia en la operación del molino es la velocidad de giro del tambor. A partir de esta concepción se puede decir que la fuerza principal de molino se trasmite a los cuerpos moledores a través de revestimiento. Cuando se opera con una velocidad relativamente pequeña, o un revestimiento liso, hace que la carga de bolas se deslice lentamente a una baja altura, para luego resbalar en descendencia sobre las paredes del tambor, al mismo tiempo, las capas de bolas resbalan unas sobre otras, favoreciendo que prevalezca el mecanismo de abrasión o fricción, este régimen de trabajo se le conoce como régimen de cascada, que produce un material más fino, y en consecuencia, aparece una mayor cantidad de lamas en el producto molido y un mayor desgaste en el revestimiento del molino (Wills y Nappier- Munn, 2006).

Pourghahramani (2012) expresa que en los molinos donde prevalece el mecanismo de impacto en la fragmentación, se ocasiona una fractura masiva en las partículas, que conllevan a la aparición de partículas irregulares y alargadas que luego son redondeadas por el mecanismo de fricción. Austin *et al.* (1987) plantea que para este tipo de molinos, el rendimiento está severamente influenciado por la condiciones de operación (revestimiento del molino, la rejilla) y

las características propias del mineral (Pourghahramani, 2012). Los cambios en la composición mineralogía y en las propiedades físicas de la alimentación pueden influir en la variación de las condiciones óptimas de operación (Alatola *et al.* 2011), como también en los cambios de los productos que recirculan al molino.

El rompimiento que está presente en la automolienda, ocurre por dos mecanismos principales: el impacto y la abrasión. Austin *et al.* (1987) expone los resultados sobre los procesos físicos que ocurren en la automolienda, se plantea tratar el proceso de fractura como una suma de tres regiones principales: fractura normal causada por el corte entre los guijarros minerales; fractura anormal, provocada por la colisión del cuerpo moedor (rocas grandes) y una partícula, cuyo tamaño es menor que el medio moedor; y la auto-fractura, resultado de la abrasión de las rocas con las paredes del molino o con las superficies de otras rocas. Es demostrado que los procesos físicos y físicos mecánicos que ocurren en los molinos de automolienda son mucho más complejos que aquellos que ocurren en los molinos de bolas y de barras.

1.3.- Principales elementos de la modelación del proceso de molienda.

La esencia del proceso de trituración y molienda de materiales se explica mediante los fundamentos físico–mecánicos de la fragmentación de partículas. Estos fundamentos han sido desarrollados por varios autores (Hertz, 1881; Inglis, 1913; Griffith, 1920; Irwin, 1947; Rumpf, 1961 y Shonert, 1979).

La descripción cuantitativa de los mecanismos de molienda, a partir de los fundamentos físico–mecánicos de la fragmentación, resulta altamente compleja. Esto justifica que las operaciones de reducción de tamaño sean simuladas con ayuda de modelos considerablemente simplificados, (Hechavarría, 2011).

Los principales modelos, utilizados en la simulación de procesos de reducción de tamaño, pueden ser agrupados en tres grupos principales: modelos energéticos, modelos de balance de la población de partículas (*PBM*) y modelos basados en el análisis por elementos finitos (Nappier-Munn *et al.* 2005).

En una determinada operación de reducción de tamaño, el mineral de alimentación y el producto obtenido se distribuyen en una amplia gama de tamaños (Hechavarría, 2011). Para la caracterización de esas distribuciones de tamaños, en la mayoría de los modelos energéticos, se asume un valor constante. Este aspecto constituye una limitación importante de ese tipo de modelo (Coello y Tijonov, 2001).

Con el desarrollo de la informática, se han diseñado programas que permiten la simulación de los procesos de trituración y de molienda partiendo del seguimiento del flujo de partículas en la trituradora o en el molino. Los principales aspectos, de los métodos de análisis por elementos finitos, se encuentran en los reportes de: Mishra (1991), Mishra y Cheung (1999), Rajamani *et al.* (2000), Bwalaya *et al.* (2001) y otros.

Estos métodos han sido utilizados en: molinos de bolas (Mishra y Rajamani, 1992 y 1994; Inoue y Okaya, 1995; Datta *et al.* 1999; Cleary, 2001 y Whittles, 2006), trituradoras de conos (Evertsson, 2002) y en trituradoras de impacto (Djordjevic *et al.* 2003).

Con los métodos de análisis por elementos finitos se logra la simulación de las fuerzas y tensiones que actúan en el flujo de partículas, no obstante su aplicación en la molienda de los minerales lateríticos es escasa.

Los modelos de balance de masa de la población de partículas han encontrado gran aceptación en la molienda, primeramente porque la solución analítica general a la ecuación integrodiferencial de la cinética de la molienda (1.2) es complicada y no ha encontrado una aplicación práctica (Bass, 1954).

Diferentes autores han intentado buscar soluciones analíticas para este modelo más simples utilizando funciones especializadas para las funciones de la fragmentación (Gaudin y Meloy, 1962; Harris, 1968; Austin *et al.* 1972), sin embargo, se mantienen las dificultades para la aplicación práctica.

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = -S(x)M(x,t) + \int_x^{\infty} S(y)b(x,y)M(y,t)dy \dots\dots\dots 1.2$$

Donde: $M(x, t)$ expresa la fracción de masa de tamaño x en el tiempo t . $M(y, t)$ es la fracción de masa de tamaño y en el tiempo t . $S(x)$: razón de fragmentación de las partículas de tamaño x . $S(y)$: razón de fragmentación de las partículas de tamaño y , $b(x, y)$: fracción de las partículas de tamaño x obtenidas a partir de los fragmentos de tamaño y .

En este modelo se asume que:

1. La fragmentación de una partícula es independiente de su historia pasada, es decir, es un proceso sin memoria.
2. La fragmentación de las partículas es independiente del medio en general circundante, es decir, se desprecia la interacción partícula – partícula.
3. La función razón de la fragmentación $S(x)$ solamente depende del tamaño x de la partícula, y la función de distribución de la fragmentación $B(x,y)$ depende solamente de los tamaños y, x .
4. Está ausente el aumento de tamaño de las partículas por agregación.
5. El proceso de fragmentación es independiente de la posición de las partículas en el medio de conminución, o las partículas están completamente mezcladas.

Las dificultades que se presentan para el empleo práctico de la ecuación integrodiferencial (1.2) han obligado a los investigadores a inclinarse hacia el uso de los modelos de cinética de molienda de tamaño discreto, Bass, 1954; Reid, 1965; Mika, 1967; Austin 1971 y 1972; Whiten, 1972; entre otros.

Estos modelos son mucho más cómodos para la determinación de parámetros y el manejo computacional. Los datos experimentales, son determinados en forma de grupo de densidad, distribuidos en intervalos de tamaños discretos, lo que hace más lógico el empleo de modelos de tamaño discreto, los cuales pueden interactuar directamente con la base de datos.

La expresión antecesora para todos los modelos comunes, del balance de masa de las partículas, con tamaño discreto y continuo en el tiempo, de la cinética de la molienda es la ecuación diferencial:

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = -S_i(t)M_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} S_j(t)b_{i,j}(t)M_j(t) \dots\dots\dots 1.3$$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

Donde: S_i : es el parámetro de la razón de la fragmentación, $b_{i,j}$ es el parámetro de la función de distribución de la fragmentación.

S_i es el análogo en tamaño discreto de la función razón de la fragmentación y $b_{i,j}$ es el análogo en tamaño discreto de la función de distribución de la fragmentación. $M_i(t)$ es la masa o fracción de masa de las partículas, en el intervalo de tamaño i , para el tiempo de molienda t .

De acuerdo a la convención establecida, el intervalo de tamaño discreto está confinado por la apertura de la malla de dos tamices adyacentes en una serie estándar, en la cual la razón del tamiz es $2^{1/2}$ ó $2^{1/4}$.

Los modelos de balance de la población de partículas (*PBM*) en forma discreta que con mayor frecuencia se encuentran en la literatura corresponden a Reid (1965) y Whiten (1972). El modelo de fragmentación simple (Reid, 1965) se puede representar según el esquema de la figura 1.1 y la ecuación matricial (1.4).

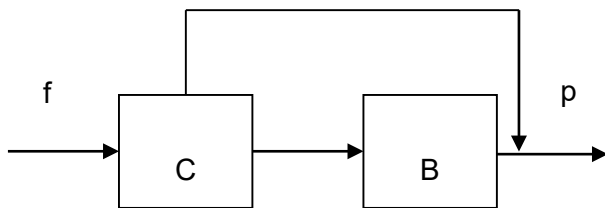


Figura 1.1. Representación del modelo de Reid (1965).

$$p = (I - C)f + b C f \tag{1.4}$$

Donde: p es el vector columna que representa la distribución del tamaño de las partículas del producto obtenido en el proceso. I : matriz idéntica. C : matriz diagonal que cuantifica la función selección o razón de fragmentación, b es la

matriz triangular inferior de la función de distribución de la fragmentación y f es el vector columna que describe la distribución de tamaño del material de alimentación.

En la figura 1.1 se describe un evento de fragmentación que no se repite para una misma partícula, por esta razón las matrices se encuentran enlazadas en serie.

El modelo de Whiten (1972), presentado en la figura 1.2 y la ecuación (1.5), describe un proceso donde las partículas pueden someterse a más de un ciclo de fragmentación. Los parámetros de este modelo tienen el mismo sentido físico que en el modelo (1.4).

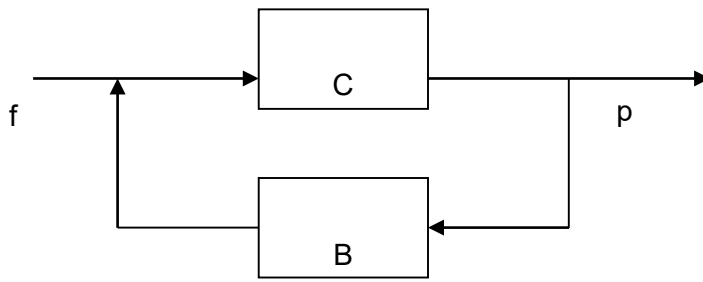


Figura 1.2. Esquema del modelo de Whiten (1972).

$$p = (I - C) (I - b C)^{-1} f \quad [1.5]$$

Shi et al (2003) simulan la trituración por impacto de diferentes tipos de carbón con el empleo del modelo de balance representado en la figura 1.3. El modelo de Shi et al (2003) se puede representar según las ecuaciones (1.6) y (1.7).

$$p = -C \cdot T - C_1 \cdot (1 - C) \cdot T \quad [1.6]$$

$$T = f + B \cdot C \cdot T - C_1 \cdot (1 - C) \cdot T \quad [1.7]$$

Aquí B , f , p y C tienen el mismo significado que en las ecuaciones (1.4) y (1.5). C_1 describe la clasificación de las partículas en la rejilla de salida de la trituradora y T está compuesto por el mineral de alimentación a la trituradora y las partículas que recirculan a ella en nuevos ciclos de fragmentación.

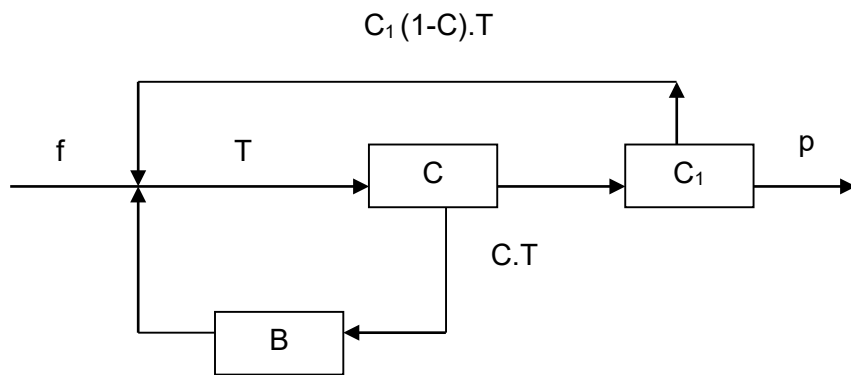


Figura. 1.3. Representación del modelo utilizado por Shi et al (2003).

El procedimiento empleado por Shi *et al.* (2003) comprende la determinación de la función de distribución de la fragmentación (b) mediante ensayos de partículas independientes. La determinación de las funciones C y C_1 se realiza a partir de los datos obtenidos de los experimentos a escala industrial.

Shi *et al.* (2003) obtiene valores negativos o infinitos para los parámetros k_1 y k_2 , que están comprendidos en el modelo de la función clasificación (Whiten, 1972). Esos valores no se corresponden con las magnitudes físicas que representan dichos parámetros. En este modelo no se describe la influencia demostrada de la energía cinética de impacto. En comparación con los modelos de Reid (1965) y de Whiten (1972), el modelo de Shi *et al.* (2003) resulta mucho más complejo.

Hechavarría (2008) modeló la triturasión por impacto del mineral de zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, utilizando los modelos de Nikolov, basados en los métodos de balance de la población de partículas. Para ello determinó el comportamiento de la función de clasificación y la de distribución de la fragmentación de este mineral utilizando una instalación de prueba a escala de laboratorio. Los resultados experimentales permitieron la selección de los modelos que mejor describieron el comportamiento de la triturasión del mineral y la determinación de sus parámetros, lo que resulta de gran importancia para la simulación y mejora de tales procesos a escala industrial.

Hechavarría en (2011) modifica las funciones de fractura y se formulan nuevas relaciones de escalado de dichas funciones. Estas modificaciones se incorporan al

modelo de Reid (1965) para describir el proceso de trituración por impacto en instalaciones sin regulación del tamaño de salida de las trituradoras y a una nueva formulación que integra el modelo de Reid (1965) y el modelo de Whiten (1972) para instalaciones con regulación del tamaño de salida. Al apoyarse en las simulaciones, con los modelos establecidos, propone mejoras al proceso tecnológico de la planta de San Andrés, Holguín.

1.4.- Funciones de la fragmentación.

En el proceso de molienda de los minerales, el material grueso con una amplia distribución de tamaños de las partículas, es alimentado al molino y aparece como producto en la zona de molienda, un material más fino cubriendo nuevamente una amplia gama de tamaños de las partículas (Austin y Luckie, 1972). Por ello, durante el estudio del proceso, donde la alimentación se transforma en producto, no sólo es necesario conocer la razón a la cual las partículas se fragmentan, sino también describir el aporte que ofrece cada clase después de ser fracturada a su inmediata inferior.

Estos dos requerimientos se reflejan en dos funciones de la fragmentación, llamadas la razón específica de la fragmentación y la función distribución de la fragmentación (Prasher, 1987). Estas funciones son esenciales para la modelación y simulación matemática de los circuitos de conminución.

La función de clasificación $C(j)$, de igual importancia en circuitos de reducción dimensional, está presente en circuitos continuos, cuando el producto de cada accidente es objeto de alguna separación dimensional antes de que alguna fracción del mismo pase a la siguiente etapa de fragmentación. Se le puede denominar también como el movimiento diferencial de las partículas a través o fuera de un molino continuo.

La razón específica de la fragmentación $S(j)$, es definida como la fracción de partículas del punto de tamaño j , fragmentadas en la unidad de tiempo. Esta función es utilizada de la forma siguiente: si S_j es la función razón específica de la fragmentación de un material de tamaño j y $M_j(t)$ es la fracción de masa para el

tiempo t en el tamaño j de la masa total de partículas W , en una prueba batch, entonces la razón de fragmentación del material de tamaño j es $S_j M_j(t) W$.

La función de distribución de la fragmentación $b(i, j)$ es la fracción de masa de la prógeni de partículas en el tamaño de la clase $i + di$ formadas directamente, sin sufrir ninguna refragmentación, cuando la unidad de masa de las partículas del punto (j) son fragmentadas ($j \geq i$). En su forma acumulativa, la función de distribución de la fragmentación $B(i, j)$ es la fracción de masa de las partículas de la prógeni igual o más fina que el tamaño i cuando la unidad de masa de las partículas de tamaño j es fragmentada (Laborde, 2005).

Diversos autores (Kelsall *et al.* 1969; Kapur y Agrawal, 1970; Austin y Luckie, 1972; Herbst y Fuerstenau, 1980), investigaron la sensibilidad de la función razón específica de la fragmentación, $S(j)$, frente a variables tales como: el tamaño de las partículas, la velocidad del molino, las dimensiones del molino, el medio de molienda y la carga de mineral.

A su vez ha sido investigada la influencia de esas variables sobre la función de distribución de la fragmentación $B(i, j)$, demostrándose que dicha función es independiente del diámetro del molino, de la densidad de las bolas, de la carga de bolas, de la carga de mineral y del mineral retenido en el interior del molino (Prasher, 1987).

Para la determinación de las funciones de fragmentación han sido propuestos diferentes métodos:

1. Medición directa con una prueba completa batch para cada tamaño de fracción.
2. Estimación indirecta mediante el recálculo a partir de pruebas batch muy abreviadas.
3. Combinadas las mediciones directas limitadas y el recálculo limitado.

El método desarrollado por Kapur (1952), con los parámetros concentrados G y H , pertenece al primer grupo y aunque es un método que requiere de un tiempo grande es sencillo, preciso y no requiere de muchos recursos para su aplicación, en comparación con otros métodos.

En los modelos de Nikolov (2002 y 2004) las funciones de la fragmentación se determinan en forma conjunta por medio de técnicas computacionales. Según Lynch (1980), con la determinación de forma conjunta de esas funciones, más de una de sus combinaciones satisfacen los resultados experimentales.

1.5.- Modelos para determinar las funciones de fragmentación.

Un proceso de conminución normalmente consta de varios fenómenos de fragmentación que pueden operar simultáneamente o consecutivamente o de ambas formas, y la selección y la fragmentación se suceden dentro de cada uno de estos fenómenos. Sin embargo la clasificación sucede cuando existe una operación de separación dimensional (Lynch, 1980).

Whiten (1972) definió para la función de clasificación que los elementos de la matriz diagonal son obtenidos a partir de una función de tamaño de partícula C_{x_1} , la cual proporciona la probabilidad de una partícula de tamaño x_1 entrar en la fragmentación. En este sentido, en la mezcla mineral existen partículas menores de un cierto tamaño k_1 , que no son fragmentadas por ningún mecanismo. Como también, resultado de la clasificación, existe un tamaño de partículas k_2 que siempre son fragmentadas.

Lo dicho anteriormente Whiten (1972) lo expresó con el siguiente sistema de ecuaciones.

$$C_j = 1 - \left(\frac{x_j - k_1}{k_2 - k_1} \right)^{k_3} \quad \text{para} \quad k_1 \leq x_j \leq k_2 \quad [1.8]$$

$$C_j = 1 \quad \text{si} \quad x_j > k_2 \quad [1.9]$$

$$C_j = 0 \quad \text{cuando} \quad x_j < k_1 \quad [1.10]$$

Donde:

x_j : tamaño de partículas.

C_j : es la probabilidad o razón de fragmentación de las partículas de tamaño j .

k_1 : tamaño máximo de las partículas con probabilidad de fragmentación igual a cero (mm).

k_2 : tamaño mínimo de partículas con probabilidad de fragmentación igual a uno (mm).

k_3 : describe la forma de la función de clasificación y depende básicamente de las características particulares de cada mineral o material.

Los parámetros k_1 y k_2 pueden ser calculados mediante las ecuaciones (1.11) y (1.12).

$$K_1 = 0,67 \cdot g \pm 0,77 \quad [1.11]$$

$$K_2 = 1,21 \cdot g + 2,31q + T(t) \pm 0,071 \quad [1.12]$$

g: abertura de descarga del triturador (CSS), plg.

q: fracción mayor a una pulgada (2,54 mm) en la alimentación de la trituradora.

t: tonelaje de alimentación de la trituradora, t/h.

T (t): función natural Spline de tercer grado (Whiten 1972; Lynch 1980).

Attou *et al.* (1999) modelaron la trituración por impacto mediante dos subprocesos, el impacto de los martillos en el material y el choque de las partículas en los revestimientos del equipo. Para la determinación de la función clasificación tomaron como base el modelo de Weichert (1988) y propusieron el empleo de la ecuación (1.13).

$$C_j = 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_1}{Q^{\varepsilon_2}} \cdot x_j^{a_1} \cdot E^{a_2}\right) \quad [1.13]$$

Donde:

Q: flujo de alimentación de mineral (t/h). E: energía cinética de impacto por unidad de masa de mineral (J/kg), x_j es el tamaño de las partículas del mineral de alimentación (mm), a_1 y a_2 : son constantes adimensionales para un mismo tipo de mineral y ε_1 y ε_2 son constantes no dimensionales que dependen de la

geometría y el tamaño de la trituradora.

Según Nikolov (2002), la ecuación (1.13) predice la fragmentación de partículas del orden de las décimas de micrones en condiciones donde los experimentos demuestran que no existe fragmentación alguna.

Vogel y Peukert (2003) obtuvieron un modelo para la determinación de la clasificación de fragmentación por impacto. Ese modelo se basa en: la teoría de los choques elásticos de Hertz (1881), el principio de similitud de Rumpf (1973) y el modelo de fractura de Weichert (1992). Durante sus ensayos, Vogel y Peukert (2003) determinaron el comportamiento de la clasificación de fragmentación de partículas de materiales diferentes, para esto utilizaron un dispositivo similar al desarrollado por Schonert *et al.* (1986). El modelo de Vogel y Peukert (2003 y 2005) para la determinación de la función clasificación por impacto de las partículas de un material dado, se representa según la ecuación (1.14).

$$C_j = 1 - \exp \left[-f_{mat} \cdot x_j \cdot (E - E_{min}) \right] \quad [1.14]$$

Donde:

x_j : tamaño medio de las partículas sometidas a impacto (m).

E y E_{min} : energía cinética de impacto y energía límite de impacto a la cual las partículas de tamaño x_j no pueden ser fragmentadas, respectivamente (J/kg).

f_{mat} es un parámetro característico del material (kg/Jm).

En los reportes de Vogel y Peukert (2005) se modela el comportamiento de la trituración por impacto de rocas calizas. El proceso se considera como una serie de eventos repetitivos, cada uno de ellos se describe mediante el modelo de Reid (1965).

En ese artículo se demuestra que la razón de fragmentación de un material, observada durante ensayos de partículas independientes, resulta equivalente a la obtenida por la trituración de monoclasas de tamaño. La función de distribución

de la fragmentación, utilizada en ese trabajo, se determina por métodos de ajuste de las observaciones a escala industrial.

En la ecuación (1.14) (Vogel y Peukert, 2005) no se considera el efecto del flujo de alimentación en la función selección, de otra forma en los trabajos de Nikolov (2002 y 2004) se demuestra su significativa influencia.

Por otra parte, en el modelo de Vogel y Peukert (2005) se asume que todas las clases de tamaño experimentan la misma cantidad de ciclos de fragmentación; esta simplificación supone que las partículas de diferentes tamaños tienen la misma probabilidad de salir de la trituradora, cuestión que contradice los mecanismos del cribado y los resultados de Shi *et al.* (2003).

Nikolov (2002 y 2004) utilizó el modelo de balance de la población de partículas presentado en la ecuación (1.5) para la simulación en sus investigaciones. Nikolov (2002) emplea la ecuación (1.15) para la simulación de la función de clasificación.

$$C_j = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_j - x_{min}}{x_{min}} \right)^{n_1} \right] \quad [1.15]$$

Donde:

x_{min} : tamaño máximo de las partículas que no se fragmentan en las condiciones del proceso. n_1 : coeficiente adimensional que no varía para el mismo tipo de material.

Para la determinación de x_{min} Nikolov (2002) utiliza la ecuación (1.16), sin embargo en Nikolov (2004) se asume una fórmula simplificada para la determinación de x_{min} (ecuación 1.17). No obstante, se puede apreciar que en ambas ecuaciones se presentan las mismas relaciones de la energía cinética y del flujo de alimentación.

$$x_{min} = x_{max} \cdot \exp \left\{ - \left[S_0 + S_a \cdot \ln \left(\frac{Q_0}{Q} \right) \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{n_2} \right] \right\} \quad [1.16]$$

Donde:

x_{max} : tamaño máximo del material de alimentación a la trituradora (mm). S_0 : constante adimensional. S_a : factor adimensional de interacción entre las partículas. Q : flujo de alimentación (t/h), n_2 : parámetro no dimensional característico del material. E : energía cinética de impacto (J/kg). E_0 y Q_0 : energía y flujo de alimentación tomados como referencia.

$$x_{min} = \beta \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^{S_1} \cdot \left(\frac{E_0}{E} \right)^{S_2} \quad [1.17]$$

Donde:

β (mm): tamaño de partícula que depende del diseño de la trituradora.

S_1 : parámetro no dimensional característico del material.

S_2 : parámetro que tiene en cuenta la intensidad de los choques entre partículas.

Nikolov (2002 y 2004) propone desprestigiar en el cálculo de la energía cinética de las partículas sometidas a impacto, su velocidad inicial con respecto a la velocidad de los martillos. De esta forma, la energía cinética por unidad de masa (J/kg) se calcula de acuerdo con las ecuaciones (1.18) y (1.19).

Para una trituradora de árbol horizontal:

$$E = 0,5 \cdot (R + 0,5 \cdot H_b)^2 \cdot \omega^2 \quad [1.18]$$

Donde: R es el radio del rotor (m), H_b es la altura de la superficie de impacto de los martillos (m) y ω es la velocidad angular (1/s).

$$E = kg \cdot m^2 / s^2 \cdot kg = J / kg$$

Para una trituradora de árbol vertical:

$$E = R_v^2 \cdot \omega^2 \quad [1.19]$$

R_v se utiliza para identificar el radio del rotor de una trituradora vertical (m).

Con el fin de aumentar el conocimiento de la trituración por impacto y de los modelos de balance de población de partículas (PBM) que mejor describen este fenómeno Coello *et al.* (2011) realizan un estudio de los datos obtenidos por Austin (2002, 2004a y 2004b) en la determinación de las funciones de fractura, y se comparan con los resultados de Nikolov (2002 y 2004) y Vogel y Peukert (2003 y 2005).

Austin (1976) determinó una expresión para el cálculo de la función selección que ha sido muy utilizada para la molienda a partir de realizar un ajuste de mínimos cuadrados con los S_j :

$$S_j = a^* \left(\frac{X_i}{X_0} \right)^\alpha \quad [1.20]$$

Donde, a^* y α son constantes para un material dado molido en un molino específico y X_0 es un tamaño de referencia (1 mm).

Para la determinación de la función de distribución de la fragmentación, Nikolov (2002) utiliza el modelo propuesto por Broadbent y de Calcott (1956). Este se muestra en la ecuación (1.21).

En (1.21) se considera que B_{ij} depende de la energía de impacto (E) y del flujo de alimentación (Q).

$$B_{ij} = 1,582 \cdot \left\{ \phi \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^\delta \right) \right] + (1 - \phi) \cdot \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^\mu \right) \right] \right\} \quad [1.21]$$

B_{ij} es la fracción de masa de tamaño i obtenida por la fragmentación de las partículas de tamaño j , x_i : tamaño máximo de las partículas del intervalo i , x_j : tamaño promedio de las partículas iniciales en el intervalo del tamaño j , δ y μ son constantes no dimensionales. El parámetro Φ se calcula según (1.22).

$$b_{ij} = B_{i-1,j} - B_{ij} \quad \text{para } i \neq j \quad [1.24]$$

$$b_{ij} = 1 - B_{ij} \quad \text{para } i = j \quad [1.25]$$

$i - 1$ es el tamaño de partículas inmediato superior a i .

Debido a la conservación de la masa:

$$\sum b_{ij} = 1 \dots\dots\dots$$

El modelo de Austin y Luckie (1972) resulta ser menos complicado que el modelo de Broadbent y Callcot (1956), ya que no incluye el cálculo de las energías que están presentes en los procesos de conminución, de hecho, difíciles de determinar para el caso de la molienda.

Pettersen *et al.* (1992), aprovechando las ventajas de la simulación han propuesto una variante para determinar las funciones de la fragmentación en un molino en operación, evitando recurrir a las pruebas de laboratorio. Sin embargo según Austin y Concha (1994) la mejor forma de determinar las funciones de fragmentación es por la vía experimental.

En la modelación de los procesos de molienda se han establecido relaciones de escalamiento que permiten la reproducción en el objeto natural de la función selección determinada a nivel de laboratorio (Austin y Klimpel, 1964; Mika *et al.* 1967; Kelsall *et al.* 1968/69; Herbst y Fuerstenau, 1972; Laborde, 2005). Esas relaciones facilitan la determinación e interpretación de las regularidades de las funciones de la fractura.

Leyva *et al.* (2015), modeló el proceso de trituración del carbón antracita en trituradores de cono, partiendo del modelo de balance de Whiten (1972) y sustituyendo las funciones de clasificación y de distribución de la fragmentación por las ecuaciones de Whiten y White (1979) y Austin y Luckie (1972). Para la determinación de ambas funciones y la identificación de sus coeficientes de forma conjunta utilizó el algoritmo desarrollado por Hechavarría (2011), que se basa en el software Matlab. Los valores del coeficiente de correlación y del estadígrafo de Chi-cuadrado, como herramienta estadística para la validación de los resultados,

confirmó la validez del modelo de Whiten modificado para la modelación de la trituración por impacto.

1.6.- Antecedentes de la investigación.

El aprovechamiento de las reservas minerales del municipio de Moa es limitado a menas cuya composición industrial varía en un rango muy estrecho. La serpentina dura y descompuesta (menas fuera de balance) tiene un apreciable contenido de níquel y otros metales que por falta de tecnología no se pueden recuperar económicamente, por esta razón se acumulan o se desechan (Ramentol, 2012).

La Tecnología Carbonato Amoniacal realiza la preparación del mineral laterítico sobre la base de la extracción de la humedad del mineral y la molienda seca hasta valores por debajo de 0,074 mm, en correspondencia con el proceso de reducción química que se aplica posteriormente para obtener el producto final.

El tema sobre la interacción de las dos componentes mineralógicas durante la molienda, ha sido polémico. Falcón (1987), sostuvo la hipótesis sobre la existencia de una interacción positiva entre las fracciones limoníticas y serpentiniticas, sobre la base del comportamiento de los índices del mineral molido al compensar con mineral la disminución de la carga de bolas.

Coello (1993 a), también consideró esta posible interacción, sin descartar la necesidad de tener en cuenta los fenómenos relacionados con la molienda de los minerales de diferentes dureza y densidad. En otro análisis de este problema, Coello (1993 b) asume un nuevo punto de vista al plantear que las componentes limonítica y serpentinitica se muelen de forma independiente, de acuerdo a sus propias regularidades. En este trabajo no se aborda en las funciones de fragmentación como herramienta fundamental para la modelación del proceso.

Otras direcciones de trabajo han estado encaminadas a investigar la influencia de la carga de bolas del molino sobre los indicadores energo-tecnológicos del proceso (Coello, 1993); las variables operacionales sobre la productividad (Coello, 1993; Aldana y Legrá, 1996; y Menéndez *et al.* 2006); la influencia del petróleo

aditivo sobre los indicadores energo-tecnológicos (Llorente y Coello, 2003; Menéndez *et al.* 2006), entre otras.

Laborde *et al.* (2001) analizaron la influencia del grado de llenado con bolas del molino sobre la productividad y la estrecha relación de esta última con la eficiencia energética del proceso. Se demuestra la existencia de reservas energéticas en el proceso. Se detectan las principales causas del fenómeno que son: irregularidad de alimentación al molino creando ausencias ocasionales dentro del sistema o baja productividad. Solo se analiza la energía en el proceso, no se ve vinculada con la reducción de tamaño.

Coello y Tijonov (2001) realizaron un análisis crítico-valorativo sobre los modelos más convencionales que describen la relación matemática entre la energía consumida en la molienda y la reducción dimensional, sus principales limitaciones para la evaluación de la energía en la molienda de poliminerale y el estado de su arte. A partir de esto se proponen importantes adecuaciones al modelo de Tijonov, que derivan en uno nuevo para la valoración de la energía en la molienda de minerales multicomponentes. El modelo propuesto no sólo permite la determinación del consumo de energía de cada componente de la mezcla mineral en su molienda conjunta, sino también los flujos energéticos de cada clase de tamaño para cada componente de la mezcla, pero no se tiene en cuenta la influencia que tienen los diferentes tamaños de clases en la calidad de producción del proceso de molienda. No se analizan los parámetros de fractura en el proceso de molienda.

Laborde (2004) realizó una investigación en la unidad de molienda, de la Empresa Ernesto Che Guevara, específicamente en sus dos equipos principales: el molino de bolas y el ventilador de recirculación. Los resultados arrojaron que la variabilidad observada en el consumo energético se debe, fundamentalmente, a la ausencia de estabilidad en el flujo de alimentación de los molinos. Se obtuvo un modelo estadístico que permitió predecir el comportamiento del consumo específico de energía en función de la productividad diaria de la sección de

molienda. Este modelo no tiene en cuenta los parámetros de fractura en función de la energía consumida en el proceso.

En Menéndez *et al.* (2006) se presenta un análisis de los posibles beneficios de la aplicación de los conceptos de sostenibilidad de la energía en los procesos de conminución. El estudio se llevó a cabo en la Planta de Punta Gorda, Moa, Holguín. El trabajo se basa en la teoría clásica de conminución y en los postulados teóricos de la molienda de componentes múltiples. Se aplica el método factorial desde la perspectiva del Sistema de Gestión de la Energía.

Otros trabajos han sido encaminados a determinar la regularidad de las funciones de la fragmentación y la influencia de distintos factores sobre las mismas.

Núñez y Pérez (2003) a través de un estudio realizado a escala de laboratorio determinaron un modelo matemático (modelo matricial), que permitió predecir la composición granulométrica del producto que se obtiene durante la molienda de una cantidad determinada de material, cuya composición granulométrica de entrada es conocida. Para la determinación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación y función de la razón específica de la fragmentación, se utiliza el método de Kapur. Como herramienta matemática fundamental se hizo uso de programas como el Matlab y Excel.

Laborde (2005) estableció determinadas regularidades entre las funciones de la fragmentación, la composición sustancial variable y el índice de Bond. Estas regularidades son aprovechadas para la formulación de un procedimiento que permite utilizar las concepciones clásicas de la modelación en el caso en que la composición sustancial del mineral sea variable, dando solución a las limitantes que hasta el momento existían para el empleo de estos modelos en el caso de la laterita.

Coello *et al.* 2008 confirmando la hipótesis de Fuesternau y Sullivan (1962) sobre la individualidad en la molienda de fases mineralógicas independientes, establece la influencia de la variación de la composición sustancial de las lateritas en las funciones de selección y de distribución de la fragmentación por vía experimental.

Conclusiones del capítulo I

1. Los modelos de las funciones de la fragmentación representan una herramienta fundamental para la modelación del proceso de conminución.
2. En la bibliografía consultada no se reporta la identificación de los parámetros en los modelos de las funciones de fragmentación de Whiten (1972), Austin (1976) y Austin y Luckie (1972) para la molienda del mineral laterítico.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Los métodos a seleccionar en cualquier investigación y su posterior ejecución son la herramienta fundamental para asegurar la veracidad de la misma. Por esta razón se describen los materiales y métodos utilizados en la investigación, se hace referencia a la descripción de la metodología empleada en los programas computacionales para la determinación de los parámetros de las funciones de fragmentación.

Se proyecta:

- ✓ Mostrar la metodología empleada por Laborde (2005) para la determinación experimental de las funciones de fragmentación.
- ✓ Determinar la metodología para la identificación de los parámetros de los modelos de las funciones de fragmentación con ayuda de las herramientas computacionales Matlab y Excel.

2.1.- Diseño de la investigación.

Como base de partida para la investigación, y con el objetivo de darle solución a la problemática planteada, se tomaron los resultados obtenidos por Laborde (2005) en sus experimentos realizados a escala de laboratorio para la molienda del mineral laterítico, en donde se determinaron las funciones selección y distribución de la fragmentación. El procedimiento que se siguió para la obtención de los resultados se muestra de forma detallada.

Posteriormente se expone la metodología para la estimación de los parámetros de fractura de las funciones de clasificación modificada de Whiten (1972), de selección de Austin (1976) y distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972) con ayuda de las herramientas computacionales Matlab y Excel. Para la identificación de los coeficientes de las funciones de estudio por el programa Matlab (Whiten, 1972; y Austin y Luckie, 1972) se emplea el algoritmo desarrollado por Hechavarría (2011), el cual es argumentado en el trabajo. Para la determinación de los coeficientes con ayuda de la herramienta computacional Excel en los modelos de (Austin, 1976; y Austin y Luckie, 1972), se realiza una

linealización de estas funciones a partir de los datos experimentales. Una vez obtenidos los resultados de los parámetros de las funciones de fragmentación, se determinan los valores modelados de S y B, y a continuación se efectúa un estudio comparativo con los valores experimentales de las funciones de fragmentación con el objetivo de determinar cuál modelo se ajusta de mejor manera a los datos de molienda obtenidos por Laborde (2005). Para la validación de los resultados se utilizó la herramienta estadística prueba de Chi-cuadrado.

2.2.- Principales equipos e instrumentos utilizados durante los ensayos (Laborde, 2005).

Durante los ensayos de laboratorio fue utilizado un pequeño molino cilíndrico de 190 x 245, con velocidad relativa $\Psi=92$ r.p.m, accionado por un motor monofásico de 373 W; un juego de tamices de la siguiente serie (2,0; 1,0; 0,85; 0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,16; 0,074 y 0,044 mm); una estufa para el secado de las muestras con rango de temperatura de 0–350 ° C, un reloj cronómetro, y otros medios auxiliares.

2.3.- Materiales utilizados y sus características (Laborde, 2005).

El material utilizado durante esta investigación es la laterita del yacimiento de Punta Gorda, este yacimiento es un típico depósito residual de níquel, cobalto y hierro asociado a una corteza de meteorización desarrollada en forma de un potente manto, esencialmente laterítico, sobre un macizo de rocas ultrabásicas serpentinizadas. Se distingue por el fino espesor de la capa de serpentina alterada que se interpone entre la capa limonítica y el lecho de roca (Cooke y Pongratz, 2003).

Sobre la base del comportamiento de los parámetros geomorfológicos, geológicos y geoquímicos, dicho yacimiento ha sido dividido en siete dominios geológicos (Vera, 2001). La laterita se define como “Suelo rojo residual” que se desarrolla en regiones húmedas tropicales y subtropicales con buen drenaje. La sílice y el magnesio son lixiviados y contienen concentraciones, particularmente, de hidróxidos de hierro y aluminio.

Puede representar una mena de hierro, aluminio, manganeso o níquel (Rojas, 1995). Uno de los componentes principales de este material es la limonita, definida como $\text{FeO}(\text{OH}) \cdot n\text{H}_2\text{O}$ para referirse a los óxidos de hierro, naturalmente hidratados de identidad incierta. Otro de los componentes principales de la laterita es la serpentina, mineral con una fórmula química definida $\text{Mg}_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$ formado de rocas en dos variedades fundamentales Antigorita y Crisotilo.

La constitución del mineral laterítico se compone de una mezcla de limonita (de carácter terroso) y de serpentinas parcialmente descompuestas y duras. La limonita aparece como tierra suelta o en terrones de color amarillo; por su parte el material serpentínico presenta toda la gama desde mineral terroso hasta fracciones de rocas duras de diversos tamaños.

Este mineral está acompañado de una humedad promedio de 38 %, variando desde un 30 a un 40 %. El peso volumétrico del mineral seco “in situ” es de 1,20 t/m³ y el del mineral húmedo “in situ” es de 1,78 t/m³.

Las características químicas de los horizontes de la corteza de intemperismo del yacimiento Moa muestran un cuadro geoquímico en correspondencia con la génesis de estos depósitos exógenos, evidenciando una tonalidad química vertical muy bien definida, Rojas (1995).

2.4.- Procedimiento experimental para determinar la función selección S (j) (Laborde, 2005).

Para la determinación de los parámetros S (j) de la función razón específica de la fragmentación para los distintos tipos de materiales ensayados, se aplicó el procedimiento siguiente.

De acuerdo con la teoría de las probabilidades, la razón de desaparición de material de tamaño j debido a la fragmentación es proporcional a la cantidad de material de tamaño j expuesto a ser fragmentado (Prasher, 1987). Así:

$$-\frac{d}{dt} [M_j(t)W] = S_j M_j(t)W \quad [2.5]$$

Si S_j es constante en el tiempo, entonces se puede expresar:

$$\log \left[\frac{M_j(t)}{M_j(0)} \right] = -\frac{1}{2,3} S_j t \quad \text{ó} \quad \ln \left[\frac{M_j(t)}{M_j(0)} \right] = -S_j t \quad [2.6 \text{ y } 2.7]$$

Donde $M_j(0)$ es la fracción de masa del material de tamaño j para $t = 0$ (tamaño de alimentación). Entonces si $\log M_j(t)$ se plotea contra t , resulta una línea recta de pendiente $S_j/2,3$ ó $-S_j$.

2.5.- Procedimiento experimental para determinar la función distribución de la fragmentación $B_{(i,j)}$ (Laborde, 2005).

Fue utilizado el método de determinación directa, con alimentación de partículas de un solo tamaño, y en específico el método modificado de Kapur con los parámetros concentrados G y H , el cual se basa en una de las soluciones de la ecuación de la molienda dosificada de tamaño discreto, en la forma,

$$\ln \left[\frac{R_i(t)}{R_i(0)} \right] = G_i t + H_i \frac{t^2}{2} \quad [2.8]$$

Donde G y H se pueden obtener por:

$$G_i = -S_1 + \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{i,j} \frac{R_j(0)}{R_i(0)} \quad [2.9]$$

$$H_i = \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{i,j} (G_j - G_i) \frac{R_j(0)}{R_i(0)} \quad [2.10]$$

$$\lambda_{i,j} = S_{j+1} B_{i,j+1} - S_j B_{i,j} \quad [2.11]$$

En estas ecuaciones:

$R_i(t)$: material retenido en un tiempo t

$R_i(0)$: material retenido para $t = 0$

Dado el hecho de que (2.8) es lineal en los parámetros G_i y H_i , esta ecuación puede ser utilizada para la determinación de los $B_{(i,j)}$ a partir de una determinada

cantidad de datos obtenidos experimentalmente. Además es posible reducir el orden de la ecuación (2.8) y obtener,

$$\frac{1}{t} \ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i + \frac{H_i}{2} t \quad [2.12]$$

Para la alimentación con partículas de un solo tamaño, $R_i(0) = 1$ para $i = 1, 2, 3, \dots$; entonces G_i en la ecuación (2.9) se simplifica a:

$$G_i = -S_1 B_{i,1} \quad \text{para } i = 2, 3, \dots \quad [2.13]$$

$$G_i = -S_1 \quad [2.14]$$

Mediante sustituciones de estas relaciones se obtienen las formas alternativas:

$$\ln \frac{R_i(t)}{-S_1(t)} = B_{i,1} - \frac{H_i}{2 S_1} t \quad [2.15]$$

$$\frac{\ln R_i(t)}{-\ln R_1(t)} = B_{i,1} - \frac{H_i}{2 S_1} t \quad [2.16]$$

Fue utilizada la variante de la ecuación (2.16), para determinar los parámetros $B_{(i,1)}$, a partir de la molienda de los diferentes materiales ensayados en la clase de tamaño $- 3,25 + 2,0$ mm. Las muestras fueron preparadas a partir de la trituración previa de material comprendido en las clases $- 10,00 + 3,25$ mm. Como intervalo base de molienda se tomó 5 minutos.

Para la determinación de la composición granulométrica de las muestras, en todos los casos, se aplicó la técnica del tamizado por vía húmeda, con el conjunto de tamices expuestos anteriormente en 2.2.

Para reducir un tanto la laboriosidad del método, se hizo uso del modelo cinético acumulativo y fue simulada la molienda de los monotamaños.

2.6.- Metodología para la estimación de los parámetros de las funciones de fragmentación.

Para estimar los coeficientes de las funciones de fragmentación, se realizaron dos series de experimentos. En la primera serie se identificaron los coeficientes de la función clasificación modificada de Whiten (1972) y la función de distribución de Austin y Luckie (1972) a partir del algoritmo implementado por Hechavarría (2011) en el programa computacional Matlab. En la segunda serie se determinaron los coeficientes de la función selección de Austin (1976) y los parámetros de la función de distribución de Austin y Luckie (1972), a partir de una plantilla de Excel.

2.6.1.- Identificación de los parámetros de la función clasificación de Whiten (1972) y la función distribución de Austin y Luckie (1972) con ayuda del Matlab.

Para identificar los parámetros de la función clasificación, se toma el modelo de Whiten (1972), mostrado en (1.6; 1.9 y 1.10). En este modelo aplicado para la molienda, se define el coeficiente K_2 como el diámetro d_{95} o d_{80} , y para el coeficiente K_1 se toman los valores del diámetro $d_{63.2}$ y d_{50} . Se combinaron los valores asumidos de los coeficientes, con el objetivo de determinar cuál se ajusta de mejor forma al modelo de estudio, por lo que se realizaron cuatro experimentos.

El valor inicial de los coeficientes K_2 y K_1 (d_{95} , d_{80} , $d_{63.2}$, y d_{50}), para introducir en el programa, se calculan a partir de la ecuación Rosin Rammler (2.17). Esta función de Rosin-Rammler es muy usada para representar la distribución en peso (o masa) de sistemas particulados.

$$R = 100 \cdot \exp \left[- \left(\frac{X}{X^1} \right)^b \right] \quad [2.17]$$

Donde:

R: porcentaje de masa retenida para un amañó x.

X^1 : parámetro de tamaño.

b: parámetro de distribución.

Eliminando exponentes y tomando logaritmos a ambos lados de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\log\left(\frac{100}{R}\right) = \left(\frac{x}{x^1}\right)^b \log e$$

Tomando logaritmos de segundo orden y eliminando los exponentes, se obtiene:

$$\log \log\left(\frac{100}{R}\right) = b \log x - b \log x^1 + \log \log e$$

o lo que es lo mismo:

$$\log \log\left(\frac{100}{R}\right) = b \log x + cte$$

Una representación gráfica de $\log \log (100/R)$ frente a $\log x$ debería de dar una línea recta.

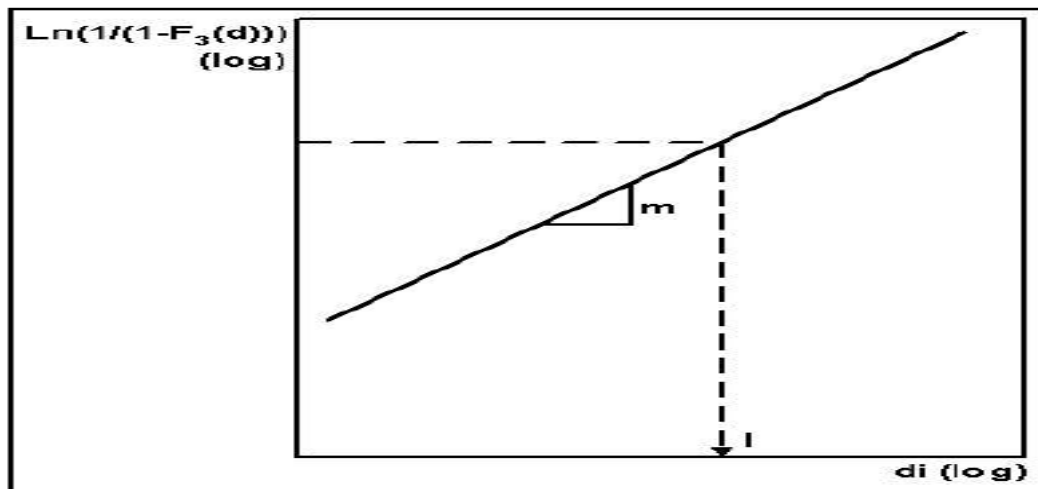


Figura 2.1. Representación de la función de R-R

Donde:

m: es la pendiente

$F_3(d) = 0,63212$ cuando $d = l$, lo que permite determinar l de la figura anterior. Los parámetros de distribución de Rosin-Rammler, b y x^1 se obtienen de la pendiente de la línea recta y de la intersección de la recta con la línea horizontal

correspondiente a $R= 36,79$ respectivamente. Ambos completan la descripción de la distribución de tamaños.

Para simplificar el cálculo del doble logaritmo, es válida la representación en un papel especial (papel Rosin-Rammler/Weibull) donde los valores de porcentaje de retenido acumulado (o porcentaje de pasante acumulado) se pueden representar directamente sobre el eje Y. Se incluye una línea en el papel gráfico a un valor de 36,79 % de retenido acumulado para facilitar la estimación del parámetro x^1 .

La identificación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación se realizó a partir del modelo propuesto por Austin y Luckie (1972), el cual se muestra en (1.23). Los valores iniciales de los coeficientes Φ , m y l , se determinan a partir de lo expuesto al respecto en el acápite (1.5).

Los valores de los coeficientes para las funciones de rotura y clasificación fueron determinados para 100, 75, 50 y 25 % de serpentina en las mezclas. Posteriormente se obtienen los valores de las funciones de fragmentación a partir de los modelos para cada composición sustancial.

Usando la aplicación computacional (Hechavarría, 2011) implementada sobre un programa más amplio como es el Matlab, que incluye herramientas para la validación de los modelos obtenidos, se expone la modelación (Fig. 2.1 y 2.1.1).

Este algoritmo utiliza la determinación conjunta de los parámetros que describen las funciones de B y S . No obstante, con pequeñas modificaciones, este algoritmo puede emplearse en el caso de que se ejecute la determinación individual de las funciones de fractura.

El modelo de balance que se toma para la determinación de las funciones B y S en el algoritmo, fue el propuesto por Whiten (1972). Este modelo, se presenta en la figura 1.2 y la ecuación (1.5). Su extendida aplicación es muestra de su probada eficacia en la práctica de la modelación y simulación (Leyva *et al.* 2015).

Como etapa previa a la modelación se seleccionaron las distribuciones de tamaño del mineral de alimentación (f) y del producto (p) obtenidas por Laborde (2005).

El procedimiento a seguir en la modelación de las funciones de la fragmentación, se puede dividir en las siguientes etapas:

- I. Introducción de los datos iniciales (f, p y x).
- II. Introducción de valores iniciales de k_1, k_2, k_3, ϕ, m y l .
- III. Cálculo de las matrices B y S que representan las funciones de la fractura.
- IV. Cálculo del vector p mediante el modelo matricial y las funciones B y S .
- V. Búsqueda de los valores de los parámetros de las funciones de la fragmentación mediante algoritmo de optimización. Para esto se emplean métodos iterativos en la obtención de un mínimo para el error estándar del modelo.
- VI. Validación del modelo que mejor se ajuste a los datos experimentales de partida, a partir de los criterios estadísticos como chi cuadrado, comparaciones de la media y la desviación estándar entre los valores observados y calculados.

2.6.2.- Identificación de los parámetros de la función selección de Austin (1976) y la función distribución de Austin y Luckie (1972) con ayuda del Excel.

Para determinar los parámetros de la función selección se utiliza el modelo propuesto por Austin (1976), el cual fue mostrado en (1.20). Los coeficientes a^* y α se determinaron por medio de la regresión lineal a partir de la expresión (2.18), resultado de la linealización de la expresión (1.20):

$$\text{Log}(S_j) = \text{Log}(a^*) + \alpha \text{Log}\left(\frac{X_i}{X_0}\right) \quad [2.18]$$

En esta expresión los coeficientes se determinaron para las composiciones sustanciales de 100, 85, 75, 50, 25, 10 y 0 % de serpentina. A partir de estos coeficientes se calculó la función $S(j)$ para cada una de las composiciones sustanciales de estudio.

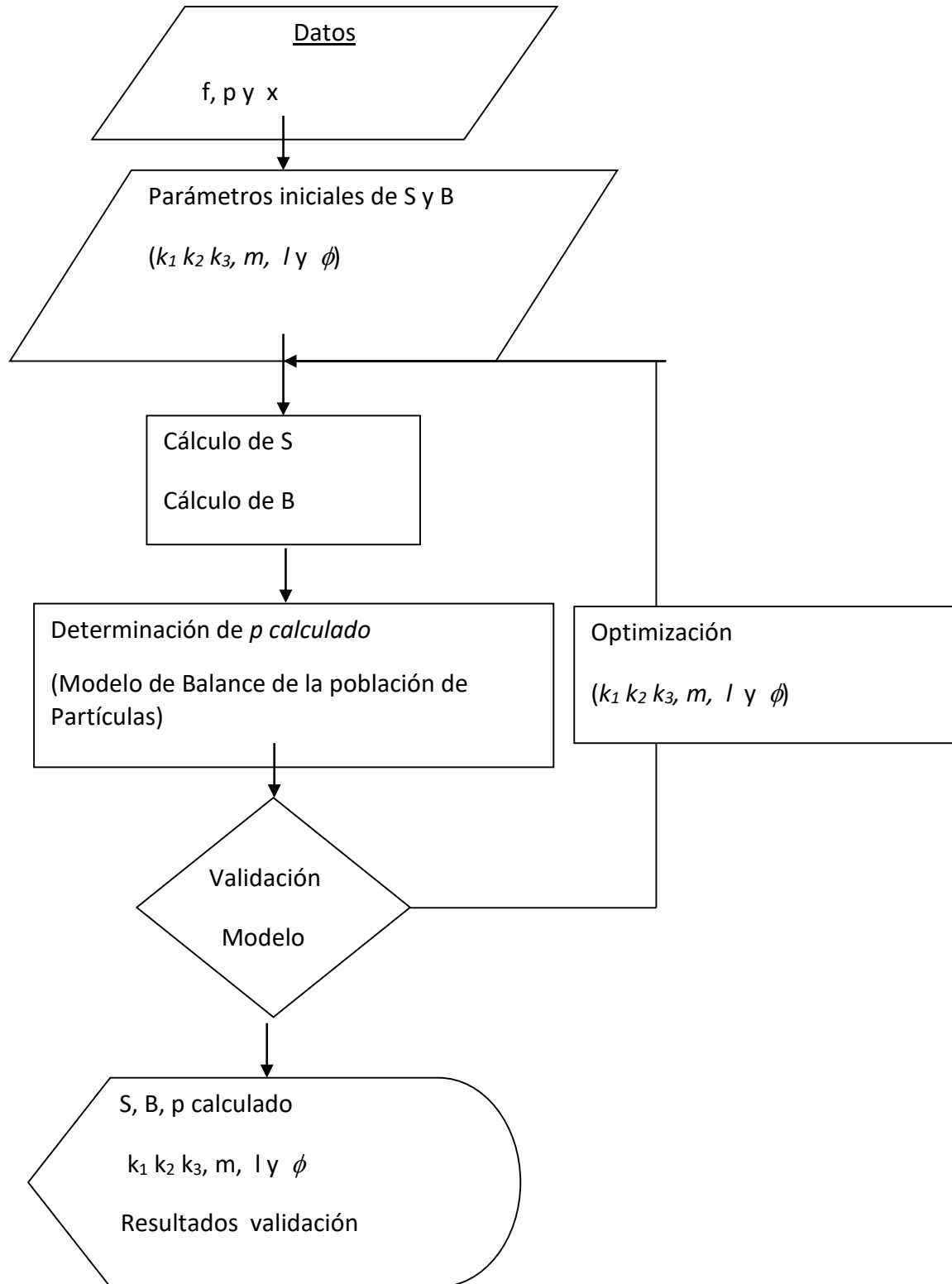


Figura 2.1. Esquema del procedimiento de modelación.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function f= laborde (w0)

D=w0(1); d=w0(2); n=w0(3); l=w0(4); m=w0(5); k=w0(6);

x = [3 2 1 0,85 0,6 0,4 0,3 0,2 0,16 0,074 0,044]; Juego de tamices
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f = [0,92 29,39 65,75 1,39 2,32 0,13].'; %%% distribución de tamaño
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
de alimentación

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
p= [0,03 20,98 60,69 7,77 7,86 2,67].'; %%% distribución de
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tamaño del producto

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Calculo de la matriz C
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

r=length(x)-1;
for i=1:length (x)-1
    y(i)=0.5*(x(i)+x(i+1));
end
c=zeros(1,r);
b=zeros(r);
i=1:r
if y(i)<d
    c(i)=0;
elseif y(i)<=D
    c(i)=1-((D-y(i))/(D-d))^n; %Whitten
    else
    c(i)=1;
end
b(i,i)=1-(k*(x(i+1)/y(i))^m+(1-k)*(x(i+1)/y(i))^l);%
%b(i,i)=1-(1.582*(k*1-exp(-(x(i+1)/y(i))^m))+
(1-k)*(1-exp(-(x(i+1)/y(i))^l)));
if i>1

```


Para la identificación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación se tomó el modelo propuesto por Austin y Luckie (1972), mostrado en (1.23). Los coeficientes Φ , m y l son determinados a partir de la regresión lineal de la expresión (2.19), resultado de la linealización de la expresión (1.23):

$$\log (B_{(i,j)}) = m \log \phi \left(\frac{X_i}{X_j} \right) + l \log (1 - \phi) \left(\frac{X_i}{X_0} \right) \quad [2.19]$$

Al igual que para la determinación de la función de selección $S(j)$, los parámetros de los modelos de la función de distribución de la fragmentación $B(i,j)$ son calculados para la composición sustancial del mineral de estudio. A partir de estos parámetros se calcularon los valores de la función de distribución para cada una de las composiciones sustanciales.

2.7.- Validación estadística de los valores de las funciones de fragmentación.

Con un nivel de confianza de 95 %, para la validación de los resultados se utiliza el criterio de Chi-cuadrado o criterio de Pearson, donde a partir del error estimado, el valor calculado y el tabulado de este criterio, se predice la veracidad de los datos obtenidos.

A partir de la expresión 2.20 se determina la varianza o error estimado de los experimentos.

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_1 - X_2)^2}{n - 1}} \quad [2.20]$$

Donde:

S_x : Error estándar de la varianza muestral, u.

X_1 : valor que adquiere la función modelada, u.

X_2 : valor que adquiere la función experimental, u.

n: grados de libertad.

La expresión 2.21 describe la forma de cálculo del criterio Chi-cuadrado.

$$X^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(X_1 - X_2)^2}{X_2} \quad [2.21]$$

Donde:

X_1 : frecuencia absoluta (valor de la función modelada), u.

X_2 : frecuencia teórica esperada (valor de la función experimental), u.

El valor crítico del criterio de Pearson (Mitrofanov *et al.*, 1982) para un nivel de confianza de 95 % y 8 grados de libertad corresponde al valor de 15,51.

Conclusiones del Capítulo II

1. La metodología para la determinación de las funciones de fragmentación por Laborde (2005) constituyó la base de partida de la investigación.
2. El diseño de la investigación, garantiza adecuadamente el tratamiento del problema planteado, se determinan los valores de las funciones de la fragmentación a partir de la identificación de sus parámetros para la molienda del mineral laterítico.

3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En el presente capítulo se tiene como objetivo realizar un análisis de los resultados experimentales y modelados obtenidos de la determinación de las funciones de la fragmentación. A su vez se realiza un procesamiento estadístico que ratifica la veracidad de los resultados obtenidos.

3.1.- Resultados de las funciones de fragmentación $S(j)$ y $B(i,j)$ determinadas experimentalmente por Laborde (2005).

Las tablas 3.1 y 3.2 muestran los valores de las funciones de fragmentación obtenidas experimentalmente por Laborde (2005), con el objetivo de disponer de los datos de partida.

Tabla 3.1. Función razón específica de la fragmentación (Laborde, 2005).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %						
	100	85	75	50	25	10	0
	$S(j)$ exp						
2000	0,0859	0,1789	0,2189	0,2756	0,3511	0,6084	0,7134
1000	0,0666	0,1334	0,1612	0,2174	0,2873	0,5129	0,5599
850	0,0627	0,1244	0,1501	0,2056	0,2740	0,4927	0,5290
600	0,0553	0,1071	0,1287	0,1825	0,2478	0,4521	0,4685
400	0,0476	0,0904	0,1076	0,1588	0,2203	0,4094	0,4068
300	0,0428	0,0798	0,0948	0,1440	0,2027	0,3813	0,3682
200	0,0395	0,0672	0,0794	0,1258	0,1802	0,3452	0,3199
160	0,0288	0,0621	0,0585	0,0988	0,1474	0,3179	0,2786
74	0,0257	0,0442	0,0512	0,0890	0,1352	0,2680	0,2268
44	0,0211	0,0354	0,0478	0,0745	0,1163	0,2368	0,1892

Como se puede apreciar en la tabla anterior, existe un aumento de los valores de la función selección $S(j)$ con la disminución del contenido de serpentina en el mineral y viceversa, por lo que mientras menor sea este contenido en el mineral el proceso de desmenuzamiento transcurre a una mayor velocidad. La probabilidad de fragmentación se incrementa a medida que aumenta el diámetro de las

partículas, corroborando lo expuesto por Leyva *et al.* (2015) sobre el comportamiento de la función de razón específica de fragmentación.

Tabla 3.2. Función de distribución de la fragmentación (Laborde, 2005).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %						
	100	85	75	50	25	10	0
	B(i,j) exp						
+2000	1	1	1	1	1	1	1
+2000-1000	0,6356	0,7220	0,7660	0,7850	0,8041	0,8297	0,8552
+1000-850	0,5716	0,6689	0,7215	0,7428	0,7641	0,7943	0,8245
+850-600	0,4552	0,5679	0,6317	0,6583	0,6848	0,7235	0,7621
+600-400	0,3492	0,4693	0,5412	0,5720	0,6028	0,6492	0,6955
+400-300	0,2843	0,4100	0,4849	0,5178	0,5507	0,6013	0,6518
+300-200	0,2220	0,3388	0,4054	0,4501	0,4847	0,5398	0,6048
+200-160	0,1410	0,2446	0,3789	0,4244	0,3898	0,5193	0,5887
+160-74	0,1154	0,2124	0,3143	0,3579	0,3546	0,4650	0,5383
+74-44	0,1006	0,2012	0,2754	0,3247	0,3488	0,4315	0,5035

A juzgar por los resultados obtenidos por Laborde (2005) en la fragmentación de la monoclasa 3,25 - 2 mm, para la determinación de la función de distribución de la fragmentación, como se muestra en la tabla 3.2, se llega a la conclusión que los mayores aportes acumulativos se observan para un descenso del contenido de serpentina en el mineral. Esto quiere decir que a medida que disminuye el contenido de serpentina en la composición sustancial del mineral, el aporte parcial de la fragmentación disminuye para las clases superiores y aumenta en las clases inferiores, lo que demuestra que el mineral se muele con mayor facilidad con el aumento del contenido de limonita en el mineral.

3.2.- Resultados de la identificación de los parámetros de la función de clasificación de Whiten (1972).

Los valores iniciales de los coeficientes K_2 y K_1 determinados a partir del procedimiento descrito en 2.9.1 para introducir en el programa computacional Matlab, con el objetivo de obtener los valores resultantes de estos parámetros, se pueden observar en el Anexo 1, Tabla A1.3. Los parámetros de la función clasificación obtenidos por la herramienta computacional, se pueden observar en las tablas 3.3; 3.6; 3.9 y 3.12. Seguidamente a cada tabla se muestran los valores estimados de la función clasificación para cada caso, obtenida a partir de la identificación de los coeficientes. El cálculo detallado de los indicadores estadísticos para cada condición de experimentación puede observarse en Anexo 1, Tablas A1.4 a la A1.19.

Parámetros de $C(j)$ de Whiten para las condiciones de $K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{50}$.

Como se observa en la tabla 3.3, los valores de los parámetros de la función de Whiten disminuyen con la disminución del contenido de serpentina en la mezcla mineral, sin seguir una tendencia definida. A mayores valores del contenido de serpentina, aumenta el tamaño del diámetro máximo al cual la partícula se muele con una probabilidad igual a uno, mientras que el diámetro mínimo a la que la partícula se muele inicialmente disminuye.

Tabla 3.3. Valores de los parámetros para la función $C(j)$ de Whiten (1972).

	Contenido de Serpentina, Cs, %			
	100	75	50	25
Condiciones para los coeficientes	Valor de los coeficientes			
$K_2=d_{95}$	7,459	5,215	5,980	4,215
$K_1=d_{50}$	0,308	0,303	0,306	0,206
K_3	0,800	0,680	0,680	0,500

De acuerdo a los valores obtenidos de los coeficientes k_1 y k_2 , para 100 % de serpentina, se puede señalar que las partículas menores de 0,308 mm, para las cuales la probabilidad de fragmentación es prácticamente igual a 0, pasan por el molino sin ninguna fragmentación; mientras que las partículas mayores que 7,459 mm siempre serán fragmentadas (la probabilidad de fractura es igual a 1). Las

partículas con tamaños enmarcados en el intervalo $0,308 < x_i < 7,45$ mm serán fragmentadas o ligeramente fragmentadas, en dependencia de su tamaño. Su probabilidad de fragmentación irá disminuyendo con la reducción del diámetro de las partículas. De igual manera sucede para los valores de K_1 y K_2 en las restantes composiciones del mineral.

En la tabla 3.4 se muestran los valores de la función clasificación de Whiten (1972), se observa un aumento de los valores al disminuir el contenido de serpentina en las mezclas, al igual que ocurre con la data experimental. Sin embargo en algunas mezclas los valores modelados se distancian un poco de los datos experimentales, como es el caso del 50 y 25 % de serpentina. La probabilidad de fragmentación aumenta con la presencia de limonita en la muestra mineral, debido a las características de la misma (Coello, 1993 b).

Tabla 3.4. Función clasificación de la fragmentación $C(j)$ de Whiten (1972) para $K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{50}$.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, C_s , %							
	100		75		50		25	
	Parámetro S_j experimental y $C(j)$ modelado							
	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod
2000	0,0859	0,1472	0,2189	0,1944	0,2756	0,1962	0,3511	0,2034
1000	0,0727	0,1125	0,1612	0,1263	0,2174	0,1283	0,2873	0,1362
850	0,0666	0,0788	0,1501	0,0799	0,2056	0,0813	0,2740	0,0833
600	0,0553	0,0456	0,1287	0,0523	0,1825	0,0691	0,2478	0,0731
400	0,0476	0,0222	0,1076	0,0284	0,1588	0,0298	0,2203	0,0351
300	0,0428	0,0157	0,0948	0,0197	0,1440	0,0222	0,2027	0,0295
200	0,0395	0,0124	0,0794	0,0137	0,1258	0,0194	0,1802	0,0233
160	0,0288	0,0098	0,0585	0,0122	0,0988	0,0143	0,1474	0,0165
74	0,0257	0,0053	0,0512	0,0090	0,0890	0,0112	0,1352	0,0133
44	0,0211	0,0018	0,0478	0,0033	0,0745	0,0083	0,1163	0,0102

La tabla 3.5 presenta un análisis estadístico de los valores estimados con respecto a los experimentales. Se observa un pequeño incremento del error estimado entre el valor modelado y el experimental, cuando disminuye el contenido de serpentina. Es válido destacar que existe similitud entre los valores obtenidos por el modelo y los valores experimentales en presencia de altos contenidos de serpentina en las muestras. Algo similar sucede para el valor calculado del criterio de Chi-cuadrado, aunque este último es siempre menor que el valor crítico (15,51), lo que afirma que el modelo de Whiten (1972) en las condiciones dadas es representativo para la descripción de la función selección de la molienda de las mezclas.

Tabla 3.5. Validación estadística de la función $C(j)$ del modelo de Whiten.

No	Cs, %	Coeficientes función $S(j)$		Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R^2	Probabilidad
		K_2	K_1					
1	100	d_{95}	d_{50}	0,0330	0,50	15,51	0,9062	0,95
2	75	d_{95}	d_{50}	0,0659	1,98	15,51	0,9067	0,95
3	50	d_{95}	d_{50}	0,1133	3,84	15,51	0,8777	0,95
4	25	d_{95}	d_{50}	0,1745	7,44	15,51	0,8665	0,95

Sobre la base de los resultados obtenidos en las condiciones del experimento, se puede decir que la disminución del contenido de serpentina está aparejada con un lento aumento de S , por lo que se aprecia una mayor transferencia de energía hacia las partículas gruesas (serpentina) y las finas no interfieren prácticamente en la fragmentación de las gruesas, esto reafirma desde otro punto de vista que la limonita y la serpentina presentes en el mineral laterítico se muelen cada una de acuerdo a sus propias regularidades según plantean Coello y Tijonov (1996).

Parámetros de $C(j)$ de Whiten para las condiciones de $K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{63.2}$.

Los valores de los parámetros de la función de Whiten (Tabla 3.6), al sustituir el diámetro mínimo (d_{50}) por el diámetro de Rosin Ramler ($d_{63.2}$) siguen un patrón similar a las condiciones de experimentación anterior. El diámetro máximo (k_2) mantiene valores superiores comparados con los valores de este parámetro. Sin

embargo los valores del diámetro mínimo se mantuvieron aproximadamente iguales. Los valores que adquiere el coeficiente K_3 son menores al compararlos con los valores obtenidos cuando $K_1=d_{95}$ y $K_2= d_{50}$.

La tabla 3.7 muestra los valores obtenidos de la función de clasificación a partir de la identificación de los coeficientes del modelo para las condiciones dadas. Se puede observar que la función $C(j)$ sigue el mismo patrón que para la primera condición ($K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{50}$), sin embargo se aprecia que su magnitud disminuyó con respecto a los valores modelados del experimento anterior, lo que hace que los valores del modelo se distancien un poco más de la data experimental. La probabilidad de fragmentación para las partículas $-0,044$ mm es completamente nula.

Tabla 3.6. Valores de los coeficientes para la función $C(j)$ de Whiten (1972).

Condiciones para los coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
	100	75	50	25
	Valor de los coeficientes			
$K_2=d_{95}$	6,300	7,459	7,315	5,973
$K_1=d_{63.2}$	0,316	0,308	0,206	0,206
K_3	0,500	0,500	0,523	0,556

En la tabla 3.8 se muestran los valores del análisis estadístico de los valores modelados con respecto a los valores experimentales, el error para las diferentes mezclas bajo las condiciones de experimentación disminuye cuando aumenta el contenido de serpentina, al igual que para la variante anterior. El valor calculado del criterio Chi-cuadrado, es menor que el valor crítico de la tabla, aunque se incrementaron sus magnitudes con respecto al experimento anterior. El modelo de Whiten para las condiciones de este experimento disminuyó la representatividad de los datos experimentales con respecto a las condiciones donde $K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{63.2}$.

Tabla 3.7 Función clasificación de la fragmentación $C(j)$ de Whiten (1972) para $K_2=d_{95}$ y $K_1=d_{63.2}$.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, C_s , %							
	100		75		50		25	
	Parámetro S_j experimental y modelado							
	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod	$S(j)$ exp	$C(j)$ mod
2000	0,0859	0,1263	0,2189	0,1412	0,2756	0,1523	0,3511	0,1872
1000	0,0727	0,0809	0,1612	0,0932	0,2174	0,0968	0,2873	0,1230
850	0,0666	0,0500	0,1501	0,0606	0,2056	0,0704	0,2740	0,0797
600	0,0553	0,0287	0,1287	0,0380	0,1825	0,0438	0,2478	0,0500
400	0,0476	0,0139	0,1076	0,0223	0,1588	0,0250	0,2203	0,0293
300	0,0428	0,0105	0,0948	0,0113	0,1440	0,0154	0,2027	0,0199
200	0,0395	0,0091	0,0794	0,0096	0,1258	0,0133	0,1802	0,0147
160	0,0288	0,0044	0,0585	0,0053	0,0988	0,0079	0,1474	0,0118
74	0,0257	0,0015	0,0512	0,0016	0,0890	0,0023	0,1352	0,0095
44	0,0211	0,0000	0,0478	0,0000	0,0745	0,0000	0,1163	0,0000

Tabla 3.8. Validación estadística de la función $C(j)$ del modelo de Whiten.

No	C_s , %	Coeficientes		Error Estimado, S	Chi-cuadrado cal	Chi-cuadrado tab	R^2	Probabilidad
		K_2	K_1					
1	100	d_{95}	$d_{63.2}$	0,0304	5,6023	15,51	0,8639	0,95
2	75	d_{95}	$d_{63.2}$	0,0818	3,9246	15,51	0,9238	0,95
3	50	d_{95}	$d_{63.2}$	0,1302	7,9705	15,51	0,9027	0,95
4	25	d_{95}	$d_{63.2}$	0,1856	9,6252	15,51	0,8606	0,95

Parámetros de $C(j)$ de Whiten para las condiciones de $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$.

Los valores de los parámetros del modelo de Whiten para las nuevas condiciones de $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$ se encuentran en la tabla 3.9, se observa una tendencia definida a disminuir del diámetro máximo al cual la partícula se fragmenta inicialmente (K_2). El diámetro mínimo (K_1) sigue una tendencia a disminuir al

incrementarse el contenido de limonita en la mezcla mineral, y para las condiciones de experimentación adquiere valores superiores comprados cuando $K_2=d_{95}$.

Tabla 3.9. Valores de los coeficientes para la función C (j) de Whiten (1972).

Condiciones para los coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
	100	75	50	25
	Valor de los coeficientes			
$K_2=d_{80}$	1,930	1,860	1,750	1,350
$K_1=d_{50}$	0,206	0,176	0,212	0,089
K_3	1,040	1,023	1,045	1,051

Tabla 3.10. Función clasificación de la fragmentación C (j) de Whiten (1972) para $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro S _j experimental y modelado							
	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod
2000	0,0859	0,5682	0,2189	0,5832	0,2756	0,7123	0,3511	0,7321
1000	0,0727	0,4737	0,1612	0,4867	0,2174	0,6923	0,2873	0,7173
850	0,0666	0,3852	0,1501	0,3922	0,2056	0,4467	0,2740	0,4773
600	0,0553	0,2366	0,1287	0,2416	0,1825	0,2642	0,2478	0,3042
400	0,0476	0,1169	0,1076	0,1189	0,1588	0,1404	0,2203	0,1804
300	0,0428	0,0568	0,0948	0,0638	0,1440	0,0737	0,2027	0,0922
200	0,0395	0,0035	0,0794	0,0042	0,1258	0,0155	0,1802	0,0294
160	0,0288	0,0021	0,0585	0,0035	0,0988	0,0066	0,1474	0,0087
74	0,0257	0,0000	0,0512	0,0000	0,0890	0,0000	0,1352	0,0000
44	0,0211	0,0000	0,0478	0,0000	0,0745	0,0000	0,1163	0,0000

Los valores de la función clasificación de Whiten obtenidos cuando se variaron los coeficientes $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$ se muestran en la tabla 3.10, se puede observar un aumento brusco de los valores de la función selección para las clases superiores, lo que hace que se alejen los valores del modelo con respecto a los experimentales, sin embargo en las clases inferiores se aproximaron, de tal forma que ya por debajo de la clase $-0,074$ mm la razón de fragmentación es nula.

La tabla 3.11 muestra el tratamiento estadístico de los resultados modelados en correspondencia con los valores experimentales. A juzgar por estos resultados se puede decir que el error estimado se mantiene prácticamente constante al variar el contenido de serpentina en el mineral, y los valores del estadígrafo Chi-cuadrado no superan el valor crítico de la tabla.

Tabla 3.11. Validación estadística de la función $C(j)$ del modelo de Whiten.

No	Cs, %	Coeficientes		Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		K ₂	K ₁					
1	100	d ₈₀	d ₅₀	0,2588	1,9006	15,51	0,9308	0,95
2	75	d ₈₀	d ₅₀	0,2015	2,8659	15,51	0,9327	0,95
3	50	d ₈₀	d ₅₀	0,2551	2,8865	15,51	0,8725	0,95
4	25	d ₈₀	d ₅₀	0,2404	3,6690	15,51	0,8634	0,95

Parámetros de $C(j)$ de Whiten para las condiciones de $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{63,2}$.

En la tabla 3.12 se muestran los valores identificados de los coeficientes del modelo de Whiten, se observa que los valores del diámetro máximo disminuyeron con respecto a las condiciones anteriores ($K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$). Los valores del diámetro mínimo se mantienen similares a los valores anteriores, no se sigue una tendencia definida. Los valores del parámetro K_3 experimentan un descenso con la disminución del contenido de serpentina.

A partir de la identificación de los coeficientes se obtienen los valores del modelo de Whiten. Estos valores mostrados en la tabla 3.13, demuestran que existe un brusco aumento de los valores obtenidos por el modelo con respecto a los valores

experimentales, a diferencia de los dos primeros experimentos. El modelo se aleja considerablemente de ser representativo para estas condiciones.

Tabla 3.12. Valores de los coeficientes para la función C (j) de Whiten (1972).

Condiciones para los coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
	100	75	50	25
	Valor de los coeficientes			
$K_2=d_{80}$	1,921	1,985	1,905	1,930
$K_1=d_{63.2}$	0,580	0,580	0,561	0,457
K_3	1,060	0,790	0,819	0,699

En las condiciones de este experimento para las partículas menores de 0,074 mm la probabilidad de fragmentación se hace nula. La probabilidad de fragmentación crece con el aumento del contenido de limonita, condición que es favorable con respecto a la regularidad que siguen los valores experimentales, solo que los resultados modelados se distancian de la data experimental.

Tabla 3.13. Función clasificación de la fragmentación C (j) de Whiten (1972) para $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{63.2}$.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro S _j experimental y modelado							
	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod	S(j) exp	C(j) mod
2000	0,0859	0,5692	0,2189	0,5998	0,2756	0,6010	0,3511	0,8542
1000	0,0727	0,5227	0,1612	0,5394	0,2174	0,5647	0,2873	0,6465
850	0,0666	0,2784	0,1501	0,2907	0,2056	0,3005	0,2740	0,3331
600	0,0553	0,0702	0,1287	0,0796	0,1825	0,0940	0,2478	0,1053
400	0,0476	0,0236	0,1076	0,0432	0,1588	0,0560	0,2203	0,0584
300	0,0428	0,0008	0,0948	0,0326	0,1440	0,0430	0,2027	0,0510
200	0,0395	0,0006	0,0794	0,0015	0,1258	0,0080	0,1802	0,0089
160	0,0288	0,0001	0,0585	0,0021	0,0988	0,0065	0,1474	0,0076
74	0,0257	0,0000	0,0512	0,0000	0,0890	0,0000	0,1352	0,0000
44	0,0211	0,0000	0,0478	0,0000	0,0745	0,0000	0,1163	0,0000

En la tabla 3.14 se observa el tratamiento estadístico de los valores modelados con respecto a los valores experimentales. Se evidencia que los valores del estadígrafo se acercan a los valores críticos de la tabla, aunque el error estimado no sobrepasa la unidad. Es evidente que se está en presencia de las condiciones más desfavorables de las cuatro variantes realizadas.

Tabla 3.14. Validación estadística de la función C (j) del modelo de Whiten.

No	Cs, %	Coeficientes		Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		K ₂	K ₁					
1	100	d ₈₀	d _{63,2}	0,2467	12,286	15,51	0,8023	0,95
2	75	d ₈₀	d _{63,2}	0,2016	6,2432	15,51	0,8193	0,95
3	50	d ₈₀	d _{63,2}	0,1936	3,9662	15,51	0,7910	0,95
4	25	d ₈₀	d _{63,2}	0,2588	7,4579	15,51	0,7770	0,95

3.3.- Resultados de la identificación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

La determinación conjunta de los parámetros de las funciones de clasificación y distribución de la fragmentación en el programa computacional Matlab, conlleva a que se hayan obtenido valores de los coeficientes de la función de distribución para cada cambio realizado en los coeficientes K₂ y K₁ en la función de clasificación. El valor obtenido de los coeficientes Φ , m y l del modelo de Austin y Luckie (1972) en el programa computacional para cada una de las variantes, se muestra en las tablas 3.15; 3.18; 3.21 y 3.24. Posteriormente aparecen los valores obtenidos de la función de distribución de la fragmentación determinada a partir de la identificación de los coeficientes para cada caso en específico. El cálculo detallado de los indicadores estadísticos para cada condición de experimentación puede observarse en Anexo 2, Tablas A2.1 a la A2.16.

Parámetros de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (para K₂=d₉₅ y K₁=d₅₀).

La tabla 3.15 muestra los resultados de la identificación de los coeficientes para la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972). A juzgar por

el comportamiento del parámetro Φ , con la disminución del contenido de serpentina en la mezcla mineral, la fracción fina aumenta, lo cual confirma las valoraciones de Coello et al. (2008) sobre la molibilidad de la fracción limonítica en la mezcla. Los valores de m y l siguen una tendencia a disminuir al incrementarse el contenido de limonita en la mezcla.

Tabla 3.15. Valores de los coeficientes para la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

Condiciones del Experimento	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
		100	75	50	25
		Valor de los coeficientes			
K ₂ =d ₉₅ y K ₁ =d ₅₀	Φ	0,110	0,470	0,563	1,000
	m	1,533	0,714	0,546	0,532
	l	5,000	3,800	4,214	2,708

En la tabla 3.16 se observan los valores que adquiere la función distribución de la fragmentación después de ser identificados los parámetros, como puede observarse los valores modelados discrepan de los valores experimentales, a medida que disminuye el contenido de serpentina estos valores del modelo alcanzan una gradual similitud con la data experimental.

Tabla 3.16. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado							
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	0,6356	0,0658	0,7660	0,3248	0,7850	0,5701	0,8041	0,6914
850	0,5716	0,0420	0,7215	0,2759	0,7428	0,5101	0,7641	0,6341
600	0,4552	0,0195	0,6317	0,2047	0,6583	0,4054	0,6848	0,5268
400	0,3492	0,0096	0,5412	0,1503	0,5720	0,3121	0,6028	0,4245
300	0,2843	0,0061	0,4849	0,1219	0,5178	0,2597	0,5507	0,3642
200	0,2220	0,0032	0,4054	0,0910	0,4501	0,2005	0,4847	0,2935
160	0,1410	0,0023	0,3789	0,0776	0,4244	0,1740	0,3898	0,2606
74	0,1154	0,0007	0,3143	0,0448	0,3579	0,1065	0,3546	0,1729
44	0,1006	0,0003	0,2754	0,0309	0,3247	0,0765	0,3488	0,1311

Sin embargo, los valores de B (i,j) obtenidos por el modelo son mayores para la componente limonítica que para la serpentinitica y a medida que aumenta el contenido de serpentina en el mineral disminuyen los valores de B, al igual que los valores experimentales obtenidos por Laborde (2005) y Coello *et al.* (2008). Esto quiere decir que el aporte parcial que se realiza a las clases superiores es mucho mayor que el que está presente en las clases inferiores, al igual que para los mayores contenidos de material grueso (serpentina), la fragmentación ocurre de forma más lenta debido a la prevalencia del contenido de serpentina.

En la figura 3.1 aparece la relación entre los valores de la función de distribución modelados y experimentales, se observa una similitud entre los valores obtenidos por el modelo y los valores experimentales (para 25 % de serpentina), con coeficiente de correlación de 0,982; sin embargo para contenidos por encima de 50 % de serpentina la correlación entre los valores modelados y los experimentales no es representativa (ver Anexo 2, Figuras A2.1, A2.2 y A2.3).

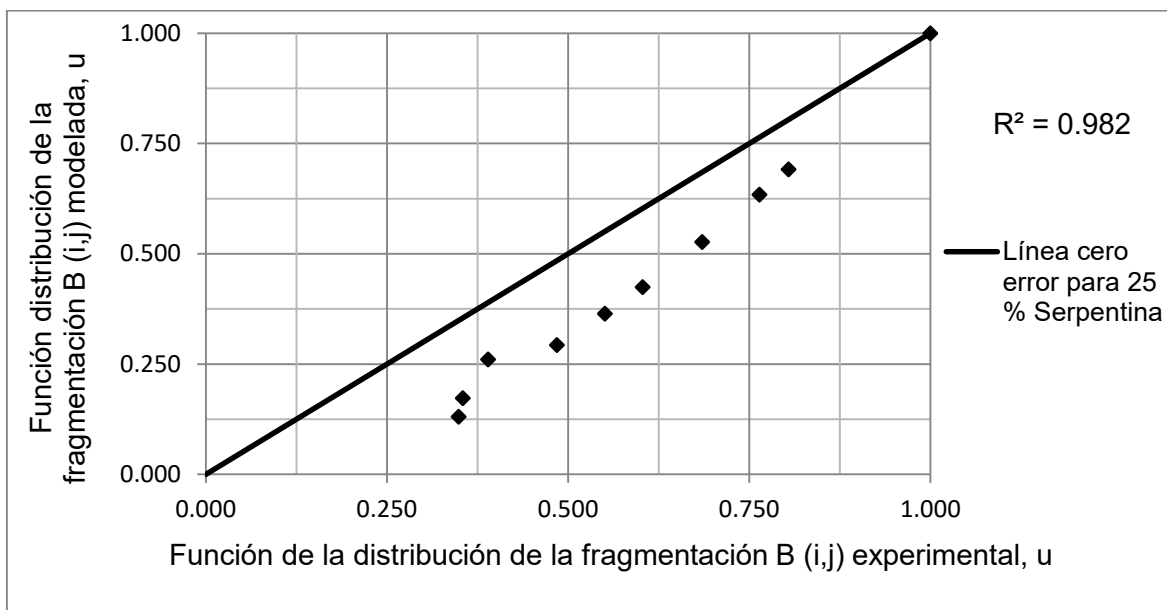


Fig. 3.1. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales.

En la tabla 3.17 se muestra el tratamiento estadístico realizado a los resultados de este experimento, se observa que existen valores calculados del criterio Chi-cuadrado superiores al valor crítico de la tabla (para 100 y 75 % de serpentina),

sin embargo cuando predomina la limonita en el mineral el modelo se asemeja a los datos experimentales. Este modelo para las condiciones dadas solo se ajusta a la data experimental para contenidos de serpentina inferiores al 50 %.

Tabla 3.17. Validación estadística de la función B (i,j) del modelo de Austin y Luckie (1972) .

No	Cs, %	Coeficientes			Error Estimado, S	Chi-cuadrado cal	Chi-cuadrado tab	R ²	Proba.
		Φ	m	l					
1	100	0,11	1,53	5,00	0,367	28,231	15,51	0,6311	0,95
2	75	0,47	0,71	3,80	0,384	16,122	15,51	0,7923	0,95
3	50	0,56	0,54	4,21	0,262	2,887	15,51	0,9649	0,95
4	25	1,00	0,53	2,70	0,178	1,004	15,51	0,9820	0,95

Parámetros de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (para K₂=d₉₅ y K₁=d_{63.2}).

A juzgar por los valores que adquiere el parámetro que describe la fracción fina en la mezcla mineral (Φ) (tabla 3.18), se puede decir que experimenta una tendencia similar a las condiciones anteriores (K₂=d₉₅ y K₁=d₅₀), tiende a prevalecer la fracción fina con la disminución del contenido de serpentina. Los valores de los parámetros m y l siguen tendencias parecidas a los valores adquiridos en las condiciones anteriores.

Tabla 3.18. Valores de los coeficientes para la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

Condiciones del Experimento	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
		100	75	50	25
K ₂ =d ₉₅ y K ₁ =d _{63.2}	Φ	0,110	0,363	0,563	1,000
	m	0,627	0,563	0,546	0,500
	l	5,000	4,338	4,214	4,255

En la tabla 3.19 se encuentran los valores de la función de distribución de la fragmentación del modelo en estudio (Austin y Luckie, 1972) para las condiciones de este experimento, se puede observar que a medida que disminuye el

Tabla 3.19. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado							
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	0,6356	0,0991	0,7660	0,2769	0,7850	0,4094	0,8041	0,7071
850	0,5716	0,0767	0,7215	0,2395	0,7428	0,3650	0,7641	0,6519
600	0,4552	0,0539	0,6317	0,1874	0,6583	0,2947	0,6848	0,5477
400	0,3492	0,0404	0,5412	0,1470	0,5720	0,2345	0,6028	0,4471
300	0,2843	0,0336	0,4849	0,1247	0,5178	0,2002	0,5507	0,3872
200	0,2220	0,0260	0,4054	0,0991	0,4501	0,1604	0,4847	0,3162
160	0,1410	0,0226	0,3789	0,0874	0,4244	0,1420	0,3898	0,2828
74	0,1154	0,0139	0,3143	0,0566	0,3579	0,0932	0,3546	0,1923
44	0,1006	0,0101	0,2754	0,0422	0,3247	0,0702	0,3488	0,1483

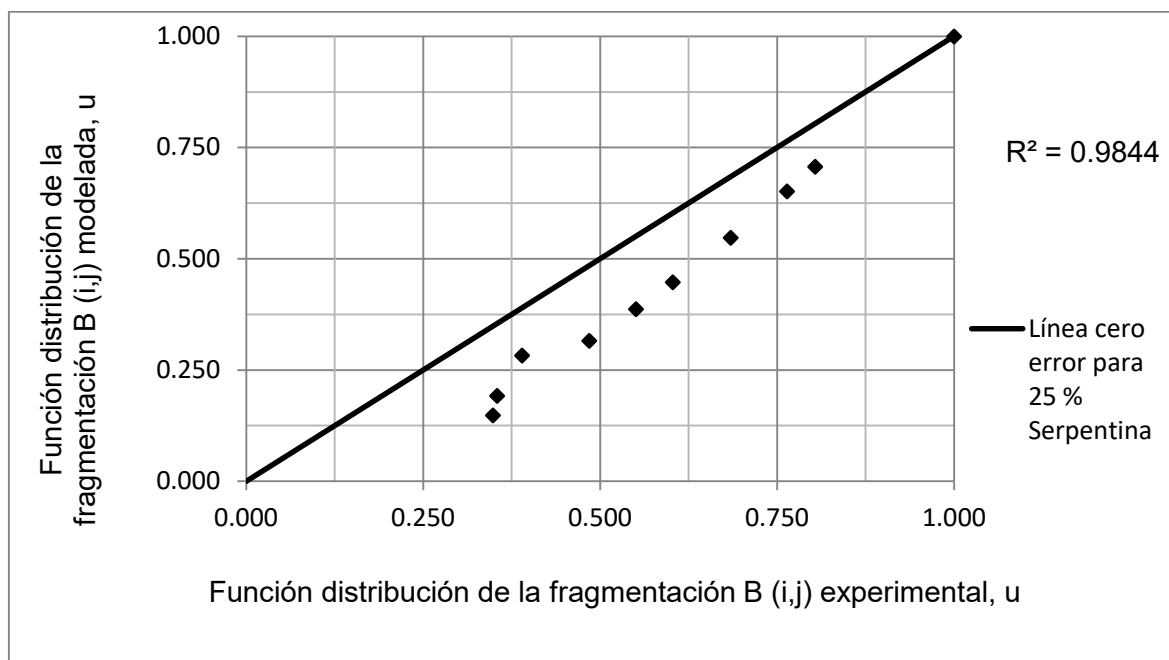


Fig. 3.2. Correlación entre los valores de B(i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales .

contenido de serpentina los valores del modelo se acercan más a la data experimental, de la misma forma que ocurrió en el primer experimento. El mayor aporte parcial de la clase fragmentada (según el modelo) hacia las clases inferiores, se evidencia con los mayores contenidos de serpentina y viceversa, lo que demuestra que la fractura del mineral se hace más difícil con bajos contenidos de limonita.

La figura 3.2 muestra una buena correlación para los datos modelados y los experimentales (para 25 % de serpentina), solo que al igual que el experimento anterior se ratifica para esta clase mineralógica, es evidente una baja linealidad para los valores modelados y experimentales cuando predomina la serpentina en el mineral. (Ver Anexo 2, figuras A2.4, A2.5 y A2.6).

El análisis estadístico de los valores estimados se observa en la tabla 3.20, existen regularidades similares al anterior experimento, el valor del criterio Chi-cuadrado calculado supera el valor crítico de la tabla para 100 % de serpentina, sin embargo la linealidad entre los valores modelados y experimentales es mayor a (0.90) solo para un bajo contenido de serpentina (25 %), el modelo solo representa los datos experimentales para un contenido de limonita de 75 %.

Tabla 3.20. Validación estadística de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie (1972).

No	Cs, %	Coeficientes			Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		Φ	m	l					
1	100	0,11	0,62	5,00	0,340	16,968	15,51	0,658	0,95
2	75	0,36	0,56	4,33	0,396	9,362	15,51	0,734	0,95
3	50	0,56	0,54	4,21	0,341	4,932	15,51	0,853	0,95
4	25	1,00	0,50	4,25	0,157	0,723	15,51	0,984	0,95

Parámetros de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie (1972) (para $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$).

En la tabla 3.21 se muestran los valores de los parámetros de la función de distribución de Austin y Luckie (1972) para las condiciones de experimentación dadas. Bajo las condiciones de este experimento el contenido de finos en la

mezcla mineral desciende con respecto a los valores obtenidos en la experimentación anterior. Se puede decir que el coeficiente l alcanza su máximo valor para 100 % de serpentina en el mineral, y va decreciendo con la disminución de esta componente; el coeficiente m se mantiene cercano al rango mínimo de sus valores (0.5), y similarmente experimenta un descenso.

La tabla 3.22 muestra los valores que adquiere la función de distribución de la fragmentación después que son identificados los coeficientes del modelo, los resultados obtenidos muestran que los valores de esta función se acercan a la data experimental para las clases superiores cuando prevalecen bajos contenidos de serpentina (25 y 50 %), para altos contenidos de serpentina (75 y 100 %) el aporte acumulativo de la clase fragmentada obtiene sus mayores valores en las clases superiores, demuestra que existe una pobre fragmentación del mineral en estas clases, ya que prevalece la fracción gruesa y de menor molibilidad (serpentina).

Tabla 3.21. Valores de los coeficientes para la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

Condiciones del Experimento	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
		100	75	50	25
		Valor de los coeficientes			
$K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$	Φ	0,328	0,488	0,638	0,680
	m	0,533	0,484	0,421	0,365
	l	5,000	4,424	3,480	2,633

En la figura 3.3 se muestra la correlación entre los valores de la función distribución obtenida por el modelo y los valores obtenidos experimentalmente por Laborde (2005), para 25 % de serpentina. La linealidad de estos valores disminuyó con respecto a los experimentos anteriores, solo se alcanza un 0,91. En el Anexo 2, (Figuras A2.7, A2.8 y A2.9), se pueden ver las gráficas pertenecientes a las composiciones sustanciales restantes.

Tabla 3.22. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado							
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	0,6356	0,2480	0,7660	0,3725	0,7850	0,5088	0,8041	0,5795
850	0,5716	0,2175	0,7215	0,3340	0,7428	0,4633	0,7641	0,5311
600	0,4552	0,1746	0,6317	0,2748	0,6583	0,3896	0,6848	0,4515
400	0,3492	0,1396	0,5412	0,2243	0,5720	0,3251	0,6028	0,3823
300	0,2843	0,1196	0,4849	0,1949	0,5178	0,2873	0,5507	0,3422
200	0,2220	0,0963	0,4054	0,1601	0,4501	0,2419	0,4847	0,2940
160	0,1410	0,0855	0,3789	0,1437	0,4244	0,2202	0,3898	0,2707
74	0,1154	0,0567	0,3143	0,0990	0,3579	0,1591	0,3546	0,2039
44	0,1006	0,0430	0,2754	0,0770	0,3247	0,1278	0,3488	0,1686

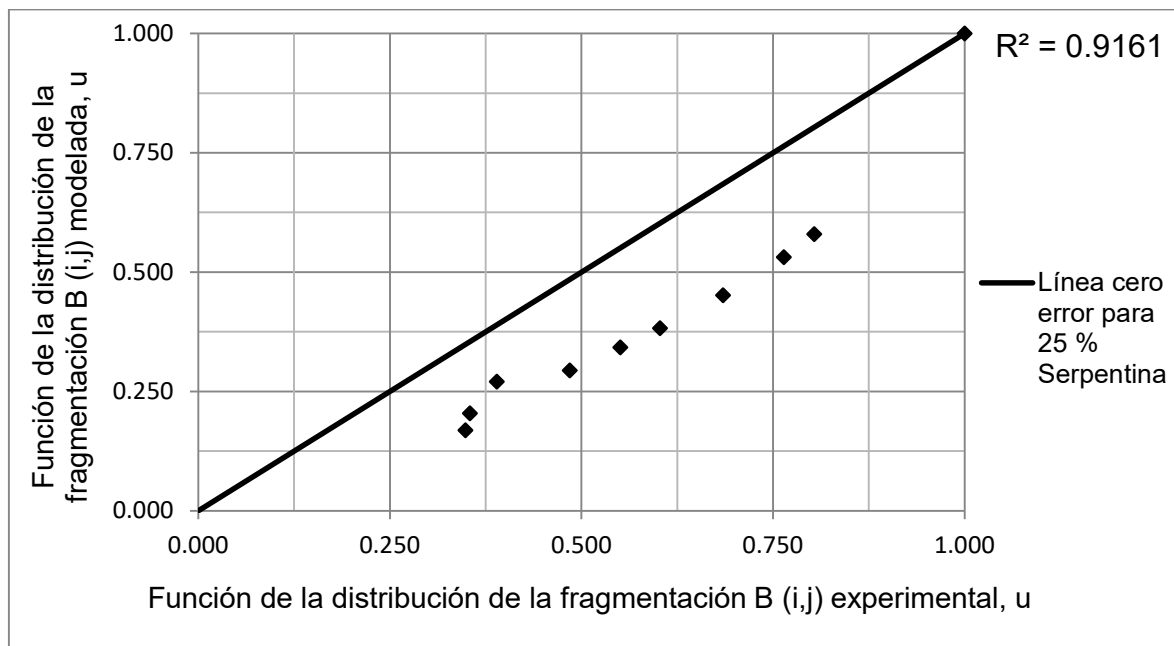


Fig. 3.3. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales.

Los valores del criterio del Chi-cuadrado calculado para la data modelada con respecto a los valores experimentales, que se muestran en la tabla 3.23, no superan los valores críticos de la tabla, sin embargo la linealidad entre los valores modelados y los experimentales solo supera el 0.90 para bajos contenidos de serpentina (50 y 25 %), demostrándose que el modelo bajo las condiciones del experimento no se ajusta completamente a los resultados experimentales.

Tabla 3.23. Validación estadística de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

No	Cs, %	Coeficientes			Error Estimado, S	Chi-cuadrado, cal	Chi-cuadrado, tab	R ²	Probabilidad
		Φ	m	l					
1	100	0,32	0,53	5,00	0,237	2,513	15,51	0,787	0,95
2	75	0,48	0,48	4,42	0,320	3,948	15,51	0,814	0,95
3	50	0,63	0,42	3,48	0,251	1,797	15,51	0,91	0,95
4	25	0,68	0,36	2,63	0,211	1,044	15,51	0,92	0,95

Parámetros de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (para $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{63.2}$).

En la tabla 3.24 se muestran los valores de los parámetros de la función distribución de la fragmentación. El contenido de finos para las condiciones de este experimento aumenta considerablemente, tal es el caso de que para contenidos de serpentina por debajo del 50 %, prevalece la fracción fina. Los coeficientes m y l siguen una tendencia similar a las condiciones del experimento anterior.

Tabla 3.24. Valores de los coeficientes para la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

Condiciones del Experimento	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
		100	75	50	25
$K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{63.2}$	Φ	0,769	0,804	1,000	1,000
	m	0,533	0,484	0,413	0,370
	l	4,252	3,634	3,326	3,141

Los valores de la función de distribución después de ser identificados los coeficientes del modelo (Austin y Luckie, 1972) se muestran en la tabla 3.25, se observa un claro acercamiento de los datos modelados a los experimentales, tanto para las clases superiores como para las inferiores. Es evidente que existe para las condiciones de este experimento una estrecha relación entre los valores obtenidos por el modelo y los valores experimentales.

Tabla 3.25. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado							
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	0,6356	0,5435	0,7660	0,5910	0,7850	0,7513	0,8041	0,7739
850	0,5716	0,4934	0,7215	0,5405	0,7428	0,7026	0,7641	0,7287
600	0,4552	0,4062	0,6317	0,4518	0,6583	0,6086	0,6848	0,6407
400	0,3492	0,3265	0,5412	0,3699	0,5720	0,5148	0,6028	0,5515
300	0,2843	0,2800	0,4849	0,3216	0,5178	0,4572	0,5507	0,4958
200	0,2220	0,2255	0,4054	0,2642	0,4501	0,3868	0,4847	0,4268
160	0,1410	0,2003	0,3789	0,2372	0,4244	0,3528	0,3898	0,3930
74	0,1154	0,1328	0,3143	0,1634	0,3579	0,2567	0,3546	0,2955
44	0,1006	0,1007	0,2754	0,1271	0,3247	0,2071	0,3488	0,2438

En la figura 3.4 se muestra la relación entre los valores determinados a partir del modelo y los valores experimentales, se observa una estrecha relación entre los datos experimentales y los datos modelados (para 50 % de serpentina), alcanzándose un coeficiente de correlación de 0.9982, las figuras pertenecientes a las demás composiciones sustanciales también evidencian una buena correlación (superior a 0.96) (Ver en el Anexo 2, Fig. A2.10 a la A2.12).

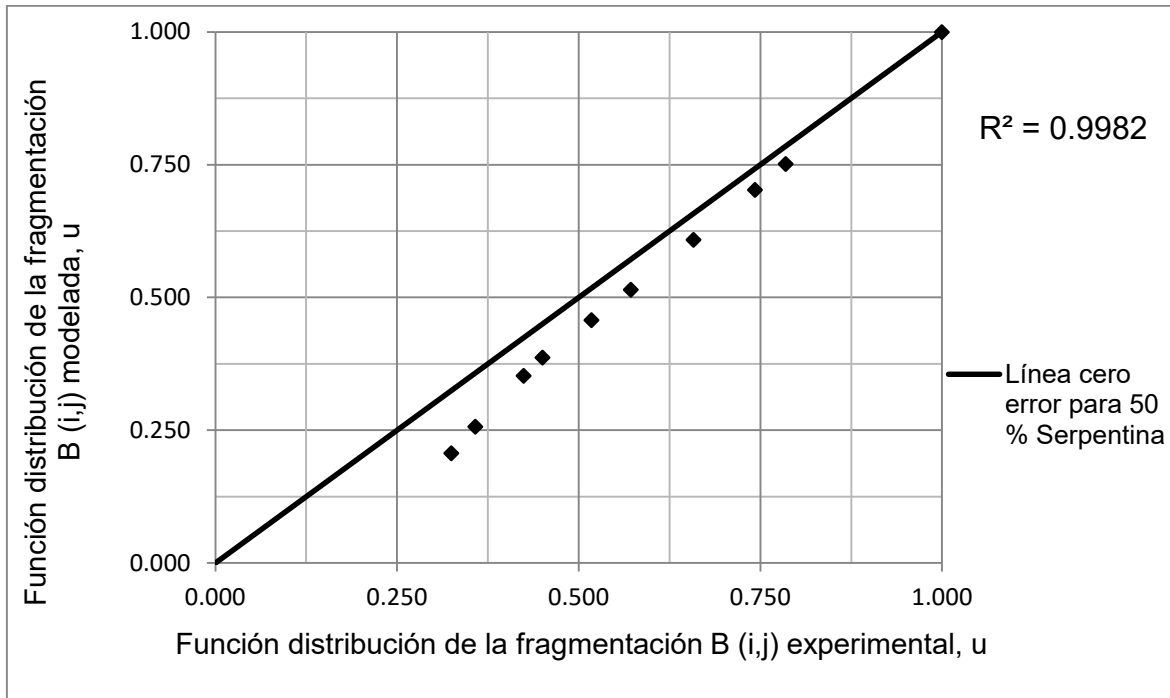


Fig. 3.4. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales.

En la tabla 3.26 se muestra el análisis estadístico de los resultados del experimento, a juzgar por estos resultados se puede decir que los valores calculados del criterio Chi-cuadrado para las condiciones del experimento no superan la unidad, y los errores son insignificantes, demostrándose así la representatividad del modelo bajo estas circunstancias.

Tabla 3.26. Validación estadística de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

No	Cs, %	Coeficientes			Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		Φ	m	l					
1	100	0,76	0,53	4,25	0,052	0,555	15,51	0,978	0,95
2	75	0,80	0,48	3,63	0,172	0,819	15,51	0,967	0,95
3	50	1,00	0,41	3,32	0,075	0,154	15,51	0,998	0,95
4	25	1,00	0,37	3,14	0,059	0,082	15,51	0,987	0,95

3.4.- Resultados de la estimación de los parámetros de la función S (j) de Austin (1976).

Las tablas que muestran la metodología detallada para obtener los coeficientes a y α en la función de selección de Austin (1976) se pueden ver en el Anexo 2, Tablas (de la 2.18 a la 2.24). En la tabla 3.27 se muestran los resultados de los coeficientes de la función selección, que fueron obtenidos en una plantilla de Excel a través de una regresión lineal. El coeficiente a muestra un incremento en sus valores a medida que disminuye el contenido de serpentina, sin embargo el coeficiente α aumenta gradualmente hasta un 75 % de serpentina y de ahí en adelante, comienza a mostrar irregularidad.

Tabla 3.27. Valores de los coeficientes para la función S (j) de Austin (1976).

No	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %						
		100	85	75	50	25	10	0
		Valor de los coeficientes						
1	a	0,066	0,133	0,160	0,218	0,287	0,513	0,559
2	α	0,374	0,424	0,434	0,342	0,290	0,249	0,351

En la tabla 3.28 se observan los valores de la función selección de Austin (1976), después de ser identificados los coeficientes de este modelo. Solo se muestran los valores obtenidos para las composiciones mineralógicas de 100, 75, 50 y 25 %, para ver las restantes mezclas en (Anexo 2, Tabla A2.17). Como se puede observar en la tablas 3.19 y A2.17, los valores obtenidos de la función selección de la fragmentación por el modelo son sumamente semejantes a los valores experimentales.

La figura 3.5 muestra la relación entre los valores modelados y los valores experimentales (para 100 % de limonita), obteniéndose un coeficiente de correlación de 0,9989, lo que demuestra la similitud entre los valores obtenidos por el modelo y los datos experimentales. En el caso de las mezclas restantes (ver Anexo 3, Figuras de la A3.1 a la A3.6) los valores de correlación entre los datos modelados y los experimentales son similares.

Tabla 3.28. Función selección de la fragmentación de Austin (1976).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro S_j experimental y modelado							
	$S(j)$ exp	$S(j)$ mod	$S(j)$ exp	$S(j)$ mod	$S(j)$ exp	$S(j)$ mod	$S(j)$ exp	$S(j)$ mod
2000	0,0859	0,0861	0,2189	0,2159	0,2756	0,2758	0,3511	0,3501
1000	0,0727	0,0665	0,1612	0,1599	0,2174	0,2177	0,2873	0,2871
850	0,0666	0,0625	0,1501	0,1490	0,2056	0,2059	0,2740	0,2738
600	0,0553	0,0549	0,1287	0,1281	0,1825	0,1828	0,2478	0,2475
400	0,0476	0,0472	0,1076	0,1075	0,1588	0,1592	0,2203	0,2200
300	0,0428	0,0424	0,0948	0,0949	0,1440	0,1443	0,2027	0,2024
200	0,0395	0,0364	0,0794	0,0796	0,1258	0,1256	0,1802	0,1799
160	0,0288	0,0335	0,0585	0,0722	0,0988	0,1164	0,1474	0,1686
74	0,0257	0,0251	0,0512	0,0517	0,0890	0,0895	0,1352	0,1348
44	0,0211	0,0207	0,0478	0,0413	0,0745	0,0749	0,1163	0,1159

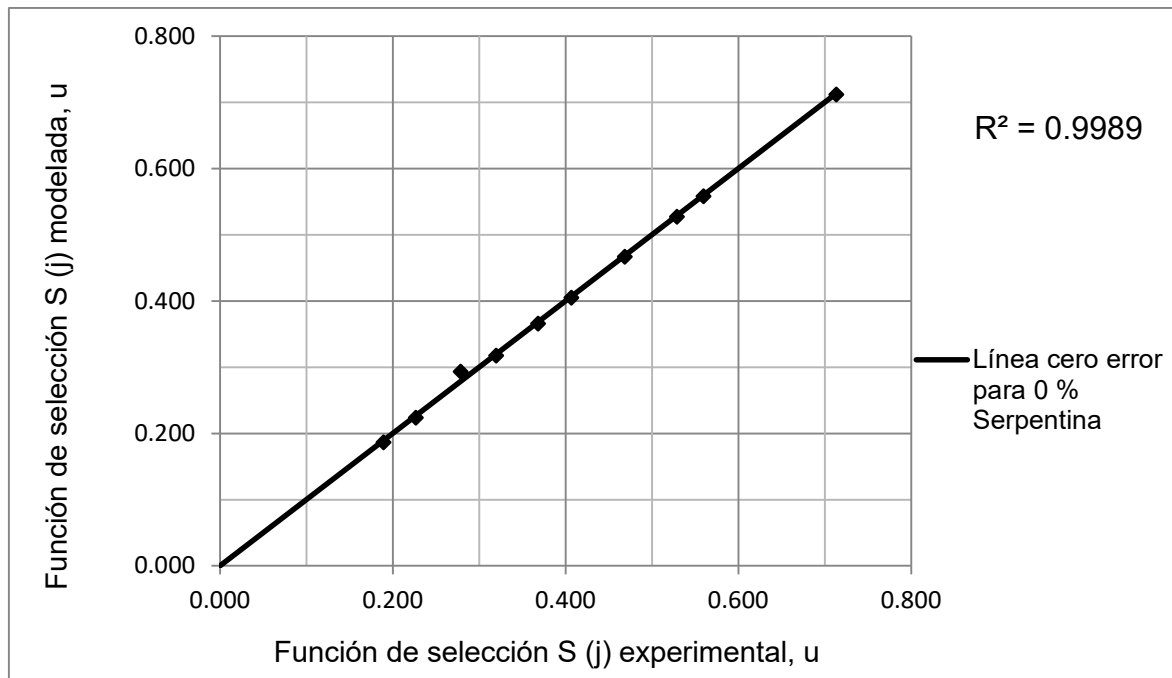


Fig. 3.5. Correlación entre los valores de $S(j)$ estimados por el modelo y los valores experimentales.

El análisis estadístico de los valores estimados por el modelo (tabla 3.29) demuestra claramente que la diferencia entre los valores obtenidos por el modelo y los valores experimentales es insignificante, así lo demuestra el error estimado, el estadígrafo del Chi-cuadrado y la linealidad obtenida.

Tabla 3.29. Validación estadística de la función S (j) de Austin (1976).

No	Cs, %	Coeficientes		Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		a	α					
1	100	0,0665	0,3738	0,0020	0,0009	15,51	0,991	0,95
2	85	0,1333	0,4237	0,0061	0,0049	15,51	0,987	0,95
3	75	0,1599	0,4336	0,0055	0,0037	15,51	0,992	0,95
4	50	0,2177	0,3415	0,0063	0,0027	15,51	0,993	0,95
5	25	0,2871	0,2903	0,0075	0,0027	15,51	0,992	0,95
6	10	0,5126	0,2492	0,0101	0,0019	15,51	0,994	0,95
7	0	0,5586	0,3508	0,0057	0,0009	15,51	0,998	0,95

3.5.- Resultados de la estimación de los parámetros de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

En la tabla 3.30 se pueden observar los valores de los coeficientes de la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972), la metodología para su determinación se muestra en el Anexo 3, tablas (A3.2 a la A3.8). Como se puede evidenciar en la tabla 3.30 existe una regularidad entre los coeficientes Φ , m y l y la composición sustancial del mineral, ya que el primero aumenta con la disminución del contenido de serpentina y los dos restantes disminuyen gradualmente al aumentar el contenido de limonita.

La tabla 3.31 muestra los resultados obtenidos de la función de distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972) al ser identificados los coeficientes de este modelo con ayuda de la herramienta computacional Excel. Solo se muestran los valores obtenidos para las composiciones mineralógicas de 100, 75, 50 y 25 %, para ver las restantes mezclas en (Anexo 3, Tabla A3.1). A juzgar por los resultados de la tabla 3.31, se puede decir que la diferencia entre los valores del

modelo y los valores experimentales es insignificante. El mayor aporte acumulativo que realiza la monoclasa que se fragmenta, según datos de la tabla 3.31, se puede evidenciar para los altos contenidos de limonita, lo que demuestra que la mayor retención del material en las clases superiores está presente con el incremento del contenido de serpentina en la mezcla, corroborándose lo expuesto por Coello *et al.* 2008, donde plantea que con la presencia de serpentina en las mezclas resulta más difícil la molienda fina del mineral.

Tabla 3.30. Valores de los coeficientes de la función B (i,j) de Austin y Luckie (1972).

No	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %						
		100	85	75	50	25	10	0
		Valor de los coeficientes						
3	Φ	0,487	0,640	0,721	0,734	0,741	0,754	0,798
4	m	0,346	0,292	0,252	0,215	0,198	0,147	0,120
5	l	0,657	0,479	0,388	0,347	0,315	0,268	0,221

Tabla 3.31. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado							
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	0,6356	0,7086	0,7660	0,8185	0,7850	0,8414	0,8041	0,8265
850	0,5716	0,6547	0,7215	0,7812	0,7428	0,8082	0,7641	0,7904
600	0,4552	0,5538	0,6317	0,7070	0,6583	0,7416	0,6848	0,7183
400	0,3492	0,4574	0,5412	0,6298	0,5720	0,6713	0,6028	0,6427
300	0,2843	0,4003	0,4849	0,5804	0,5178	0,6257	0,5507	0,5939
200	0,2220	0,3328	0,4054	0,5175	0,4501	0,5668	0,4847	0,5314
160	0,1410	0,3010	0,3789	0,4859	0,4244	0,5369	0,3898	0,4999
74	0,1154	0,2146	0,3143	0,3915	0,3579	0,4457	0,3546	0,4048
44	0,1006	0,1720	0,2754	0,3387	0,3247	0,3935	0,3488	0,3512

En la figura 3.21 se alcanza un coeficiente de correlación entre los datos experimentales y los datos modelados de 0,9894, para 100 % de serpentina. Esto demuestra que el modelo de trabajo en este caso es representativo, siendo así también para las distintas composiciones mineralógicas (ver anexo 3, Figuras de la A3.1 a la A3.7).

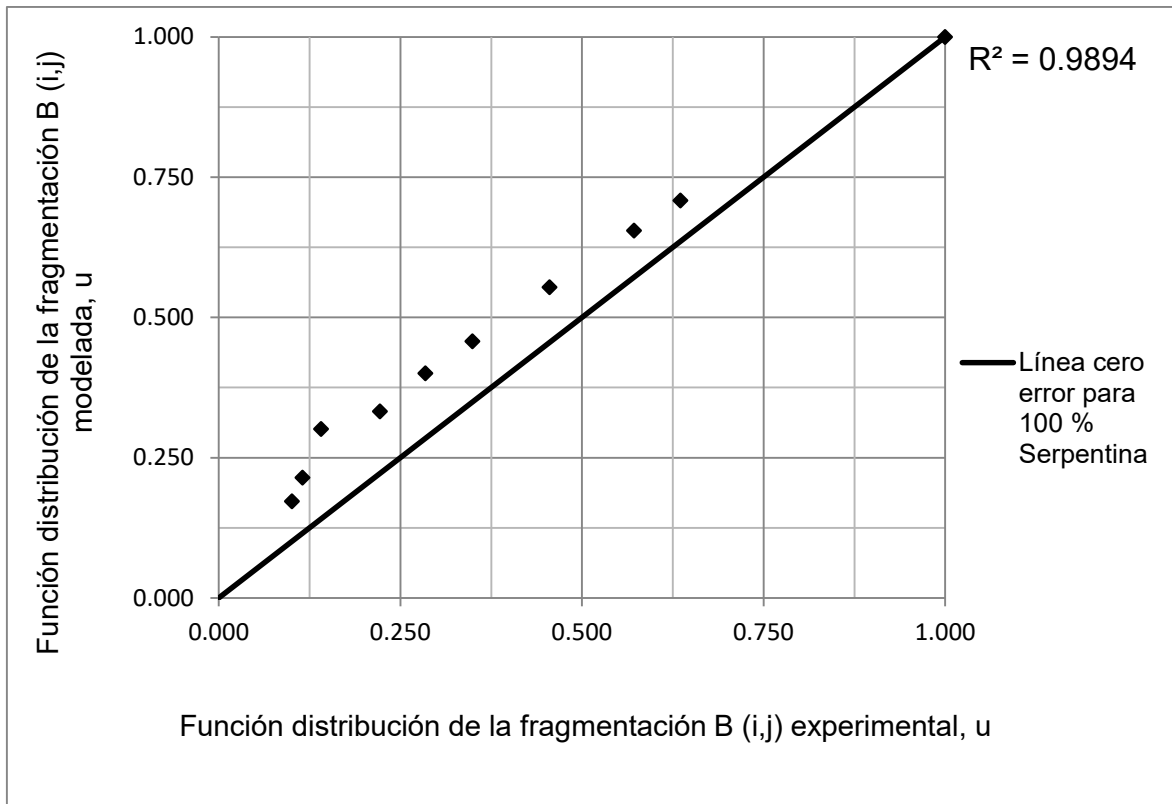


Fig. 3.6. Correlación entre los valores de B(i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales.

Con respecto a la tabla 3.32 del análisis estadístico de los valores estimados por el modelo, se puede decir que los errores obtenidos para las distintas mezclas son satisfactorios para las condiciones dadas, al igual que los valores calculados del criterio de Chi-cuadrado, este último siempre es inferior al valor crítico de la tabla. La linealidad que existe entre los valores modelados y los valores experimentales es siempre superior al 0.96, lo que indica la semejanza de los resultados. El modelo se ajusta de manera adecuada a los datos experimentales.

Tabla 3.32. Validación estadística de la función B(i,j) de Austin y Luckie (1972).

No	Cs, %	Coeficientes			Error Estimado, S	Chi- cuadrado cal	Chi- cuadrado tab	R ²	Probabilidad
		Φ	m	l					
1	100	0,48	0,34	0,65	0,112	0,292	15,51	0,98	0,95
2	85	0,64	0,29	0,47	0,107	0,206	15,51	0,98	0,95
3	75	0,72	0,25	0,38	0,089	0,120	15,51	0,98	0,95
4	50	0,73	0,21	0,34	0,097	0,129	15,51	0,98	0,95
5	25	0,74	0,19	0,31	0,053	0,043	15,51	0,98	0,95
6	10	0,75	0,14	0,26	0,107	0,136	15,51	0,97	0,95
7	0	0,79	0,12	0,22	0,102	0,114	15,51	0,97	0,95

Conclusiones del capítulo III

1. Al determinar los coeficientes del modelo de Whiten (1972) con el apoyo del programa computacional Matlab, se obtuvieron los resultados más cercanos a la data experimental cuando $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{50}$, llegándose a alcanzar un coeficiente de correlación de 0,9308 entre los valores del modelo y los valores experimentales.
2. El modelo de Austin (1976) usado para determinar la función de selección con ayuda de la herramienta computacional Excel, satisface los datos experimentales, alcanzándose un coeficiente de correlación promedio de 0,99.
3. Cuando se determinó la función distribución de la fragmentación por el modelo de Austin y Luckie (1972), con ayuda del programa Matlab para obtener sus parámetros, se alcanzó un coeficiente de correlación promedio de 0,97 bajo las condiciones de $K_2=d_{80}$ y $K_1=d_{63.2}$.
4. El modelo de Austin y Luckie (1972) utilizado para determinar los valores de la función distribución, con ayuda del programa Excel, es considerado representativo, con un coeficiente de correlación promedio de 0,96.

CONCLUSIONES GENERALES

1. Se identificaron los parámetros de fractura de las funciones investigadas. En todos los casos estos parámetros dependen de la relación de las fracciones limoníticas y serpentínicas en las mezclas lateríticas. Particularmente los parámetros de los modelos de Austin (1976) y Austin y Luckie (1972) siguen una regularidad definida.
2. Las funciones de Austin (1976) y Austin y Luckie (1972) caracterizan el comportamiento de los eventos de fractura y los mecanismos de fragmentación que tienen lugar en el mineral laterítico, con lo cual se incorpora una nueva herramienta en la modelación y simulación de la molienda del mineral laterítico.

RECOMENDACIONES

- ✓ Elaborar modelo matemático y su programa computacional que permita la simulación de la molienda del mineral laterítico usando las funciones de Austin (1976) y Austin y Luckie (1972).

BIBLIOGRAFÍA

- 1- ALATOLA, J. Charge Dynamics in Tumbling Mills: Simulation and Measurements with an In-Mill Sensor. PhD Thesis Lulea University of Technology, Sweden (2011).
- 2- ALDANA S. E y LEGRÁ L. A. Optimización de la productividad y la fineza de la molienda en la planta de preparación de minerales de la empresa "Cmdte Ernesto Che Guevara". Centro de Investigación de la Laterita, Moa, Holguín, 1996.
- 3- ALVAREZ B, R., MENÉNDEZ, J. M., COELLO, A. L.: Evaluación de la influencia de los modelos de representación de distribución de tamaños de partícula en el índice de bond, Universidad de Oviedo, España (2009), pp 166.
- 4- ANDREIVE, S., PEROV, V., ZVERIEVICH, V. Trituración, desmenuzamiento y cribado de minerales, Editorial Mir, Moscú (1980).
- 5- ATTOU, A., CLEPKENS, O y GUSTIN, R. Modelisation de la fragmentation de matiere solide dans un concasseur a chocs a axe horizontal. In C.T.P. Report TP.909.99, pp.19 –28 (1999).
- 6- AUSTIN, L. G. & CONCHA, F.: Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación. Green Print Impresores, Concepción, Chile, 392 p (1994).
- 7- AUSTIN, L. G. & LUCKIE, P. T: Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. Powder Technology 5: 1972.
- 8- AUSTIN, L. G. , LUCKIE, P. T., Y SEEBACH, H. M. Optimization of a cement milling circuit with respect to particle size distribution and strength development by simulation models. Dechema Monograph,. pág 519-537. 1976.
- 9- AUSTIN, L.G., MENACHO, J.M., PEARCY, F. A general model for semi-autogenous and autogenous milling. In: Proceedings of the 20th International Symposium of Applications of Computers and Maths in Mineral Industries. Metallurgy, vol. 2. SAIMM, pp. 107–126 (1987).
- 10-AUSTIN, L. G. and KLIMPEL, R. R. The theory of grinding operations. Ind. Eng. Chem., 56, pp. 18 – 29 (1964).
- 11-BASS, L. Zur theorie der mahlvorgange. Zeits Angew Maths. Phys 5, pp 283 – 292 (1954).

- 12-BWALAYA, M., OMISO, M. H. Y HINDE, A. L. The use of the discrete element method and fracture mechanics to improve grinding rate prediction. Minerals Engineering. Vol. 14, No. 6, pp. 565-573 (2001).
- 13-BROADBENT, S. R. and CALLCOTT, T.G. A matrix analysis of process involving particle assemblies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A249, pp. 99–123 (1956).
- 14-CLEARY, P. W. Recent advances in DEM modelling of tumbling mills. Mineral Engineering, Vol. 14, No. 10, pp. 1295 – 1319 (2001).
- 15-COELLO, V. ALFREDO. Consideraciones sobre la molienda seca de minerales lateríticos. Minería y Geología, XIII (2); 57-60; 1993 (a).
- 16-COELLO, V. ALFREDO. Mejoramiento de la tecnología de la molienda seca de la laterita. (Tesis de doctorado) Instituto de Minas de San Petersburgo, Rusia, 1993 (b).
- 17-COELLO, A. L.; MENÉNDEZ, J. M. & BROWN, R. L.: Grindability of lateritic nickel ores in Cuba. Powder Technology 182: 113–115 (2008).
- 18-COELLO-VELÁZQUEZ A. L. AND FALCÓN J. Considerations of the dry grinding of laterite ore. Technical paper to poster XVII International Mineral Processing Congress. Dresden. GDR, Sept. 23-28, 1991.
- 19-COELLO-VELÁZQUEZ A. L. Y TIJONOV O. H., “Regularidad en la molienda de los minerales lateríticos”. Minería y Geología XIII (3),: 57-60, 1996.
- 20-COELLO-VELÁZQUEZ A. L., MENÉNDEZ-AGUADO J.M., HECHAVARRÍA-PÉREZ J.R., SÁNCHEZ A.B., ALVAREZ B. Toward the determining behavior of fragmentation functions during the impact crushing of minerals. Mineral and metallurgical processing. Vol 28 (2). 82-86 p. (2011).
- 21-COELLO, A. L. & TIJONOV, O. N: Molienda de minerales multicomponentes: Modelo integro-diferencial para la valoración de la energía. Minería y Geología 17(3-4): 49-53. 2001.
- 22-COELLO-VELÁZQUEZ A. L., MARRERO S., HERNÁNDEZ A., “Control de la carga interior del molino a través de terceros parámetros”, Minería y Geología XI (1), pp. 35-39, 1994.
- 23-COELLO-VELÁZQUEZ A. L., MENÉNDEZ, J. M. & BROWN, R. L., L. MARRERO S.: Aportes al conocimiento de la molienda seca de las menas lateríticas, Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente de la República de Cuba, sept. 2009.

- 24-COOKE D. R., Y J. PONGRATZ. Nickel laterite deposits-geological, overview, resources and exploitation. 2003. [http://www. au.com](http://www.au.com).
- 25-DATTA, A., MISHRA, B. K Y RAJAMANI, R. K. Analysis of power draws in ball mills by discrete element method. *Can. Metall. Q.* 38, pp. 133–140. 1999.
- 26-D.W. FUESTERNAU, D.A. SULLIVAN, Comminution of mixture in ball mill, *Trans. AIME* 223 (1962) 152–157.
- 27-D.F. KELSALL, A study of breakage in small continuous open circuit wet ballmill, *Can. Min. J.* 86 (10) (1965) 89–94.
- 28-DJORDJEVIC, N., SHI F.N Y MORRISON, R.D. Applying discrete element modelling to vertical and horizontal shaft impact crushers. *Minerals Engineering* 16, pp. 983 –991. 2003.
- 29-EPSTEIN, B. Logarithmic-normal distribution in breakage of solids, *Ind Eng. Chem.* 40 (12), pp. 2289–2291. 1948.
- 30-EVERTSSON, M. C. Mejorando la Trituradora de Conos. *Rev Minería Panamericana* Diciembre, pp. 34-35. 2002.
- 31-GARCÉS, I., LEÓN, H. y MUÑOZ, H. Aplicación del modelo matricial en una operación de trituración. *Rev. Metal Madrid* 26 (4), pp. 215- 223. 1990.
- 32-GAUDIN, A. M Y MELOY, T. P. Model and comminution distribution equations for repeated fracture, *Trans AIME* 223, pp. 43 – 50. 1962.
- 33-GRIFFITH, A. A. The phenomenon of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Royal Soc. A*, 221, pp. 163-198. 1920.
- 34-HECHAVARRÍA, J. R.; C OELLO, A. L.; L ABORDE, R. & MENÉNDEZ, J. M: Aplicación de los modelos de Nikolov en la trituración por impacto del mineral zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, Cuba. *Minería y Geología* 24(4): 1-17. 2008.
- 35-HECHAVARRÍA, J. R. Modelación de la trituración por impacto en la planta de zeolita de San Andrés. Alfredo L. Coello Velázquez (Tutor). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 149 p. 2011.
- 36-HERBST, J.A Y FUERSTENAU, D. G. Scale–up procedure for grinding mill designs using population balance methods. *Int. Journal Mineral Processing*, Vol 7, pp. 1-31. 1980.

- 37-HERTZ, H. Uber die Berührung fester elastischer Körper. Journal für die Reine und Angewandte. Mathematik 92, pp. 156–171. 1881.
- 38-INGLIS, C. E. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Trans. R. Inst. Naval Arch., 55, pp. 219-241. 1913.
- 39-INOUE, T Y OKAYA, K. Analysis of grinding actions of ball mills by discrete element method. Proc. XIX Int. Min. Proc. Congress. Soc. Min, Metall. Explor. Vol. 1, pp. 191– 196. 1995.
- 40-IRWIN, G. R. Fracturing of Metals, ASM Symposium, Chicago, 1947.
- 41-KAPUR, P. C. and AGRAWAL, P. K., Effect of feed charge weight on the rate of breakage in batch grinding. Trans. IMM, (London) 79, C269 – C274. 1970.
- 42-KAPUR, O. C. Y D. W. FUESTERNAU: “Energy split in multicomponent grinding”, Inst. Journal of mineral processing, Vol 24: ½, Sept., 1988.
- 43-KELSALL, D. F., Reid, K. J. and Restarick, C. J. Continuous grinding in a small wet ball mill. Part III. A study of distribution of residence time. Powder Technology 3, pp. 170 – 178. 1969/70.
- 44-Kelly, E. G., y D. J. Spottiswood. The breakage function, what is it really? Minerals Engineering, Vol 3, No. 5, pp. 405-414. 1990.
- 45-KING, R. P. Modelling and simulation of mineral processing systems, pp. 403. Elsevier 2001.
- 46-KOBACHICAWA, J. A. Diseño de un Controlador por Lógica Difusa para una planta de trituración secundaria y terciaria. Tesis de maestría Universidad de Lima. Perú 2006.
- 47-LABORDE R., COELLO-VELÁZQUEZ A., MARRERO S., ANGULO O. “Productividad y eficiencia energética en el proceso de molienda del mineral laterítico. Rev. Minería y Geología, Vol. XVI (2). 2000.
- 48-LABORDE B. REYNALDO, A COELLO, S. MARRERO. Productividad y Eficiencia energética en el proceso de molienda del mineral laterítico. Revista Minería y Geología. Vol XVII, No. 2 del 2001.
- 49-LABORDE. B, R: Diagnóstico energético en el proceso de molienda de la laterita, en la revista minería - geología, ISSN 0258 5979, No. 3 y 4. 2004.

- 50-LABORDE B, R. Modelación y Simulación del proceso de molienda del mineral laterítico, con composición sustancial variable. PhD Thesis, ISMMMoA, Cuba (2005).
- 51-LEYVA A. M., Modelo de Whiten modificado para modelación de la trituración de la antracita residual de Nicaro. Revista Minería y Geología. Vol XXXI, No. 1 del 2015, pp 13-28. (1972).
- 52-LYNCH A. J., Mineral Crushing and Grinding Circuits. Their simulation, optimisation, design and control. T1. Elsevier. Scientific Publishing Company. Amdertam, Oxford.N.Y.1977.
- 53- LYNCH, J. A. Circuitos de trituración y molienda de minerales. Editorial Rocas y Minerales, Madrid, 1980.
- 54- MENÉNDEZ, J. M; COELLO, A. L; TIJONOV, O. N. & RODRÍGUEZ, M: Implementation of sustainable concepts during comminution process in Punta Gorda nickel ore plant. Powder Technology 170: 153–157. 2006.
- 55-MIKA, T. S., BERLOIZ, L. M. Y FUERTESNEAU, D. G. An approach to kinetics of dry batch milling. Dechema Monografía, pp. 205-240. 1967.
- 56-MISHRA, B. K. Motion analysis in tumbling mills by the discrete element method. Phd Thesis. Department of Metallurgy, University of Utah. 1991.
- 57-MISHRA, B. AND CHEUNG, J. Particle motion and energy distribution in tumbling ball mills. Powder Technology, 105, pp. 222-227. 1999.
- 58-MITROFANOV, S. I., L. A. BARSKI; I. D. SAMYGIN. Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales. Editorial Mir, Moscú, 1982.
- 59-NIKOLOV, S: A performance model for impact crushers. Minerals Engineering 15: 715–721. 2002.
- 60-NIKOLOV, S. Modelling and simulation of particle breakage in impact crushers. Int. J. Miner. Process. 74S, pp. 219 – 225. 2004.
- 61-NÚÑEZ G, Y. y PÉREZ G, S: Modelación a escala de laboratorio del proceso de molienda del mineral laterítico del yacimiento de Punta Gorda. Trabajo de diploma .ISMM. Moa, PP. 56. 2003.
- 62-SCHONERT, K. “Energetic aspect of size reduction of brittle material”. Zem-Klak-Gips. 3, pp 40-44. 1979.
- 63-POURGHARAMANI, P. Effects of ore characteristics on product shape properties and breakage mechanisms in industrial SAG mills. Minerals Engineering. 32. 2012: 30–37. 1979.

- 64-PRASHER, CH. L. *Crushing and Grinding Process Handbook*. Londres, 1987.
- 65-RAJAMANI, R. K., MISHRA, B. K., VENUGOPAL, R AND DATTA, A. Discrete element analysis of tumbling mills. *Powder Technology*, 109, pp. 105 - 112. 2000.
- 66-RAMENTOL, C. R. Factores que influyen en la productividad del proceso de molienda de la ECG, (Tesis de grado) ISMM, Moa, pp. 59. 2012.
- 67-REID, K. J. A solution to the batch grinding equation. *Chemical Engineering Science*, Vol. 20, pp. 953-963. 1965.
- 68-REMENII, K. The theory of grindability and the comminution of binary mixture, Akademia Kiado, Budapest, pp. 144, 1974.
- 69-ROJAS P. ARTURO. Principales fases minerales portadoras de níquel en los horizontes lateríticos del yacimiento de Moa.(Tesis de doctorado) Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, 1995.
- 70-RUMPF, H. Problemstellungen und nuere ergebnisse der bruchtheorie, *Materialprufung*, 3, pp. 253-265. 1961.
- 71-RUMPF, H. Physical aspects of comminution and a new formulation of a law of comminution. *Powder Technology* 7, pp. 145–159. 1973.
- 72-SCHONERT, K y MARKTSHEFFEL, M. Liberation of composite particles by single particle compression, shear and impact loading. Preprints of the Sixth European Symposium Comminution, Nuremberg, pp. 29–45. 1986.
- 73-SHI, FENGNIAN. , KOJOVIC, T., ESTERLE, J. S. Y DAVID, D. An energy-based model for swing hammers mills. *Int. J. Miner. Process.* 71, pp. 147–166. 2003.
- 74-VERA S. LEÓN. Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa. (Tesis de doctorado). Instituto Superior Minero-metalúrgico, Moa, 2001.
- 75-VOGEL, L. & P EUKERT, W. Breakage behavior of different materials— construction of a master curves for the breakage probability. *Powder Technology* 129: 101–110. 2003.
- 76-VOGEL, L. & P EUKERT, W. From single particle impact behaviour to modelling of impact mills. *Chemical Engineering Science* 60(18): 5 164-5 176. 2005.

- 77-WEICHERT, R. Anwendung von Fehlstellenstatistik und Bruchmechanik zur Beschreibung von Zerkleinerungsvorgängen, Zement-Kalk-Gips 45 (1), pp.1 – 8. 1992
- 78-WHITEN, W. J. The simulation of crushing plants with models developed using multiple spline regression. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy 72(10): 257. 1972.
- 79-WHITEN, W. J. & W HITE, M. E. Modeling and simulation of high tonnage crushing plants. En: Proc. 12th Int. Mineral Processing Cong. Sao Paulo, Brasil, 2, 148–158. 1979.
- 80-WHITTLES, D. N., KINGMAN, S., LOWNDES, I Y JACKSON, K. Laboratory and numerical investigation into the characteristics of rock fragmentation. Minerals Engineering 19, pp. 1418–1429. 2006.
- 81-WILLS B., NAPIER T., Mineral processing Technology. 7th edit. Elsevier Science and Technology, ISBN: 0750644508. 2006.

ANEXO 1

Tabla A1.1. Alimentación de mineral al molino.

Tamaño, μm	Alimentación, fracción
2000	0,2280
1000	0,0940
850	0,0400
600	0,0640
400	0,0860
300	0,0300
200	0,0530
160	0,0480
74	0,0950
44	0,0260

Tabla A1.2. Comportamiento de la molienda para la serpentina y diferentes mezclas (P).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %			
	100	75	50	25
	Peso, en fracción			
2000	0,2152	0,1896	0,1765	0,1589
1000	0,0889	0,0812	0,0759	0,0694
850	0,0372	0,0398	0,0404	0,0411
600	0,0596	0,0624	0,0631	0,0640
400	0,0804	0,0820	0,0826	0,0833
300	0,0293	0,0317	0,0325	0,0334
200	0,0520	0,0552	0,0566	0,0582
160	0,0467	0,0479	0,0485	0,0492
74	0,0928	0,0931	0,0931	0,0930
44	0,0077	0,0361	0,0437	0,0550

Tabla A1.3. Valores iniciales de los coeficientes para la función C (j) de Whiten (1972).

No	Condiciones de los coeficientes	Valor del coeficiente, mm
1	$K_2=d_{95}$	6,216
2	$K_2=d_{80}$	1,608
3	$K_1=d_{50}$	0,257
4	$K_1=d_{63,2}$	0,5707

Tabla A1.4. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,0859	0,1472	-0,0614	0,0038	0,0256
1000	0,0727	0,1125	-0,0398	0,0016	0,0141
850	0,0666	0,0788	-0,0122	0,0001	0,0019
600	0,0553	0,0456	0,0097	0,0001	0,0021
400	0,0476	0,0222	0,0254	0,0006	0,0292
300	0,0428	0,0157	0,0271	0,0007	0,0470
200	0,0395	0,0124	0,0271	0,0007	0,0596
160	0,0288	0,0098	0,0189	0,0004	0,0365
74	0,0257	0,0053	0,0204	0,0004	0,0784
44	0,0211	0,0018	0,0193	0,0004	0,2069
SUMA				0,0089	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,0333	
χ_{cal}					0,5013
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.5. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2189	0,1944	0,0245	0,0006	0,0031
1000	0,1612	0,1263	0,0350	0,0012	0,0097
850	0,1501	0,0799	0,0702	0,0049	0,0616
600	0,1287	0,0523	0,0764	0,0058	0,1118
400	0,1076	0,0284	0,0793	0,0063	0,2215
300	0,0948	0,0197	0,0752	0,0057	0,2877
200	0,0794	0,0137	0,0657	0,0043	0,3160
160	0,0585	0,0122	0,0463	0,0021	0,1752
74	0,0512	0,0090	0,0422	0,0018	0,1972
44	0,0478	0,0033	0,0445	0,0020	0,5987
SUMA				0,0347	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,0659	
χ_{cal}					1,9824
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.6. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2756	0,1962	0,0794	0,0063	0,0321
1000	0,2174	0,1283	0,0892	0,0080	0,0620
850	0,2056	0,0813	0,1243	0,0154	0,1900
600	0,1825	0,0691	0,1134	0,0129	0,1861
400	0,1588	0,0298	0,1290	0,0166	0,5579
300	0,1440	0,0222	0,1218	0,0148	0,6674
200	0,1258	0,0194	0,1064	0,0113	0,5832
160	0,0988	0,0143	0,0844	0,0071	0,4965
74	0,0890	0,0112	0,0778	0,0060	0,5383
44	0,0745	0,0083	0,0661	0,0044	0,5255
SUMA				0,1029	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,1134	
χ_{cal}					3,8390
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.7. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,3511	0,2034	0,1476	0,0218	0,1072
1000	0,2873	0,1362	0,1511	0,0228	0,1676
850	0,274	0,0833	0,1908	0,0364	0,4370
600	0,2478	0,0731	0,1747	0,0305	0,4172
400	0,2203	0,0351	0,1852	0,0343	0,9766
300	0,2027	0,0295	0,1732	0,0300	1,0159
200	0,1802	0,0233	0,1570	0,0246	1,0592
160	0,1474	0,0165	0,1309	0,0171	1,0353
74	0,1352	0,0133	0,1219	0,0149	1,1212
44	0,1163	0,0102	0,1061	0,0113	1,1008
SUMA				0,2437	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,1745	
χ_{cal}					7,4380
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.8. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,0859	0,1263	-0,0404	0,0016	0,0129
1000	0,0727	0,0809	-0,0082	0,0001	0,0008
850	0,0666	0,0500	0,0166	0,0003	0,0055
600	0,0553	0,0287	0,0265	0,0007	0,0245
400	0,0476	0,0139	0,0337	0,0011	0,0816
300	0,0428	0,0105	0,0322	0,0010	0,0987
200	0,0395	0,0091	0,0304	0,0009	0,1008
160	0,0288	0,0044	0,0243	0,0006	0,1339
74	0,0257	0,0015	0,0241	0,0006	0,3804
44	0,0211	0,0001	0,0210	0,0004	4,7631
SUMA				0,0074	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,0304	
χ_{cal}					5,6023
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.9. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2189	0,1412	0,0777	0,0060	0,0427
1000	0,1612	0,0932	0,0680	0,0046	0,0496
850	0,1501	0,0606	0,0895	0,0080	0,1323
600	0,1287	0,0380	0,0907	0,0082	0,2161
400	0,1076	0,0223	0,0853	0,0073	0,3257
300	0,0948	0,0113	0,0835	0,0070	0,6148
200	0,0794	0,0096	0,0697	0,0049	0,5063
160	0,0585	0,0053	0,0532	0,0028	0,5312
74	0,0512	0,0016	0,0496	0,0025	1,5060
44	0,0478	0,0000	0,0478	0,0023	0,0000
SUMA				0,0536	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,0818	
χ_{cal}					3,9246
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.10. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2756	0,1523	0,1233	0,0152	0,0998
1000	0,2174	0,0968	0,1206	0,0146	0,1503
850	0,2056	0,0704	0,1352	0,0183	0,2596
600	0,1825	0,0438	0,1388	0,0193	0,4398
400	0,1588	0,0250	0,1338	0,0179	0,7157
300	0,1440	0,0154	0,1286	0,0165	1,0725
200	0,1258	0,0133	0,1125	0,0127	0,9542
160	0,0988	0,0079	0,0908	0,0082	1,0413
74	0,0890	0,0023	0,0867	0,0075	3,2373
44	0,0745	0,0000	0,0745	0,0055	0,0000
SUMA				0,1357	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,1302	
χ_{cal}					7,9705
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.11. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,3511	0,1872	0,1639	0,0268	0,1434
1000	0,2873	0,1230	0,1642	0,0270	0,2192
850	0,274	0,0797	0,1943	0,0377	0,4734
600	0,2478	0,0500	0,1978	0,0391	0,7830
400	0,2203	0,0293	0,1910	0,0365	1,2449
300	0,2027	0,0199	0,1828	0,0334	1,6826
200	0,1802	0,0147	0,1655	0,0274	1,8603
160	0,1474	0,0118	0,1357	0,0184	1,5627
74	0,1352	0,0095	0,1256	0,0158	1,6556
44	0,1163	0,0000	0,1163	0,0135	0,0000
SUMA				0,2757	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,1856	
χ_{cal}					9,6252
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.12. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,0859	0,5682	-0,4823	0,2327	0,4095
1000	0,0727	0,4737	-0,4010	0,1608	0,3395
850	0,0666	0,3852	-0,3186	0,1015	0,2635
600	0,0553	0,2366	-0,1813	0,0329	0,1389
400	0,0476	0,1169	-0,0692	0,0048	0,0410
300	0,0428	0,0568	-0,0140	0,0002	0,0034
200	0,0395	0,0035	0,0360	0,0013	0,3705
160	0,0288	0,0021	0,0266	0,0007	0,3343
74	0,0257	0,0000	0,0257	0,0007	0,0000
44	0,0211	0,0000	0,0211	0,0004	0,0000
SUMA				0,5360	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2588	
χ_{cal}					1,9006
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.13. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2189	0,5832	-0,3644	0,1328	0,2276
1000	0,1612	0,4867	-0,3255	0,1060	0,2177
850	0,1501	0,3922	-0,2421	0,0586	0,1494
600	0,1287	0,2416	-0,1129	0,0127	0,0527
400	0,1076	0,1189	-0,0112	0,0001	0,0011
300	0,0948	0,0638	0,0311	0,0010	0,0152
200	0,0794	0,0042	0,0752	0,0056	1,3452
160	0,0585	0,0035	0,0550	0,0030	0,8570
74	0,0512	0,0000	0,0512	0,0026	0,0000
44	0,0478	0,0000	0,0478	0,0023	0,0000
SUMA				0,3247	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2015	
χ_{cal}					2,8659
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.14. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2756	0,7123	-0,4367	0,1907	0,2677
1000	0,2174	0,6923	-0,4749	0,2255	0,3258
850	0,2056	0,4467	-0,2411	0,0581	0,1301
600	0,1825	0,2642	-0,0817	0,0067	0,0252
400	0,1588	0,1404	0,0184	0,0003	0,0024
300	0,1440	0,0737	0,0703	0,0049	0,0672
200	0,1258	0,0155	0,1103	0,0122	0,7867
160	0,0988	0,0066	0,0921	0,0085	1,2814
74	0,0890	0,0000	0,0890	0,0079	0,0000
44	0,0745	0,0000	0,0745	0,0055	0,0000
SUMA				0,5204	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2551	
χ_{cal}					2,8865
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.15. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,3511	0,7321	-0,3811	0,1452	0,1983
1000	0,2873	0,7173	-0,4301	0,1850	0,2578
850	0,274	0,4773	-0,2033	0,0413	0,0866
600	0,2478	0,3042	-0,0564	0,0032	0,0105
400	0,2203	0,1804	0,0399	0,0016	0,0088
300	0,2027	0,0922	0,1106	0,0122	0,1326
200	0,1802	0,0294	0,1509	0,0228	0,7751
160	0,1474	0,0087	0,1387	0,0192	2,1992
74	0,1352	0,0000	0,1352	0,0183	0,0000
44	0,1163	0,0000	0,1163	0,0135	0,0000
SUMA				0,4623	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2404	
χ_{cal}					3,6690
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.16. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,0859	0,5692	-0,4834	0,2336	0,4104
1000	0,0727	0,5227	-0,4500	0,2025	0,3874
850	0,0666	0,2784	-0,2118	0,0448	0,1611
600	0,0553	0,0702	-0,0149	0,0002	0,0032
400	0,0476	0,0236	0,0240	0,0006	0,0245
300	0,0428	0,0008	0,0419	0,0018	2,1161
200	0,0395	0,0006	0,0389	0,0015	2,4238
160	0,0288	0,0001	0,0286	0,0008	6,7594
74	0,0257	0,0000	0,0257	0,0007	0,0000
44	0,0211	0,0000	0,0211	0,0004	0,0000
SUMA				0,4870	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2467	
χ_{cal}					12,2860
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.17. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2189	0,5900	-0,3711	0,1377	0,2334
1000	0,1612	0,5394	-0,3782	0,1430	0,2652
850	0,1501	0,2907	-0,1406	0,0198	0,0680
600	0,1287	0,0796	0,0491	0,0024	0,0303
400	0,1076	0,0432	0,0644	0,0041	0,0960
300	0,0948	0,0326	0,0623	0,0039	0,1191
200	0,0794	0,0015	0,0778	0,0061	3,9510
160	0,0585	0,0021	0,0564	0,0032	1,4801
74	0,0512	0,0000	0,0512	0,0026	0,0000
44	0,0478	0,0000	0,0478	0,0023	0,0000
SUMA				0,3251	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2016	
χ_{cal}					6,2432
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.18. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,2756	0,6010	-0,3254	0,1059	0,1762
1000	0,2174	0,5647	-0,3473	0,1206	0,2136
850	0,2056	0,3005	-0,0949	0,0090	0,0300
600	0,1825	0,0940	0,0886	0,0078	0,0835
400	0,1588	0,0560	0,1028	0,0106	0,1886
300	0,1440	0,0430	0,1010	0,0102	0,2371
200	0,1258	0,0080	0,1177	0,0139	1,7285
160	0,0988	0,0065	0,0922	0,0085	1,3088
74	0,0890	0,0000	0,0890	0,0079	0,0000
44	0,0745	0,0000	0,0745	0,0055	0,0000
SUMA				0,2999	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,1936	
χ_{cal}					3,9662
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.19. Cálculo estadístico para la función C (j) de Whiten (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función S(j)		Tratamiento estadístico		
	S(j) exp	S(j) mod	Sm-Sexp	(Sm-Sexp) ²	(Sm-Sexp) ² /Sm
2000	0,3511	0,8542	-0,5032	0,2532	0,2964
1000	0,2873	0,6465	-0,3593	0,1291	0,1996
850	0,274	0,3331	-0,0591	0,0035	0,0105
600	0,2478	0,1053	0,1425	0,0203	0,1929
400	0,2203	0,0584	0,1619	0,0262	0,4490
300	0,2027	0,0510	0,1517	0,0230	0,4513
200	0,1802	0,0089	0,1713	0,0294	3,2977
160	0,1474	0,0076	0,1398	0,0195	2,5605
74	0,1352	0,0000	0,1352	0,0183	0,0000
44	0,1163	0,0000	0,1163	0,0135	0,0000
SUMA				0,5360	
gl				10,0000	8,0000
Sest				0,2588	
χ_{cal}					7,4580
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A1.20. Valores de los coeficientes para la función B (i,j) de Austin modelada en Matlab.

Experimento	Coeficientes	Contenido de Serpentina, Cs, %			
		100	75	50	25
		Valor de los coeficientes			
1	Φ	0,110	0,470	0,563	1,000
	m	1,533	0,714	0,546	0,532
	l	5,000	3,800	4,214	2,708
2	Φ	0,110	0,363	0,563	1,000
	m	0,627	0,563	0,546	0,500
	l	5,000	4,338	4,214	4,255
3	Φ	0,328	0,488	0,638	0,680
	m	0,533	0,484	0,421	0,365
	l	5,000	4,424	3,480	2,633
4	Φ	0,769	0,804	1,000	1,000
	m	0,533	0,484	0,413	0,370
	l	4,252	3,634	3,326	3,141

ANEXO 2

Tabla A2.1. Calculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1	1	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,6356	0,0658	-0,5698	0,3246	4,9308
850	0,5716	0,0420	-0,5296	0,2805	6,6813
600	0,4552	0,0195	-0,4357	0,1898	9,7113
400	0,3492	0,0096	-0,3396	0,1153	11,9842
300	0,2843	0,0061	-0,2782	0,0774	12,7403
200	0,2220	0,0032	-0,2188	0,0479	14,7863
160	0,1410	0,0023	-0,1387	0,0192	8,3801
74	0,1154	0,0007	-0,1147	0,0132	18,7944
44	0,1006	0,0003	-0,1003	0,0101	31,4252
SUMA				1,0780	
gl				10	8
Sest				0,3671	
χcal					119,4340
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.2. Calculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7660	0,3248	0,4412	0,1946	0,5991
850	0,7215	0,2759	0,4456	0,1985	0,7196
600	0,6317	0,2047	0,4270	0,1824	0,8910
400	0,5412	0,1503	0,3909	0,1528	1,0163
300	0,4849	0,1219	0,3630	0,1318	1,0813
200	0,4054	0,0910	0,3144	0,0988	1,0853
160	0,3789	0,0776	0,3013	0,0908	1,1696
74	0,3143	0,0448	0,2695	0,0727	1,6236
44	0,2754	0,0309	0,2445	0,0598	1,9361
SUMA				1,1821	
gl				10	8
Sest				0,3844	
χcal					10,1219
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.3. Calculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	$(\text{Bi,jm}-\text{Bi,jexp})^2$	$(\text{Bi,jm}-\text{Bi,jexp})^2/\text{Bi,jm}$
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7850	0,5701	0,2149	0,0462	0,0810
850	0,7428	0,5101	0,2327	0,0541	0,1061
600	0,6583	0,4054	0,2529	0,0639	0,1577
400	0,5720	0,3121	0,2599	0,0675	0,2163
300	0,5178	0,2597	0,2581	0,0666	0,2565
200	0,4501	0,2005	0,2495	0,0623	0,3104
160	0,4244	0,1740	0,2504	0,0627	0,3603
74	0,3579	0,1065	0,2514	0,0632	0,5935
44	0,3247	0,0765	0,2482	0,0616	0,8053
SUMA				0,5482	
gl				10	8
Sest				0,2618	
χ_{cal}					2,8873
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A2.4. Calculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 1).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	$(\text{Bi,jm}-\text{Bi,jexp})^2$	$(\text{Bi,jm}-\text{Bi,jexp})^2/\text{Bi,jm}$
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,8041	0,6914	0,1127	0,0127	0,0184
850	0,7641	0,6341	0,1300	0,0169	0,0267
600	0,6848	0,5268	0,1580	0,0250	0,0474
400	0,6028	0,4245	0,1783	0,0318	0,0749
300	0,5507	0,3642	0,1865	0,0348	0,0955
200	0,4847	0,2935	0,1912	0,0366	0,1246
160	0,3898	0,2606	0,1292	0,0167	0,0640
74	0,3546	0,1729	0,1817	0,0330	0,1911
44	0,3488	0,1311	0,2177	0,0474	0,3617
	0,0000				
SUMA				0,2548	
gl				10	8
Sest				0,1785	
χ_{cal}					1,0042
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A2.5. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm- Bi,jexp	(Bi,jm- Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1	1	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,6356	0,0991	0,5365	0,2879	2,9059
850	0,5716	0,0767	0,4949	0,2449	3,1936
600	0,4552	0,0539	0,4013	0,1610	2,9877
400	0,3492	0,0404	0,3088	0,0953	2,3591
300	0,2843	0,0336	0,2507	0,0629	1,8719
200	0,2220	0,0260	0,1960	0,0384	1,4772
160	0,1410	0,0226	0,1184	0,0140	0,6200
74	0,1154	0,0139	0,1015	0,0103	0,7382
44	0,1006	0,0101	0,0905	0,0082	0,8141
SUMA				0,9230	
gl				10	8
Sest				0,3397	
χcal					16,9679
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.6. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm- Bi,jexp	(Bi,jm- Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7660	0,2769	0,4891	0,2392	0,8641
850	0,7215	0,2395	0,4820	0,2324	0,9704
600	0,6317	0,1874	0,4443	0,1974	1,0529
400	0,5412	0,1470	0,3942	0,1554	1,0567
300	0,4849	0,1247	0,3602	0,1297	1,0404
200	0,4054	0,0991	0,3063	0,0938	0,9461
160	0,3789	0,0874	0,2915	0,0850	0,9720
74	0,3143	0,0566	0,2577	0,0664	1,1729
44	0,2754	0,0422	0,2332	0,0544	1,2869
SUMA				1,2536	
gl				10	8
Sest				0,3959	
χcal					9,3624
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.7. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7850	0,4094	0,3756	0,1411	0,3446
850	0,7428	0,3650	0,3778	0,1427	0,3911
600	0,6583	0,2947	0,3635	0,1321	0,4484
400	0,5720	0,2345	0,3375	0,1139	0,4855
300	0,5178	0,2002	0,3176	0,1009	0,5039
200	0,4501	0,1604	0,2897	0,0839	0,5232
160	0,4244	0,1420	0,2824	0,0797	0,5616
74	0,3579	0,0932	0,2647	0,0701	0,7516
44	0,3247	0,0702	0,2545	0,0648	0,9228
SUMA				0,9292	
gl				10	8
Sest				0,3408	
χ_{cal}					4,9327
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A2.8. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 2).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1	1	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,8041	0,7071	0,0970	0,0094	0,0133
850	0,7641	0,6519	0,1122	0,0126	0,0193
600	0,6848	0,5477	0,1371	0,0188	0,0343
400	0,6028	0,4471	0,1557	0,0242	0,0542
300	0,5507	0,3872	0,1635	0,0267	0,0690
200	0,4847	0,3162	0,1685	0,0284	0,0899
160	0,3898	0,2828	0,1070	0,0115	0,0405
74	0,3546	0,1923	0,1623	0,0263	0,1370
44	0,3488	0,1483	0,2005	0,0402	0,2712
SUMA				0,1982	
gl				10	8
Sest				0,1574	
χ_{cal}					0,7288
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A2.9. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1	1	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,6356	0,2480	0,3876	0,1502	0,6058
850	0,5716	0,2175	0,3541	0,1254	0,5765
600	0,4552	0,1746	0,2806	0,0788	0,4511
400	0,3492	0,1396	0,2096	0,0439	0,3149
300	0,2843	0,1196	0,1647	0,0271	0,2268
200	0,2220	0,0963	0,1257	0,0158	0,1639
160	0,1410	0,0855	0,0555	0,0031	0,0360
74	0,1154	0,0567	0,0587	0,0034	0,0607
44	0,1006	0,0430	0,0576	0,0033	0,0771
SUMA				0,4511	
gl				10	8
Sest				0,2375	
χcal					2,5128
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.10. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7660	0,3725	0,3935	0,1548	0,4155
850	0,7215	0,3340	0,3875	0,1502	0,4498
600	0,6317	0,2748	0,3569	0,1273	0,4633
400	0,5412	0,2243	0,3169	0,1004	0,4478
300	0,4849	0,1949	0,2900	0,0841	0,4315
200	0,4054	0,1601	0,2453	0,0602	0,3757
160	0,3789	0,1437	0,2352	0,0553	0,3847
74	0,3143	0,0990	0,2153	0,0464	0,4683
44	0,2754	0,0770	0,1984	0,0394	0,5113
SUMA				0,8181	
gl				10	8
Sest				0,3198	
χcal					3,9479
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.11. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7850	0,5088	0,2762	0,0763	0,1499
850	0,7428	0,4633	0,2795	0,0781	0,1687
600	0,6583	0,3896	0,2686	0,0722	0,1852
400	0,5720	0,3251	0,2469	0,0609	0,1874
300	0,5178	0,2873	0,2305	0,0531	0,1849
200	0,4501	0,2419	0,2081	0,0433	0,1791
160	0,4244	0,2202	0,2042	0,0417	0,1894
74	0,3579	0,1591	0,1988	0,0395	0,2486
44	0,3247	0,1278	0,1969	0,0388	0,3035
SUMA				0,5040	
gl				10	8
Sest				0,2510	
χ_{cal}					1,7967
$\chi_{(0,95;8)}$					15,5100

Tabla A2.12. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 3).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,8041	0,5795	0,2246	0,0504	0,0870
850	0,7641	0,5311	0,2330	0,0543	0,1022
600	0,6848	0,4515	0,2333	0,0544	0,1206
400	0,6028	0,3823	0,2205	0,0486	0,1271
300	0,5507	0,3422	0,2085	0,0435	0,1270
200	0,4847	0,2940	0,1907	0,0364	0,1238
160	0,3898	0,2707	0,1191	0,0142	0,0524
74	0,3546	0,2039	0,1507	0,0227	0,1113
44	0,3488	0,1686	0,1802	0,0325	0,1925
SUMA				0,3570	
gl				10	8
Sest				0,2112	
χ_{cal}					1,0440
$\chi_{(0,95;8)}$					15,5100

Tabla A2.13. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	100				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,6356	0,5435	0,0921	0,0085	0,0156
850	0,5716	0,4934	0,0782	0,0061	0,0124
600	0,4552	0,4062	0,0490	0,0024	0,0059
400	0,3492	0,3265	0,0227	0,0005	0,0016
300	0,2843	0,2800	0,0043	0,0000	0,0001
200	0,2220	0,2255	-0,0035	0,0000	0,0001
160	0,1410	0,2003	-0,0593	0,0035	0,0175
74	0,1154	0,1328	-0,0174	0,0003	0,0023
44	0,1006	0,1007	-0,0001	0,0000	0,0000
SUMA				0,0214	
gl				10	8
Sest				0,0517	
χcal					0,0554
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.14. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	75				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp)^2	(Bi,jm-Bi,jexp)^2/Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7660	0,5910	0,1750	0,0306	0,0518
850	0,7215	0,5405	0,1810	0,0327	0,0606
600	0,6317	0,4518	0,1799	0,0324	0,0716
400	0,5412	0,3699	0,1713	0,0293	0,0793
300	0,4849	0,3216	0,1633	0,0267	0,0829
200	0,4054	0,2642	0,1412	0,0199	0,0754
160	0,3789	0,2372	0,1417	0,0201	0,0847
74	0,3143	0,1634	0,1509	0,0228	0,1395
44	0,2754	0,1271	0,1483	0,0220	0,1732
SUMA				0,2365	
gl				10	8
Sest				0,1719	
χcal					0,8189
χ(0,95;8)					15,5100

Tabla A2.15. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	50				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,7850	0,7513	0,0337	0,0011	0,0015
850	0,7428	0,7026	0,0402	0,0016	0,0023
600	0,6583	0,6086	0,0497	0,0025	0,0041
400	0,5720	0,5148	0,0572	0,0033	0,0063
300	0,5178	0,4572	0,0606	0,0037	0,0080
200	0,4501	0,3868	0,0632	0,0040	0,0103
160	0,4244	0,3528	0,0716	0,0051	0,0145
74	0,3579	0,2567	0,1012	0,0102	0,0399
44	0,3247	0,2071	0,1176	0,0138	0,0667
SUMA				0,0453	
gl				10	8
Sest				0,0753	
χ_{cal}					0,1537
$\chi(0,95;8)$					15,5100

Tabla A2.16. Cálculo estadístico para B (i,j) de Austin y Luckie (1972) (Experimento 4).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %				
	25				
	Función B (i,j)		Tratamiento estadístico		
	Bi,j exp	Bi,j mod	Bi,jm-Bi,jexp	(Bi,jm-Bi,jexp) ²	(Bi,jm-Bi,jexp) ² /Bi,jm
2000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1000	0,8041	0,7739	0,0302	0,0009	0,0012
850	0,7641	0,7287	0,0354	0,0012	0,0017
600	0,6848	0,6407	0,0441	0,0019	0,0030
400	0,6028	0,5515	0,0513	0,0026	0,0048
300	0,5507	0,4958	0,0549	0,0030	0,0061
200	0,4847	0,4268	0,0579	0,0034	0,0079
160	0,3898	0,3930	-0,0032	0,0000	0,0000
74	0,3546	0,2955	0,0591	0,0035	0,0118
44	0,3488	0,2438	0,1050	0,0110	0,0452
SUMA				0,0276	
gl				10	8
Sest				0,0588	
χ_{cal}					0,0817
$\chi(0,95;8)$					15,5100

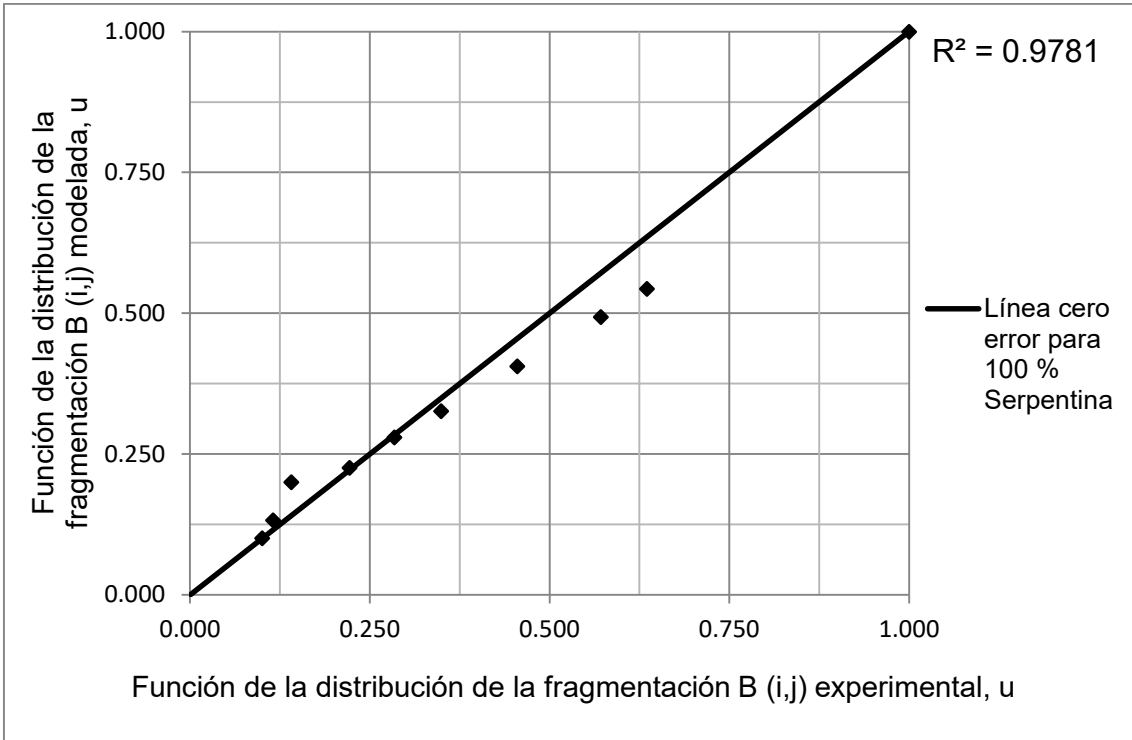


Fig. A2.1. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 1).

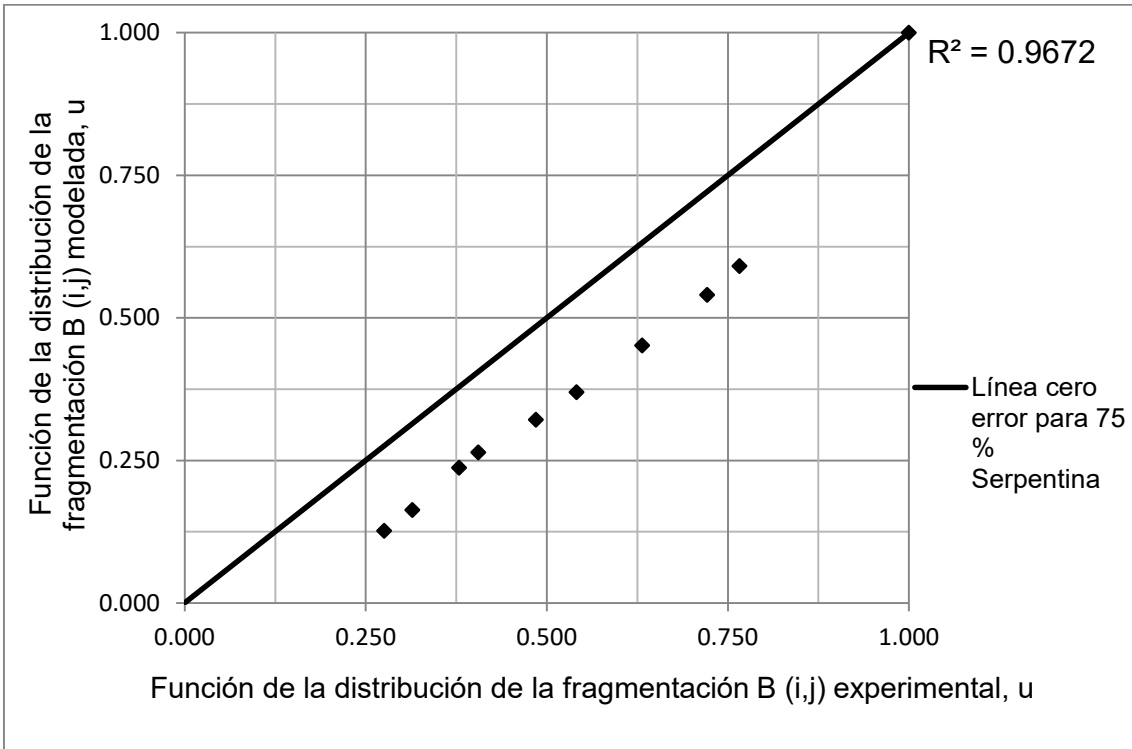


Fig. A2.2. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 1).

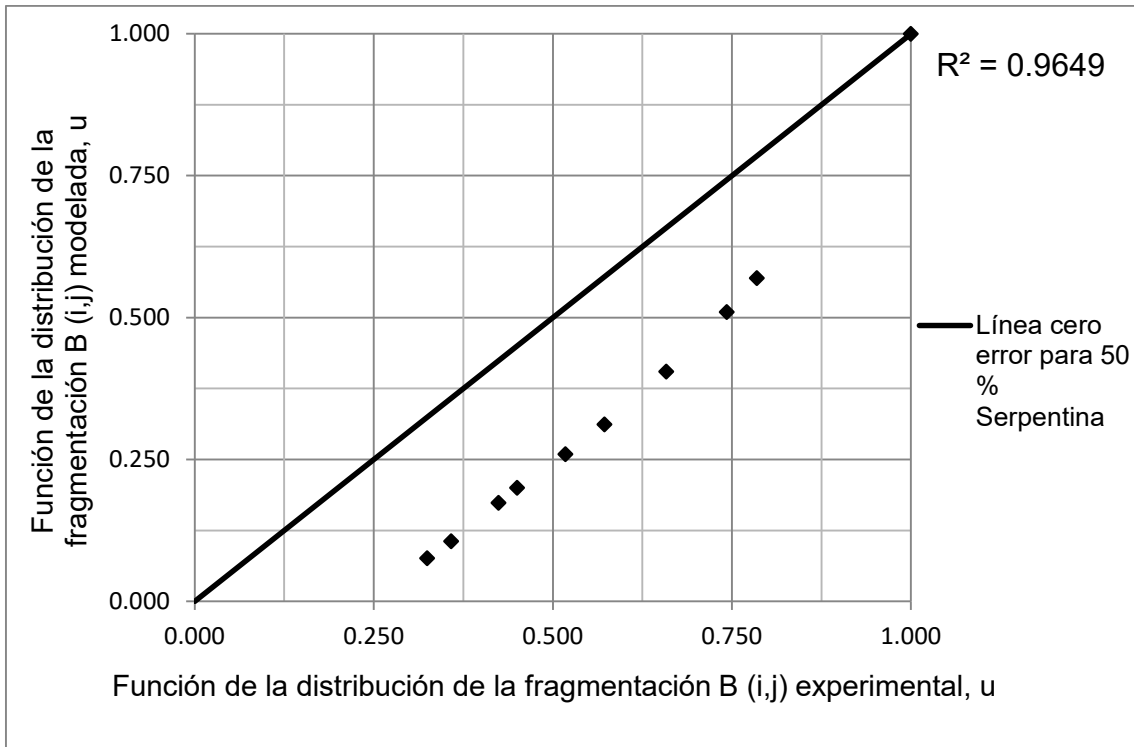


Fig. A2.3. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 1).

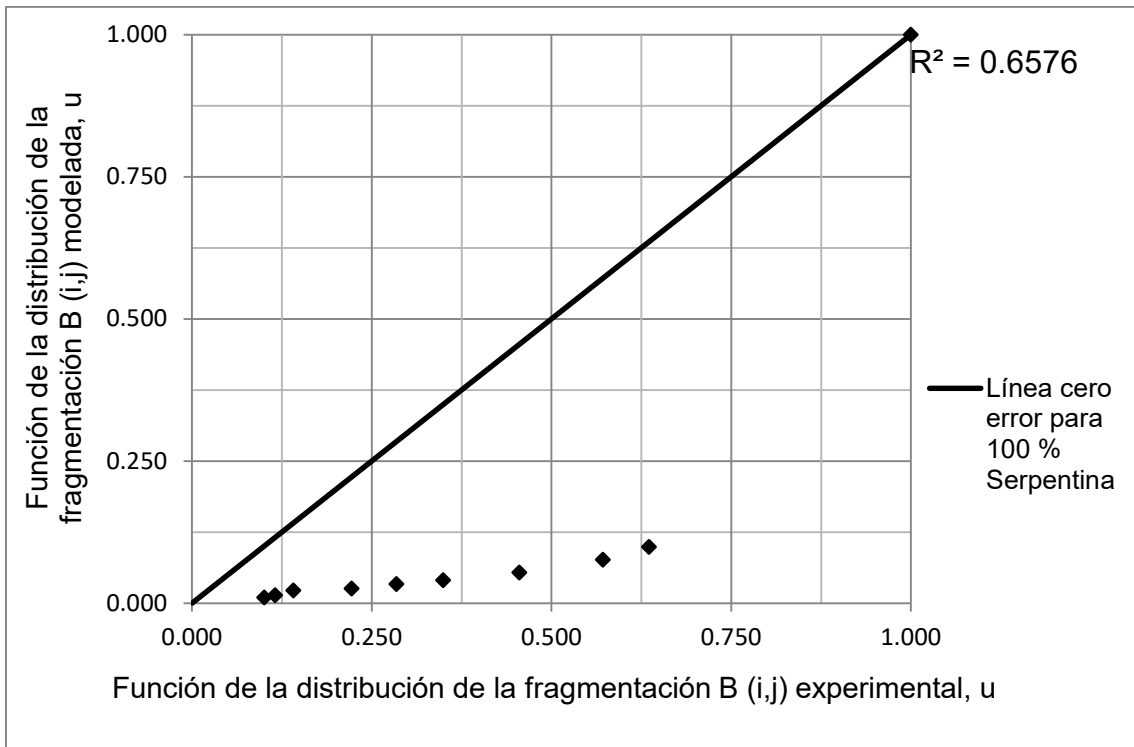


Fig. A2.4. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 2).

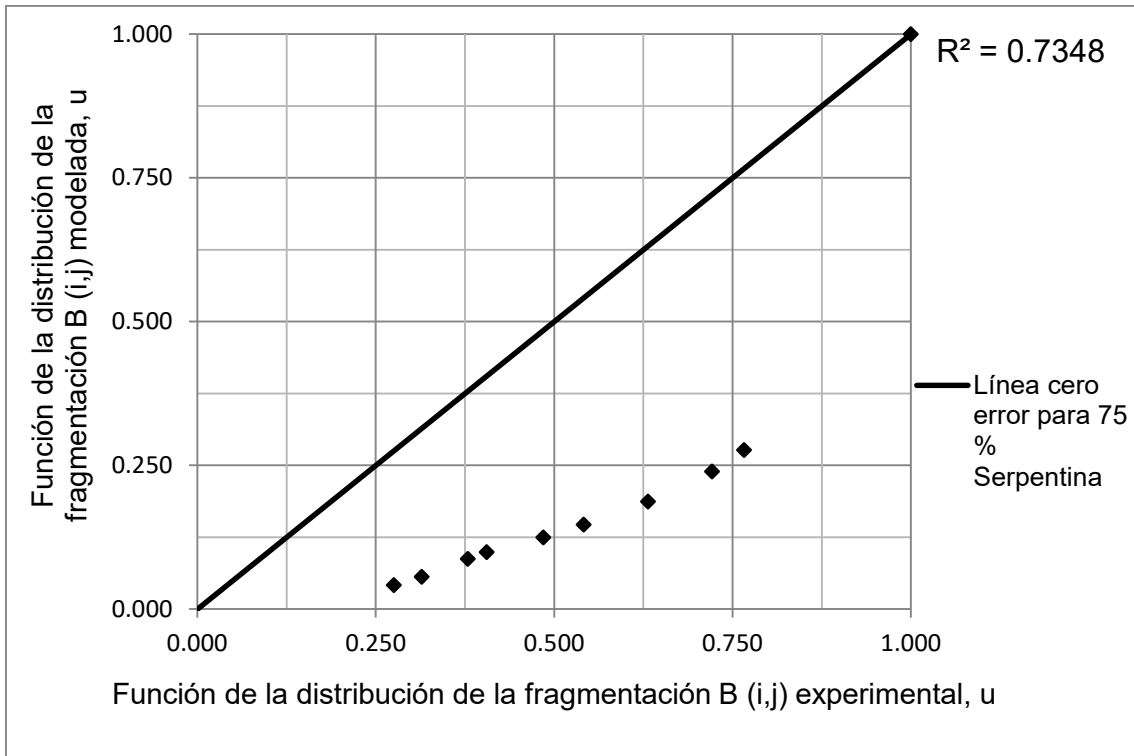


Fig. A2.5. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 2).

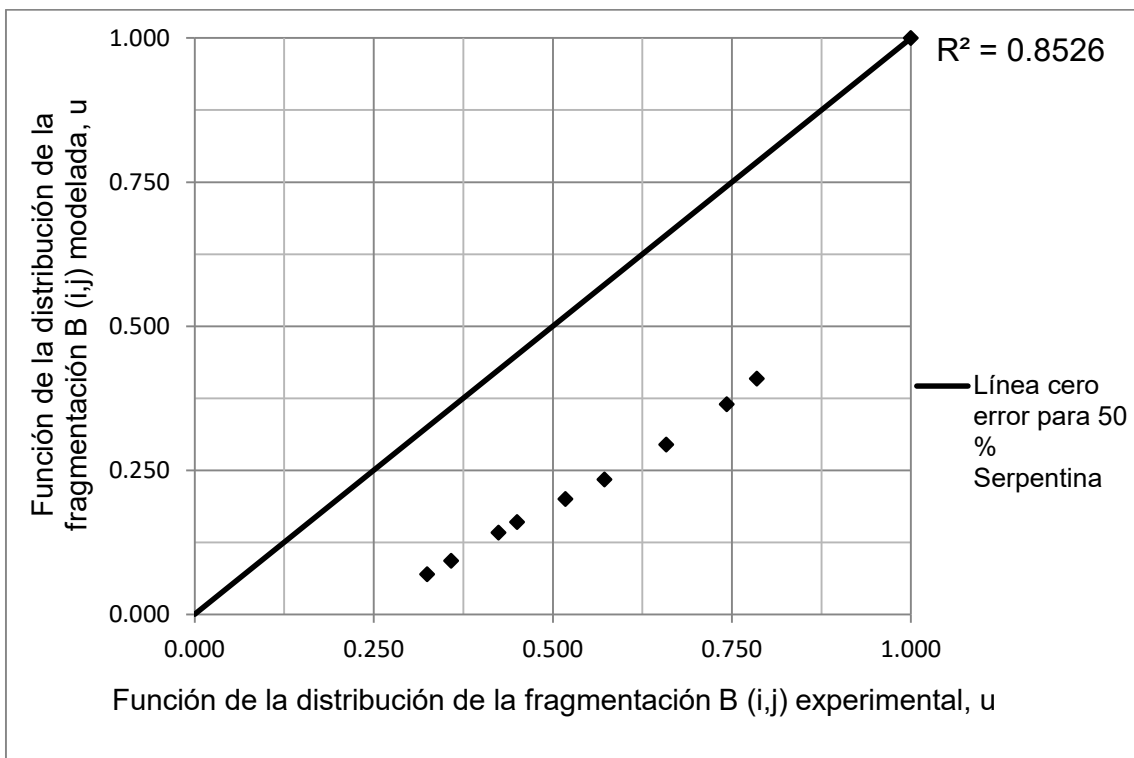


Fig. A2.6. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 2).

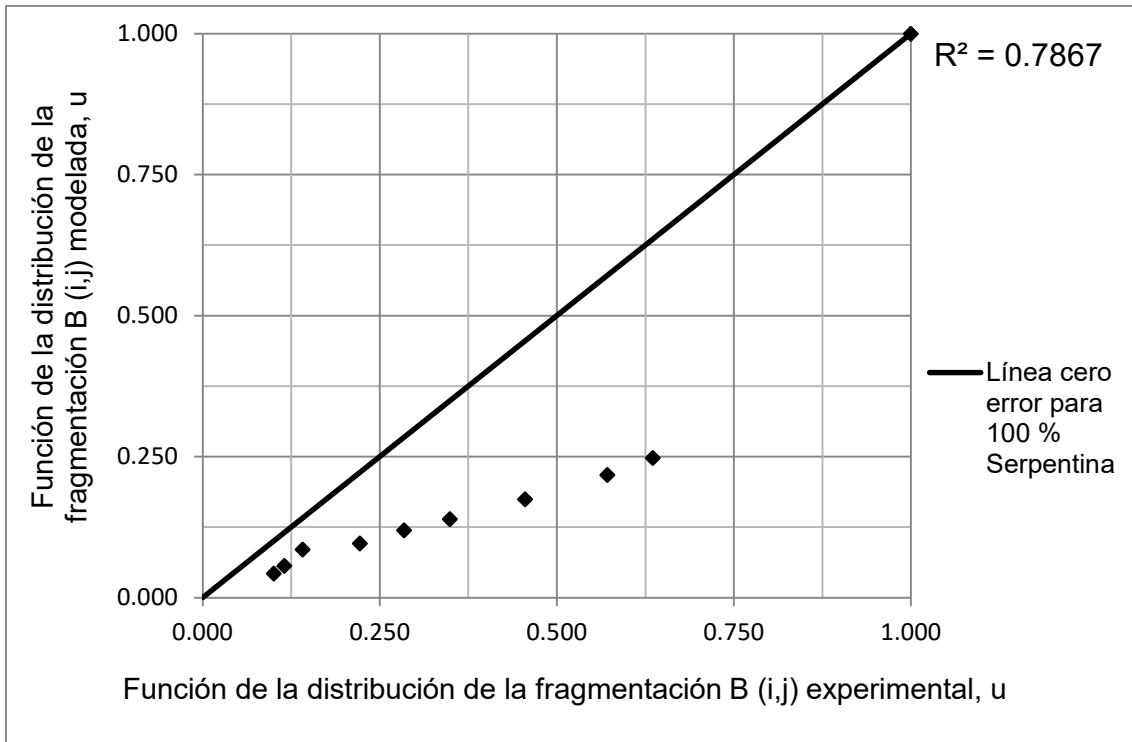


Fig. A2.7. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 3).

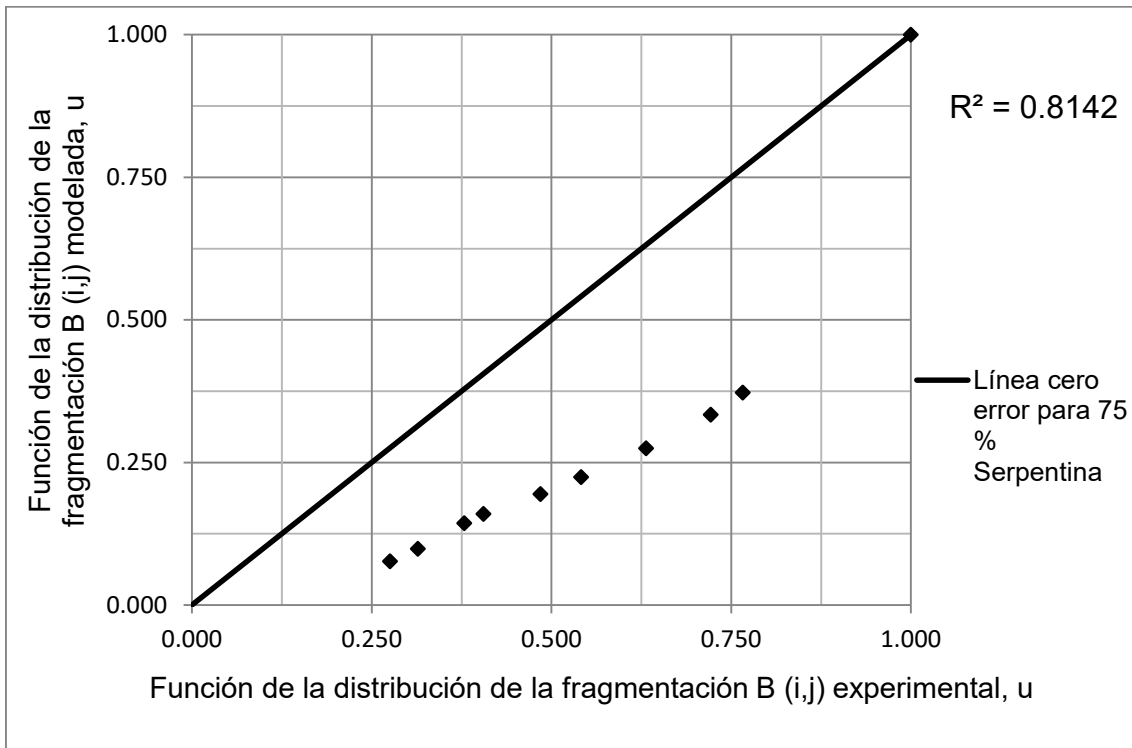


Fig. A2.8. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 3).

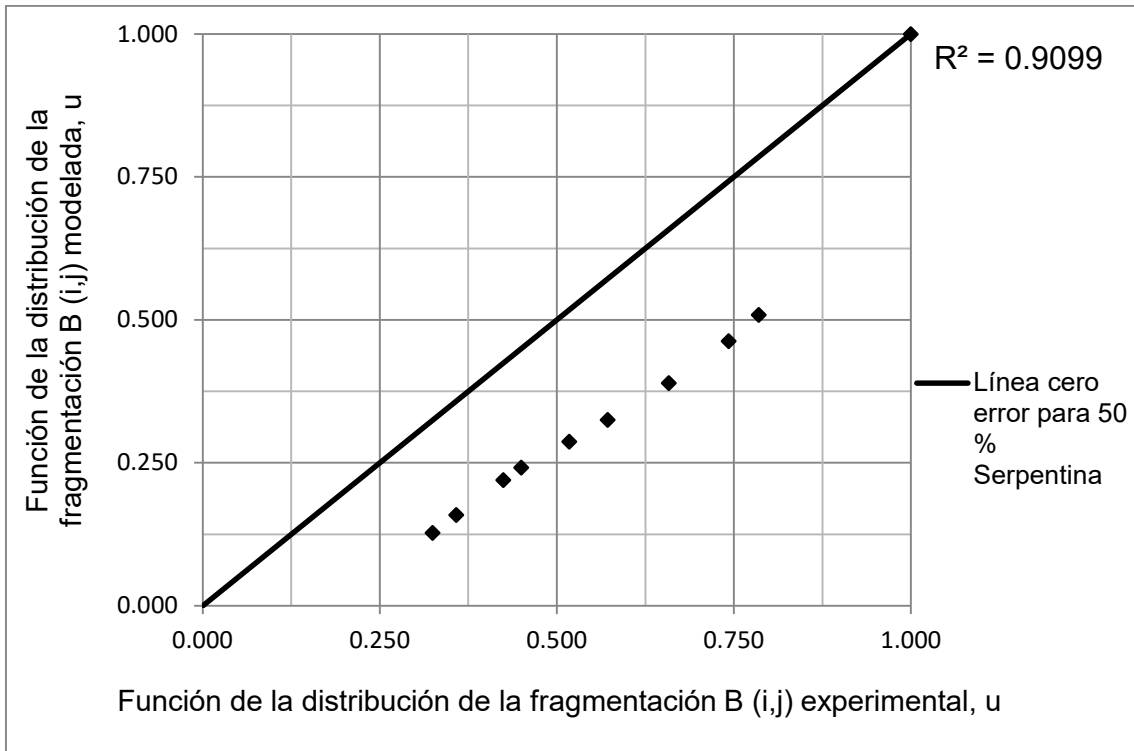


Fig. A2.9. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 3).

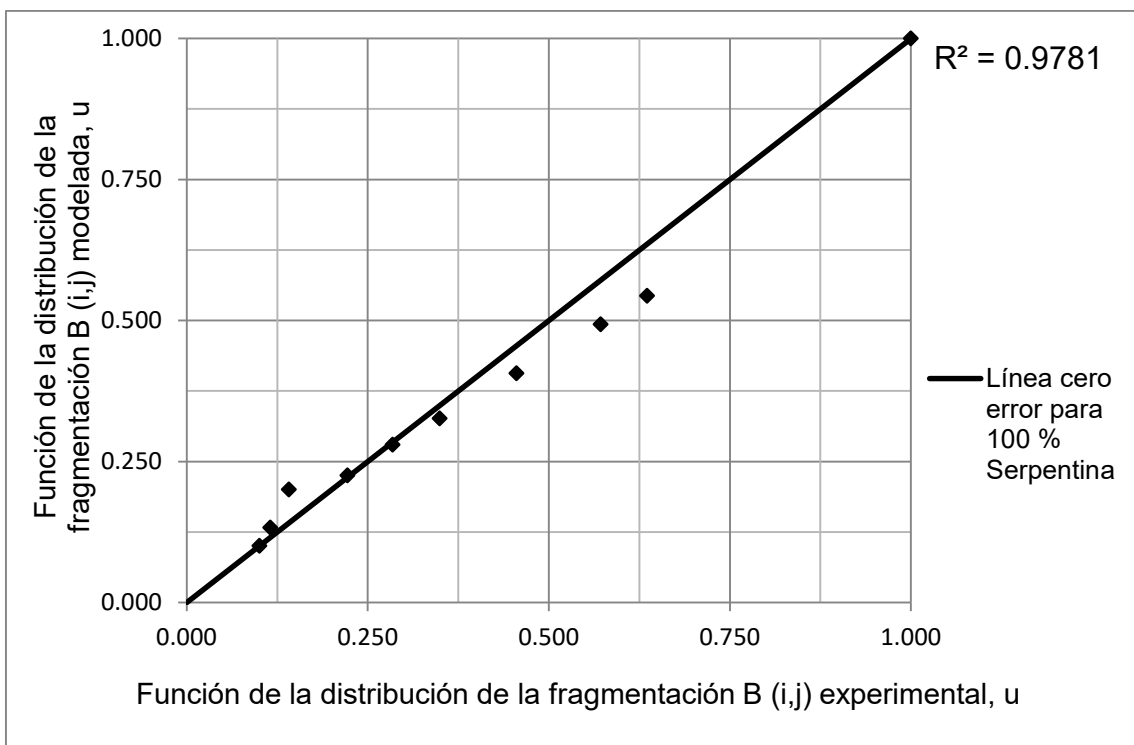


Fig. A2.10. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 4).

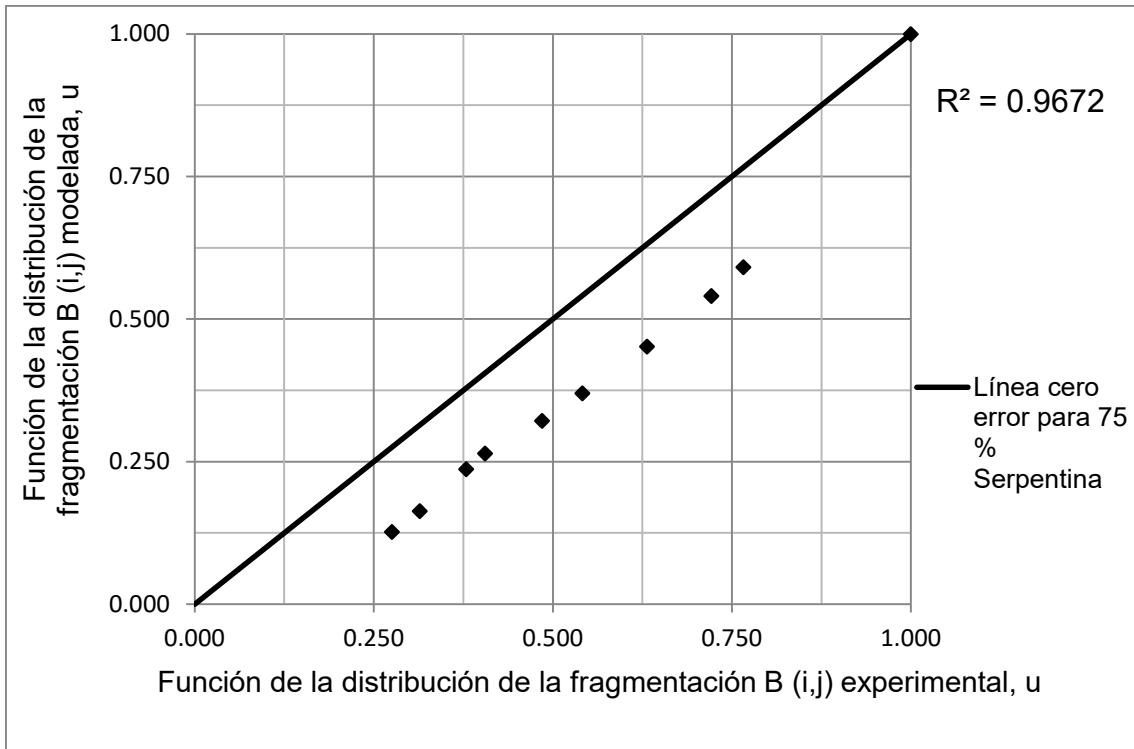


Fig. A2.11. Correlación entre los valores de B (i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 4).

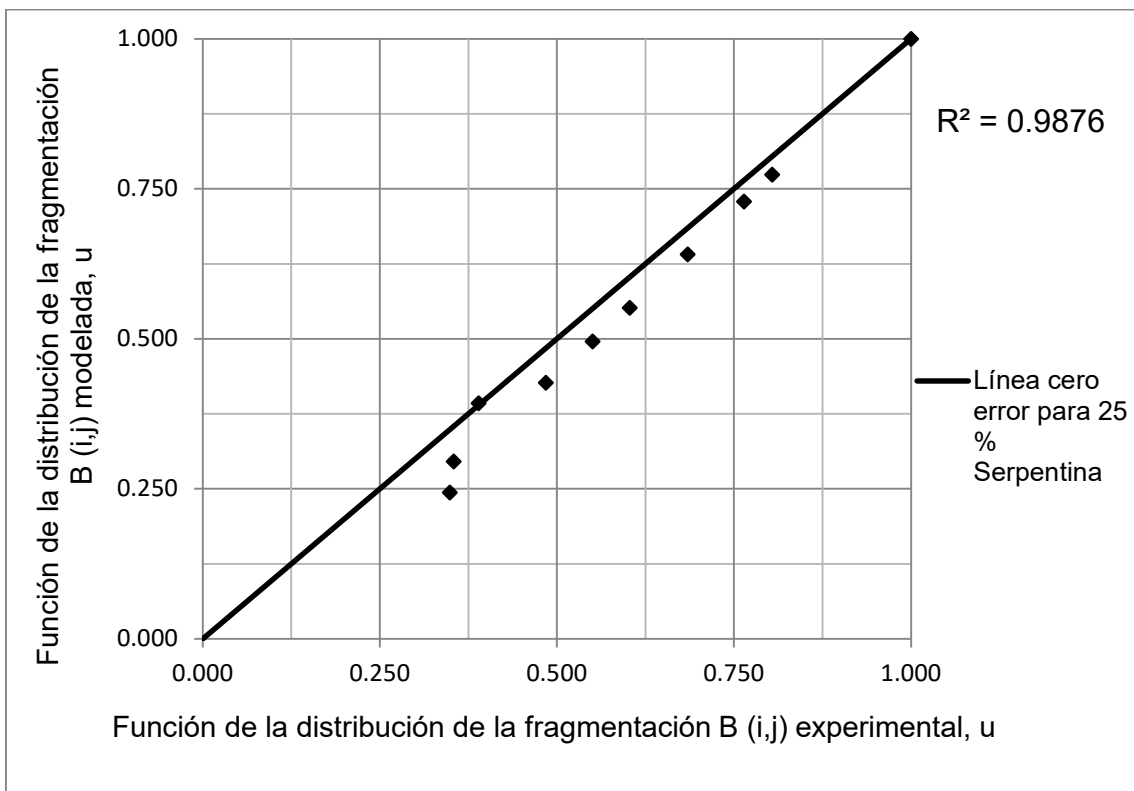


Fig. A2.12. Correlación entre los valores de B(i,j) estimados por el modelo y los valores experimentales (Experimento 4).

Tabla A2.17. Continuación de la función selección de la fragmentación de Austin (1976).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %					
	85		10		0	
	Parámetro S _j experimental y modelado					
	S(j) exp	S(j) mod	S(j) exp	S(j) mod	S(j) exp	S(j) mod
2000	0,1789	0,1788	0,6084	0,6093	0,7134	0,7124
1000	0,1334	0,1333	0,5129	0,5126	0,5599	0,5586
850	0,1244	0,1244	0,4927	0,4923	0,5290	0,5276
600	0,1071	0,1074	0,4521	0,4514	0,4685	0,4670
400	0,0904	0,0904	0,4094	0,4080	0,4068	0,4050
300	0,0798	0,0800	0,3813	0,3798	0,3682	0,3662
200	0,0672	0,0674	0,3452	0,3433	0,3199	0,3176
160	0,0621	0,0613	0,3179	0,3247	0,2786	0,2937
74	0,0442	0,0442	0,2680	0,2679	0,2268	0,2241
44	0,0354	0,0355	0,2368	0,2354	0,1892	0,1867

Tabla A2.18. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función S (j) de Austin.

Xi, mm	log x	Para 100 % Serpentina			Log a	a	S _j mod
		S _j exp	Log S _j	α			
2,000	0,3010	0,0859	-1,0662	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0861
1,000	0,0000	0,0666	-1,1764	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0665
0,850	-0,0706	0,0627	-1,2027	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0625
0,600	-0,2218	0,0553	-1,2574	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0549
0,400	-0,3979	0,0476	-1,3223	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0472
0,300	-0,5229	0,0428	-1,3688	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0424
0,200	-0,6990	0,0395	-1,4034	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0364
0,160	-0,7959	0,0288	-1,5414	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0335
0,074	-1,1308	0,0257	-1,5904	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0251
0,044	-1,3565	0,0211	-1,6757	0,3738	-1,1775	0,0665	0,0207

Tabla A2.19. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 85 % Serpentina							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\log S_j$	α	$\log a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,1789	-0,7473	0,4237	-0,8751	0,1333	0,1788
1,000	0,0000	0,1334	-0,8748	0,4237	-0,8751	0,1333	0,1333
0,850	-0,0706	0,1244	-0,9051	0,4237	-0,8751	0,1333	0,1244
0,600	-0,2218	0,1071	-0,9702	0,4237	-0,8751	0,1333	0,1074
0,400	-0,3979	0,0904	-1,0439	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0904
0,300	-0,5229	0,0798	-1,0979	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0800
0,200	-0,6990	0,0672	-1,1729	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0674
0,160	-0,7959	0,0621	-1,2066	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0613
0,074	-1,1308	0,0442	-1,3550	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0442
0,044	-1,3565	0,0354	-1,4510	0,4237	-0,8751	0,1333	0,0355

Tabla A2.20. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 75 % Serpentina							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\log S_j$	α	$\log a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,2189	-0,6598	0,4336	-0,7962	0,1599	0,2159
1,000	0,0000	0,1612	-0,7926	0,4336	-0,7962	0,1599	0,1599
0,850	-0,0706	0,1501	-0,8236	0,4336	-0,7962	0,1599	0,1490
0,600	-0,2218	0,1287	-0,8904	0,4336	-0,7962	0,1599	0,1281
0,400	-0,3979	0,1076	-0,9680	0,4336	-0,7962	0,1599	0,1075
0,300	-0,5229	0,0948	-1,0230	0,4336	-0,7962	0,1599	0,0949
0,200	-0,6990	0,0794	-1,1005	0,4336	-0,7962	0,1599	0,0796
0,160	-0,7959	0,0665	-1,1772	0,4336	-0,7962	0,1599	0,0722
0,074	-1,1308	0,0512	-1,2906	0,4336	-0,7962	0,1599	0,0517
0,044	-1,3565	0,0438	-1,3588	0,4336	-0,7962	0,1599	0,0413

Tabla A2.21. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 50 % Serpentina							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\log S_j$	α	$\log a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,2756	-0,5597	0,3415	-0,6622	0,2177	0,2758
1,000	0,0000	0,2174	-0,6627	0,3415	-0,6622	0,2177	0,2177
0,850	-0,0706	0,2056	-0,6869	0,3415	-0,6622	0,2177	0,2059
0,600	-0,2218	0,1825	-0,7386	0,3415	-0,6622	0,2177	0,1828
0,400	-0,3979	0,1588	-0,7992	0,3415	-0,6622	0,2177	0,1592
0,300	-0,5229	0,1440	-0,8417	0,3415	-0,6622	0,2177	0,1443
0,200	-0,6990	0,1258	-0,9004	0,3415	-0,6622	0,2177	0,1256
0,160	-0,7959	0,1188	-0,9254	0,3415	-0,6622	0,2177	0,1164
0,074	-1,1308	0,0890	-1,0506	0,3415	-0,6622	0,2177	0,0895
0,044	-1,3565	0,0745	-1,1281	0,3415	-0,6622	0,2177	0,0749

Tabla A2.22. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 25 % Serpentina							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\text{Log } S_j$	α	$\text{Log } a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,3511	-0,4546	0,2903	-0,5420	0,2871	0,3511
1,000	0,0000	0,2873	-0,5417	0,2903	-0,5420	0,2871	0,2871
0,850	-0,0706	0,2740	-0,5622	0,2903	-0,5420	0,2871	0,2738
0,600	-0,2218	0,2478	-0,6059	0,2903	-0,5420	0,2871	0,2475
0,400	-0,3979	0,2203	-0,6569	0,2903	-0,5420	0,2871	0,2200
0,300	-0,5229	0,2027	-0,6931	0,2903	-0,5420	0,2871	0,2024
0,200	-0,6990	0,1802	-0,7441	0,2903	-0,5420	0,2871	0,1799
0,160	-0,7959	0,1664	-0,7788	0,2903	-0,5420	0,2871	0,1686
0,074	-1,1308	0,1352	-0,8692	0,2903	-0,5420	0,2871	0,1348
0,044	-1,3565	0,1163	-0,9344	0,2903	-0,5420	0,2871	0,1159

Tabla A2.23. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 10 % Serpentina							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\text{Log } S_j$	α	$\text{Log } a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,6084	-0,2158	0,2492	-0,2902	0,5126	0,6093
1,000	0,0000	0,5129	-0,2900	0,2492	-0,2902	0,5126	0,5126
0,850	-0,0706	0,4927	-0,3075	0,2492	-0,2902	0,5126	0,4923
0,600	-0,2218	0,4521	-0,3448	0,2492	-0,2902	0,5126	0,4514
0,400	-0,3979	0,4094	-0,3879	0,2492	-0,2902	0,5126	0,4080
0,300	-0,5229	0,3813	-0,4187	0,2492	-0,2902	0,5126	0,3798
0,200	-0,6990	0,3452	-0,4619	0,2492	-0,2902	0,5126	0,3433
0,160	-0,7959	0,3179	-0,4978	0,2492	-0,2902	0,5126	0,3247
0,074	-1,1308	0,2680	-0,5719	0,2492	-0,2902	0,5126	0,2679
0,044	-1,3565	0,2368	-0,6256	0,2492	-0,2902	0,5126	0,2354

Tabla A2.24. Datos para calcular los coeficientes a y α de la función $S(j)$ de Austin.

Para 100 % limonita							
X_i , mm	$\log x$	S_j exp	$\text{Log } S_j$	α	$\text{Log } a$	a	S_j mod
2,000	0,3010	0,7134	-0,1467	0,3508	-0,2529	0,5586	0,7124
1,000	0,0000	0,5599	-0,2519	0,3508	-0,2529	0,5586	0,5586
0,850	-0,0706	0,5290	-0,2765	0,3508	-0,2529	0,5586	0,5276
0,600	-0,2218	0,4685	-0,3293	0,3508	-0,2529	0,5586	0,4670
0,400	-0,3979	0,4068	-0,3906	0,3508	-0,2529	0,5586	0,4050
0,300	-0,5229	0,3682	-0,4340	0,3508	-0,2529	0,5586	0,3662
0,200	-0,6990	0,3199	-0,4951	0,3508	-0,2529	0,5586	0,3176
0,160	-0,7959	0,2786	-0,5550	0,3508	-0,2529	0,5586	0,2937
0,074	-1,1308	0,2268	-0,6444	0,3508	-0,2529	0,5586	0,2241
0,044	-1,3565	0,1892	-0,7231	0,3508	-0,2529	0,5586	0,1867

ANEXO 3

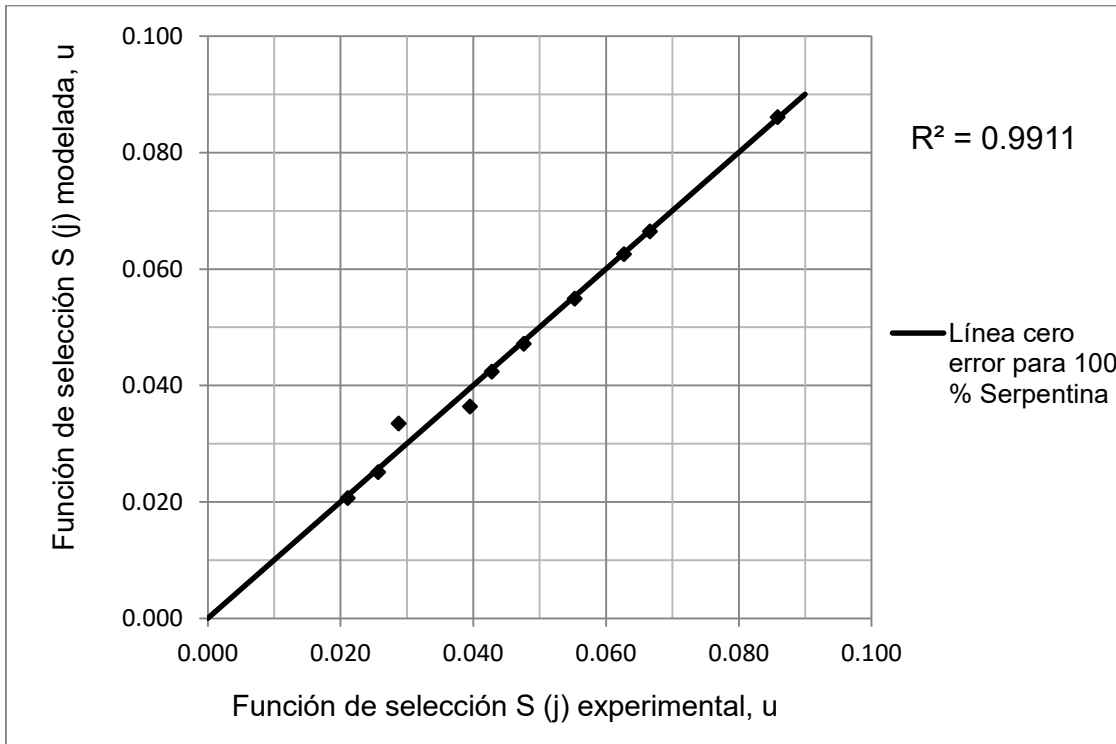


Fig. A3.1 Correlación entre los valores $S(j)$ de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

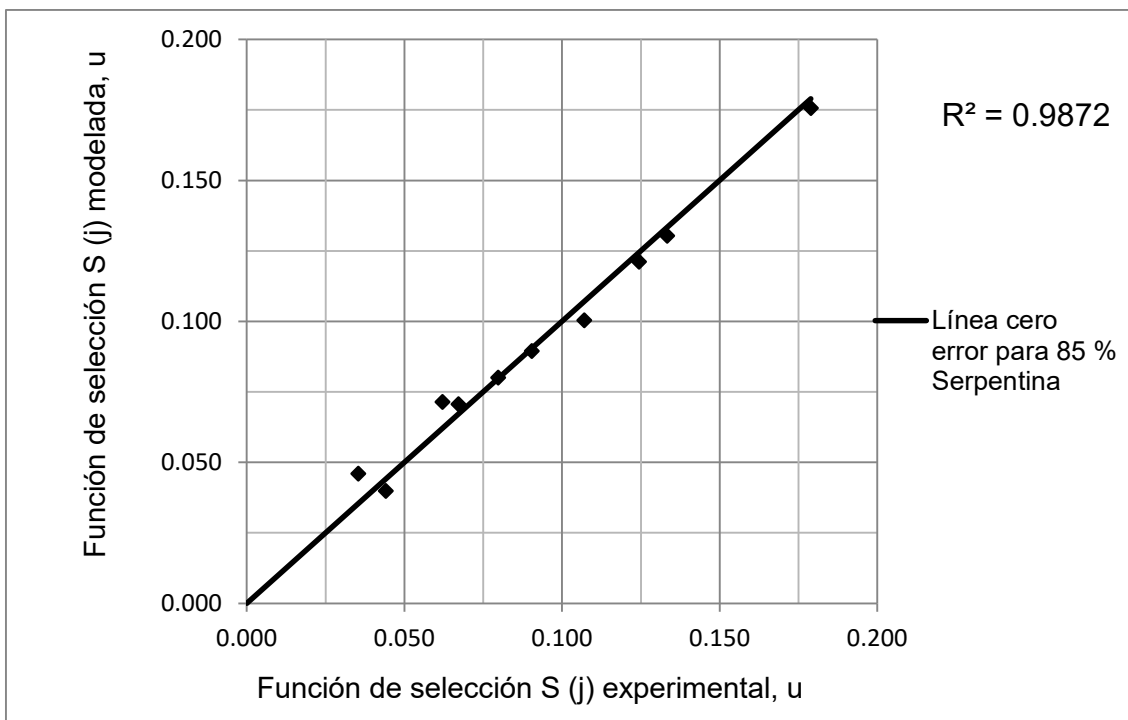


Fig. A3.2 Correlación entre los valores $S(j)$ de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

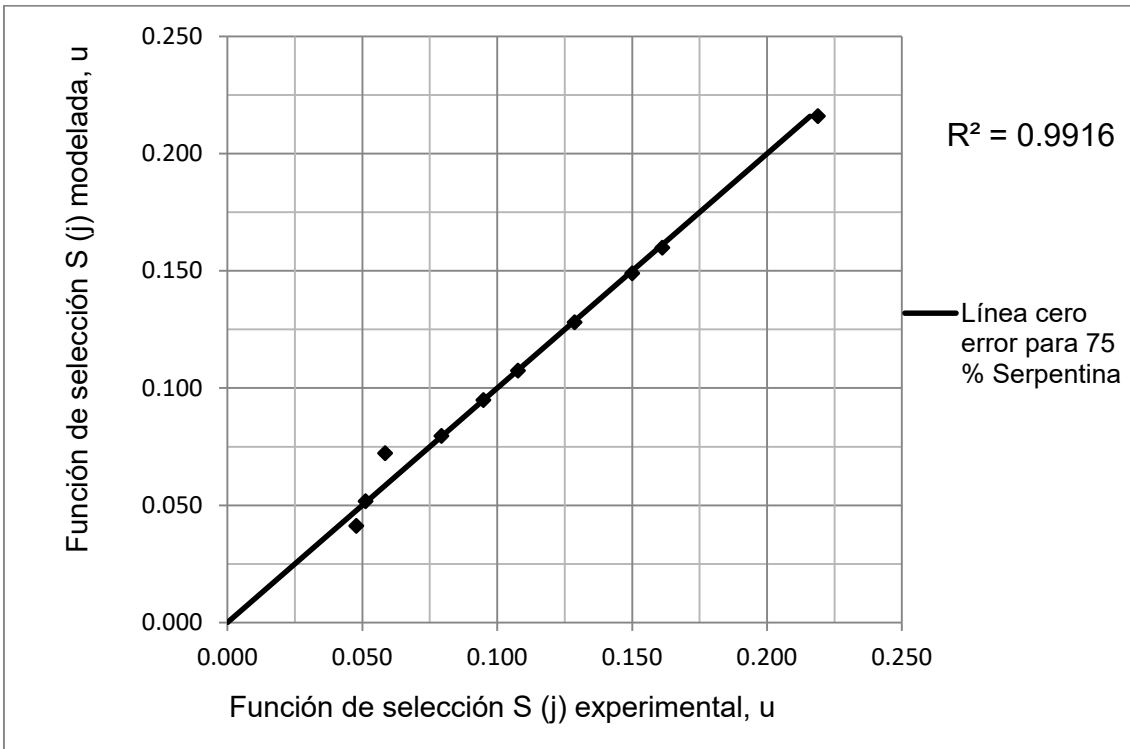


Fig. A3.3 Correlación entre los valores S (j) de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

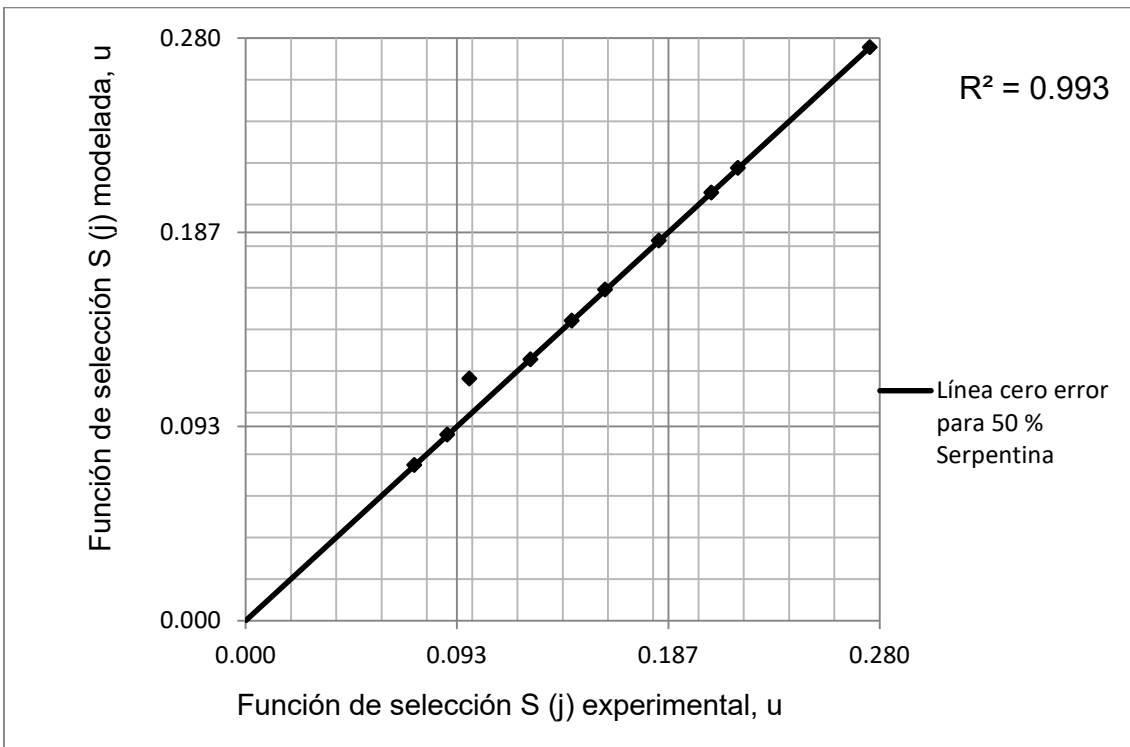


Fig. A3.4 Correlación entre los valores S (j) de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

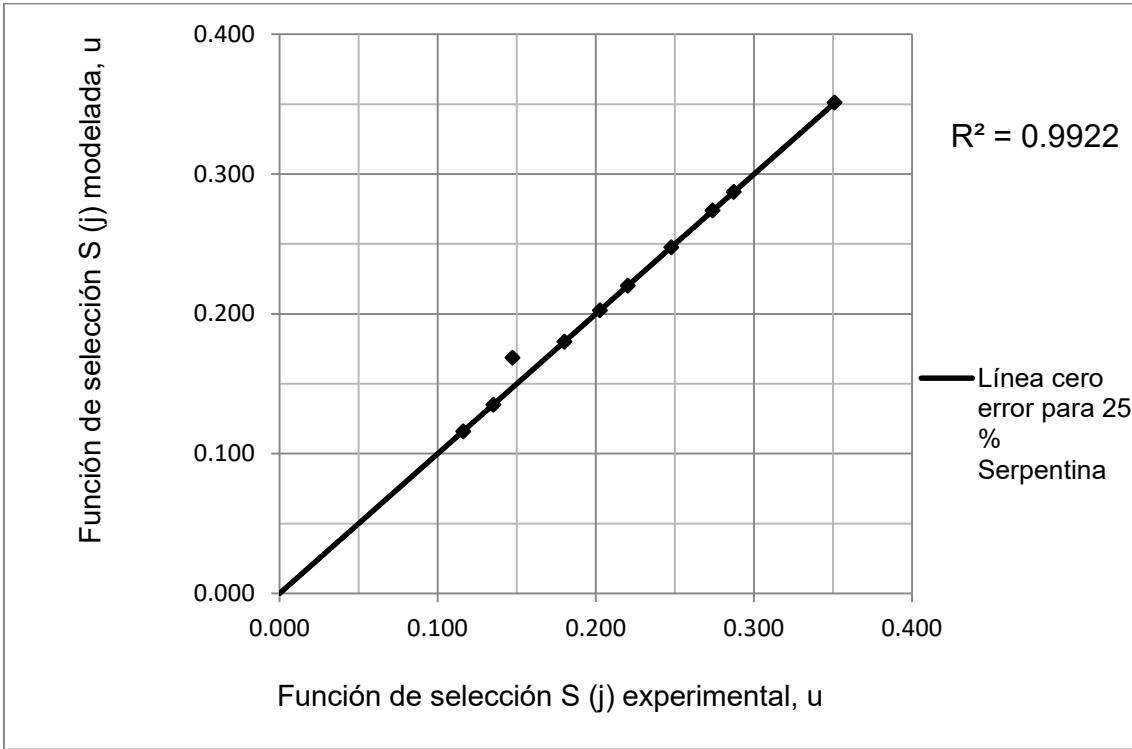


Fig. A3.5 Correlación entre los valores $S(j)$ de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

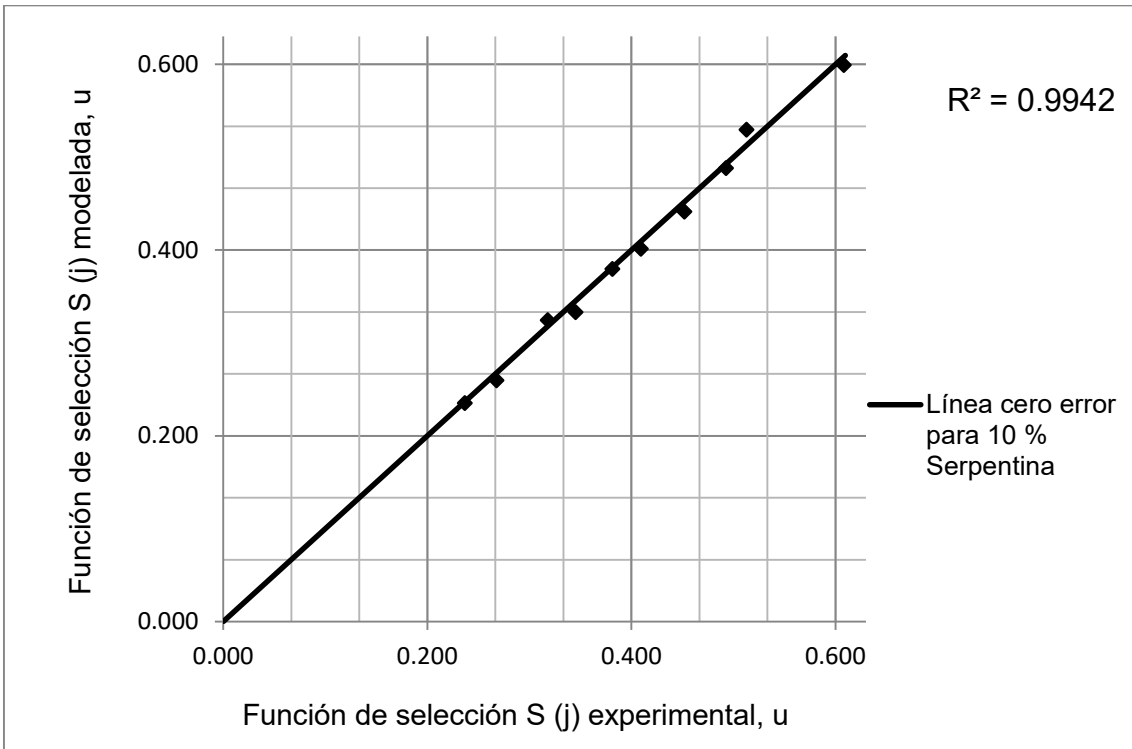


Fig. A3.6 Correlación entre los valores $S(j)$ de Austin estimados por el modelo y los valores experimentales.

Tabla A3.1. Función distribución de la fragmentación de Austin y Luckie (1972).

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %					
	85		10		0	
	Parámetro B(i,j) experimental y modelado					
	B exp	B mod	B exp	B mod	B exp	B mod
2000	1	1	1	1	1	1
1000	0,7220	0,7811	0,8297	0,8855	0,8552	0,9075
850	0,6689	0,7375	0,7943	0,8608	0,8245	0,8872
600	0,5679	0,6526	0,7235	0,8103	0,7621	0,8453
400	0,4693	0,5667	0,6492	0,7555	0,6955	0,7991
300	0,4100	0,5130	0,6013	0,7191	0,6518	0,7681
200	0,3388	0,4463	0,5398	0,6709	0,6048	0,7264
160	0,2446	0,4136	0,5193	0,6459	0,5887	0,7046
74	0,2124	0,3187	0,4650	0,5669	0,5383	0,6343
44	0,2012	0,2680	0,4315	0,5196	0,5035	0,5912

Tabla A3.2. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función B(i,j) de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	Log(X_i/X_j)	100 % de Serpentina	
			B(i,j) exp	log(B(i,j))
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,6356	-0,196816
850	0,425	-0,372	0,5716	-0,242908
600	0,300	-0,523	0,4552	-0,341798
400	0,200	-0,699	0,3492	-0,456926
300	0,150	-0,824	0,2843	-0,546223
200	0,100	-1,000	0,2220	-0,653647
160	0,080	-1,097	0,2010	-0,696804
74	0,037	-1,432	0,1554	-0,808549
44	0,022	-1,658	0,1306	-0,884057

Tabla A3.3. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función B(i,j) de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	Log(X_i/X_j)	85 % de Serpentina	
			B(i,j) exp	log(B(i,j))
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,7220	-0,141463
850	0,425	-0,372	0,6689	-0,174639
600	0,300	-0,523	0,5679	-0,245728
400	0,200	-0,699	0,4693	-0,328549
300	0,150	-0,824	0,4100	-0,387216
200	0,100	-1,000	0,3288	-0,483068
160	0,080	-1,097	0,3046	-0,51627
74	0,037	-1,432	0,2424	-0,615467
44	0,022	-1,658	0,2112	-0,675306

Tabla A3.4. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	$\text{Log}(X_i/X_j)$	75 % de Serpentina	
			$B(i,j)$ exp	$\log(B(i,j))$
2000	1,000	0,000	1,0000	0
1000	0,500	-0,301	0,7660	-0,115771
850	0,425	-0,372	0,7215	-0,141764
600	0,300	-0,523	0,6317	-0,199489
400	0,200	-0,699	0,5412	-0,266642
300	0,150	-0,824	0,4849	-0,314348
200	0,100	-1,000	0,4054	-0,392116
160	0,080	-1,097	0,3789	-0,421475
74	0,037	-1,432	0,3143	-0,502656
44	0,022	-1,658	0,2754	-0,560036

Tabla A3.5. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	$\text{Log}(X_i/X_j)$	50 % de Serpentina	
			$B(i,j)$ exp	$\log(B(i,j))$
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,785	-0,10513
850	0,425	-0,372	0,7428	-0,129128
600	0,300	-0,523	0,6583	-0,181609
400	0,200	-0,699	0,572	-0,242604
300	0,150	-0,824	0,5178	-0,285838
200	0,100	-1,000	0,4501	-0,346739
160	0,080	-1,097	0,4244	-0,372276
74	0,037	-1,432	0,3579	-0,446238
44	0,022	-1,658	0,3247	-0,488518

Tabla A3.6. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	$\text{Log}(X_i/X_j)$	25 % de Serpentina	
			$B(i,j)$ exp	$\log(B(i,j))$
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,8041	-0,09469
850	0,425	-0,372	0,7641	-0,11685
600	0,300	-0,523	0,6848	-0,164436
400	0,200	-0,699	0,6028	-0,219827
300	0,150	-0,824	0,5507	-0,259085
200	0,100	-1,000	0,4847	-0,314527
160	0,080	-1,097	0,4498	-0,346981
74	0,037	-1,432	0,3946	-0,403843
44	0,022	-1,658	0,3588	-0,445148

Tabla A3.7. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	$\text{Log}(X_i/X_j)$	10 % de Serpentina	
			$B(i,j)$ exp	$\log(B(i,j))$
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,8297	-0,081105
850	0,425	-0,372	0,7943	-0,100015
600	0,300	-0,523	0,7235	-0,140591
400	0,200	-0,699	0,6492	-0,187655
300	0,150	-0,824	0,6013	-0,220945
200	0,100	-1,000	0,5398	-0,267807
160	0,080	-1,097	0,5193	-0,284623
74	0,037	-1,432	0,4650	-0,332594
44	0,022	-1,658	0,4315	-0,365019

Tabla A3.8. Datos para calcular los coeficientes Φ , m y l de la función $B(i,j)$ de Austin y Luckie modelada por Excel.

Tamaño X_i , μm	(X_i/X_j) , μm	$\text{Log}(X_i/X_j)$	0 % de Serpentina	
			$B(i,j)$ exp	$\log(B(i,j))$
2000	1,000	0,000	1	0
1000	0,500	-0,301	0,8552	-0,067932
850	0,425	-0,372	0,8245	-0,083809
600	0,300	-0,523	0,7621	-0,117988
400	0,200	-0,699	0,6955	-0,157703
300	0,150	-0,824	0,6518	-0,185886
200	0,100	-1,000	0,6048	-0,218388
160	0,080	-1,097	0,5887	-0,230106
74	0,037	-1,432	0,5383	-0,268976
44	0,022	-1,658	0,5035	-0,298001