



**Ministerio de Educación Superior  
Instituto Superior Minero Metalúrgico “Dr. A.N.J.”  
Facultad de Metalurgia y Electromecánica  
Departamento de Mecánica**

## **TRABAJO DE DIPLOMA**

**Título: Modelación del movimiento de las partículas y evaluación teórica de las pérdidas en tuberías horizontales y verticales durante el transporte neumático del mineral laterítico de la Empresa “Ernesto Che Guevara”.**

**Autor:** Jorge Matos Lobaina.

**Tutor:** MSC Enrique Torres Tamayo.

**Moa -2002**

**“Año de los Héroes Prisioneros del Imperio”**

## **RESUMEN**

En este trabajo se determinan las propiedades físicas y aerodinámicas más importantes del mineral laterítico utilizado en los sistemas de transporte neumático de la empresa Ernesto Che Guevara (Densidad de la partícula, densidad aparente, granulometría y velocidad de flotación). Además aplicando los principios de la modelación del movimiento de las partículas en tuberías inclinadas, se determinan las ecuaciones de la caída de presión en tramos horizontales y verticales para las fases diluta y densa. Se analiza el comportamiento de estos sistemas para este mineral mediante gráficas, las cuales evidencian claramente los posibles resultados a obtener en los experimentos.

## **SUMMARY**

In this work the most important physical and aerodynamic properties (Density of the particle, apparent density, granulometric composition and flotation speed) of the lateritic mineral used in the systems of transport pneumatic of the enterprise Ernesto Che Guevara are determined. Also applying the principles of the modelation of the movement of the particles in inclined pipes was determined the equations of the pressure drop in horizontal and vertical pipes for the phases dilute and dense. The behavior of these systems is analyzed for this mineral by means of graphic, which evidence the possible results to obtain in the experiments.

## **AGRADECIMIENTO**

Al tutor de este trabajo, *MSC Enrique Torres Tamayo* del Departamento de Ingeniería Mecánica y a todos los profesores de del ISMMM “Dr. Antonio Núñez Jiménez” que han contribuido a mi formación.

A los profesores del Laboratorio de Física de las rocas del ISMMM los cuales me facilitaron el acceso y recursos que ellos poseen para la realización de los experimentos.

A mis amigos *Abel Matos, Olicer Méndez, Franklin Fuentes* los cuales han contribuido de una forma u otra en la realización de este trabajo.

A mis padres *José Antonio y Gladis*, mis hermanos *José Luis, Elena y Calidis* y toda la familia por todo lo que me ha dado, que es mucho.

“El hombre capta definitivamente la realidad objetiva sólo cuando el concepto se convierte en ser para sí en el sentido de la práctica”

V.I.Lenin

## **CAPITULO I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Planteamiento del problema**

La industria cubana del níquel juega un papel determinante dentro de la economía nacional. Insertada en esta rama, la empresa Comandante Ernesto Che Guevara es uno de los pilares que la consolida; por ello, la reducción del consumo de portadores energéticos y la optimización de sus procesos inciden considerablemente en la eficiencia de los diferentes equipos e instalaciones que la componen. Actualmente la empresa se encuentra dentro de un proceso inversionista y de modernización de sus plantas con el objetivo de reducir los costos en la producción de cada tonelada de níquel y hacerla más competitiva en el mercado internacional.

El transporte neumático por sus múltiples ventajas constituye uno de los más avanzados medios de transporte de sólidos, el mismo se encuentra aplicado a nivel mundial en diversas industrias.

En Cuba el uso del transporte neumático hasta el momento se reduce a la industria de la harina cemento y níquel, pero a raíz de los pronunciamientos del Cuarto Congreso del Partido Comunista de Cuba, donde se enfatiza en la necesidad de llevar a cabo una gran campaña de ahorro de energía y combustible, e incrementar la utilización de las fuentes de energía renovable (situación que se ha agudizado con la crisis energética en nuestro país producto de la desaparición del campo socialista), se hace necesario teniendo en cuenta el nivel que se ha alcanzado en nuestra industria del níquel y posterior desarrollo, modernizar los medios de transporte neumático, lo cual, contribuirá además a incrementar la productividad del trabajo, mejora las condiciones higiénico sanitarias de los trabajadores, reducir los gastos anuales de la industria y aportar otros beneficios a la sociedad.

Aunque el transporte neumático presenta índices económicos superiores a otros transportadores mecánicos su empleo en la industria se ha visto limitado por su excesivo gasto de energía. Las causas que originan esta dificultad las encontramos en

la incorrecta selección de la velocidad del gas transportador y la infinita variedad de las características físicas de los materiales a transportar, todo lo cual conduce a la inexactitud de los proyectos de las instalaciones neumáticas derivado de la ausencia de investigaciones científicas y trabajos experimentales en esta ciencia.

La modelación del flujo en el transporte neumático y el cálculo de su pérdida de presión es una tarea difícil; esto es debido a las diferentes concentraciones en peso de la mezcla (relación entre la cantidad de material transportado y la cantidad de aire), que implica diferentes tipos de flujo en el transporte neumático, cada uno de estos flujos requieren su propio modelo a fin de proporcionar un método de cálculo específico.

A una velocidad relativamente alta los sólidos son transportados en una aparente suspensión uniforme en la llamada fase pobre o diluida, esto se utiliza para grandes distancias donde puede ser un kilómetro o algo más, para distancias menores a las anteriores es recomendable el transporte en fase densa debido a su menor consumo energético.

En la empresa Ernesto Che Guevara existen varios sistemas de transporte neumático, ubicados en tres lugares fundamentales:

- Salida de los secaderos hasta las tolvas de producto final de los molinos (cuatro sistemas independientes).
- Tolvas de producto final de los molinos hasta los silos (seis sistemas independientes).
- Salida de silos hasta los hornos de soleras múltiples (seis sistemas independientes).

Estos sistemas son altos consumidores de energía eléctrica, debido fundamentalmente a que el transporte se desarrolla en fase diluta a baja concentraciones (14 kg de material / m<sup>3</sup> de aire), muy por debajo de las concentraciones que se alcanzan en el transporte de otros materiales en instalaciones existentes reportadas en la literatura en las que se logran concentraciones que alcanzan los 40 kg de material / m<sup>3</sup> de aire.

La presencia del alimentador sinfín en todos los sistemas existentes en la empresa introduce un consumo de potencia adicional, además del desgaste y mantenimiento de

sus elementos móviles, esto no ocurre en otros sistemas de alimentación, en particular en el tanque soplador donde no se utilizan elementos móviles para dosificar el material.

En la actualidad no existe una metodología científicamente fundamentada que permita la proyección, selección y cálculo de las instalaciones de transporte neumático para el mineral laterítico, no solo en fase diluta sino también en fase densa, por lo que es necesario establecer esta metodología la cual contribuirá a una mejor selección de las instalaciones y la reducción de los consumos energéticos de las mismas.

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente referido, se declara la siguiente **situación problemática**:

***El transporte neumático del mineral laterítico a bajas concentraciones en fase diluida (14 kg de material / m<sup>3</sup> de aire), produce un incremento en el consumo de aire y por tanto un incremento de la potencia consumida por la estación de compresores. La presencia de un alimentador sinfín que incrementa el consumo de potencia y la inexistencia de una metodología para la proyección, selección y cálculo de los sistemas de transporte neumático del mineral laterítico.***

## 1.2. Fundamentos teóricos

### 1.2.1. - Conceptos y notaciones

La concentración en peso de la muestra se define por:

$$M = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} \quad (1.1)$$

Donde:

$\dot{m}_s$  - flujo másico de sólido. [kg/s]

$\dot{m}_g$  - flujo másico de gas. [kg/s]

Si consideramos un punto seleccionado arbitrariamente en el tubo, en el cual el gas y las partículas de sólido fluyen, el flujo de la mezcla de gas y sólido no necesita ser homogéneos, por tanto la concentración de las partículas puede variar a través de la sección transversal del tubo, esto quiere decir, que  $\mu$  se considera en función del lugar en la tubería y la definición (1.1) debe ser remplazada por:

$$\mu = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} \quad (1.2)$$

Donde:  $\dot{m}_g$  y  $\dot{m}_s$  son las densidades del flujo másico [ $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{seg}$ ] del gas y el sólido respectivamente en un cierto punto del tubo.

Los flujos de gas y de partículas sólidas se asumen como flujos paralelos, esto quiere decir que la velocidad del gas ( $V_g$ ) y la velocidad de las partículas sólidas ( $V_M$ ) están en la misma dirección del tubo. Por otro lado como el flujo es homogéneo, el valor absoluto de  $V_g$  y  $V_M$  puede variar a través de su sección transversal.

Un elemento diferencial de volumen  $dv$  en el campo de flujo contiene una masa de gas  $dm_g$  y una masa de sólido  $dm_s$ , los volúmenes correspondientes para el gas y para el sólido se denotan por  $dv_g$  y  $dv_s$ . La suma de esos volúmenes parciales es el volumen total de la mezcla, es decir:

$$dv = dv_g + dv_s \quad (1.3)$$

La densidad real del gas en el punto del elemento de volumen  $dv$  es:

$$\rho_G = \frac{dm_g}{dv_g} \quad (1.4)$$

y la densidad parcial del gas es:

$$\rho_g = \frac{dm_g}{dv} \quad (1.5)$$

La densidad real del gas  $\rho_G$  es su masa dividida por el volumen ocupado por el gas, la densidad aparente o densidad parcial  $\rho_g$  es la masa dividida por el volumen total de la mezcla sólido - gas.

De forma similar a la ecuación (1.4) y (1.5) se definen las densidades correspondientes para las partículas sólidas.

$$\rho_s = \frac{dm_s}{dv_s} \quad (1.6)$$

$$\rho_s = \frac{dm_s}{dv} \quad (1.7)$$

Donde:

$\rho_s$  - es la densidad real de la partícula sólida.

$\rho_s$  - es la densidad parcial de las partículas en la mezcla.

La fracción de volumen de gas en la mezcla o fracción de vacío es:

$$\Phi = \frac{dV_g}{dV} \quad (1.8)$$

De las ecuaciones 1.4 y 1.5 se obtiene:

$$\Phi = \frac{\rho_g}{\rho_G} \quad (1.9)$$

De las ecuaciones (1.6), (1.7) y (1.3) se obtiene:

$$\frac{\rho_s}{\rho_s} = 1 - \Phi \quad (1.10)$$

Por otro lado, si  $dl$  es un diferencial de longitud en la dirección del fluido el diferencial de volumen será:

$$dv = dA \times dl \quad (1.11)$$

$$dV_g = dA_g \times dl$$

$$dV_s = dA_s \times dl$$

Dónde a  $dA_g$  es el diferencial de área de la sección transversal a través de la cuál el gas fluye y  $dA_s$  es el área por dónde fluyen las partículas sólidas. La suma de éstas dos áreas parciales es:

$$dA = dA_g + dA_s \quad (1.12)$$

Sobre la base de la ecuación 1.11 la fracción de volumen de gas puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\Phi = \frac{dA_g}{dA} \quad (1.13)$$

Esta interpretación de la fracción de vacío  $\Phi$  se necesitará en unión con las ecuaciones de momento lineal.

Con la ayuda de las densidades parciales  $\rho_g$  y  $\rho_s$  la densidad del flujo másico puede ser expresado como:

$$\dot{m}_g'' = \rho_g \times V_g \quad (1.14)$$

$$\dot{m}_s'' = \rho_s \times V_M \quad (1.15)$$

Donde  $V_g$  es la velocidad del gas y  $V_M$  es la velocidad del material transportado. La densidad del flujo másico es la suma de estos dos flujos.

$$\dot{m} = \rho_s \times V_M + \rho_g \times V_g \quad (1.16)$$

Sustituyendo la ecuación 1.14 y 1.15 en la ecuación 1.2 se obtiene:

$$\mu = \frac{V_M \times \rho_s}{V_g \times \rho_g} = \frac{V_M \times (1 - \phi) \times \rho_s}{V_g \times \phi \times \rho_g} \quad (1.17)$$

dónde la última igualdad se obtiene de la ecuación 1.9 y 1.10.

Cuando la concentración y la relación entre las velocidades  $\frac{V_g}{V_M}$  son conocidas la  $\phi$  puede ser determinada por la ecuación 1.17 como un ejemplo de esto se puede observar su comportamiento para el mineral laterítico en la Fig.1 en este caso la densidad del gas es  $\rho_g = 1.2 \frac{Kg}{m^3}$  y  $\rho_s = 3026.9 \frac{Kg}{m^3}$ .

En la Fig. 1.1 se puede observar la variación de la fracción de vacío en función de la relación ( $V_g / V_M$ ) para diferentes concentraciones.

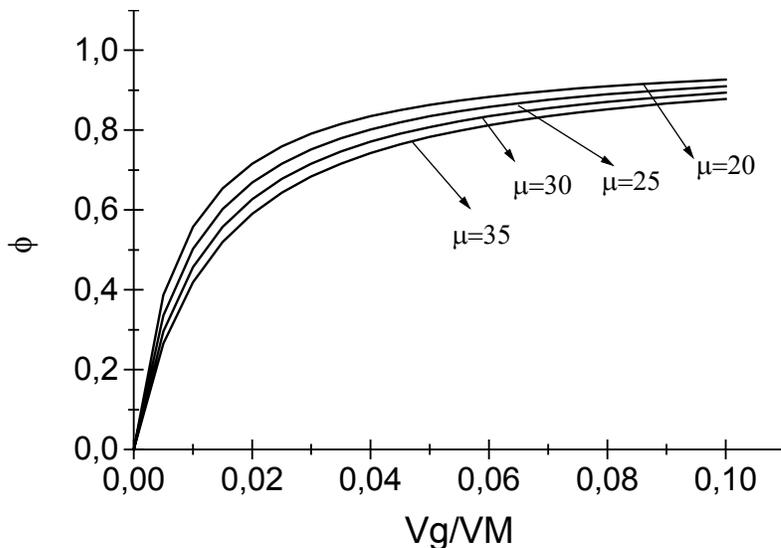


Fig.1.1: Fracción de vacío  $\phi = \phi(\mu, V_M/V_g)$  para una  $\rho_g = 1.2 \text{ kg/m}^3$  y  $\rho_s = 3026.9 \text{ kg/m}^3$ .

### 1.2.2. Clasificación de los diferentes tipos de flujos

Para determinar el tipo de flujo en el transporte neumático, es necesario conocer, la fracción de vacío, la distribución del tamaño de las partículas, las propiedades superficiales del sólido, entre otros.

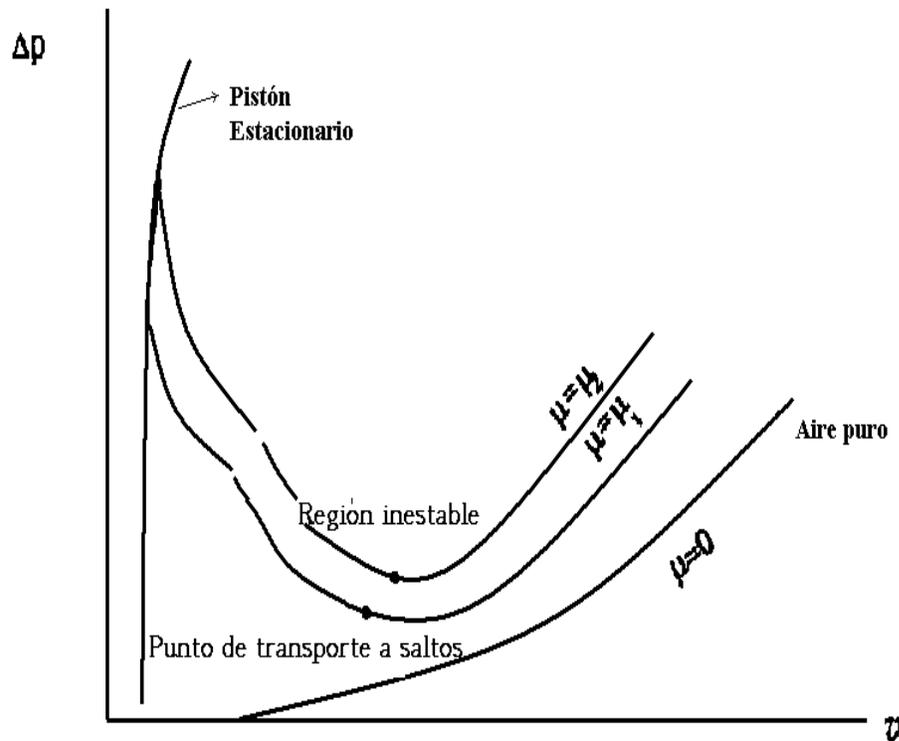


Fig.1.2 Diagrama de estado del transporte neumático.

Una gráfica ampliamente usada para ilustrar los diferentes tipos de flujos en el transporte neumático es el llamado diagrama de estado (Krambrock 1963; Weber 1982 ; Rhodes 2001) en el que la caída de presión se relaciona con la velocidad del aire.

Como se muestra en la figura 1.2, la región de transporte de material está limitada por la curva de aire solamente y la curva de pistón estacionario, donde el aire fluye sobre una cama rellena de partículas estacionarias. El transporte en la fase densa ocurre cuando la velocidad del aire ( $V_g$ ), está por debajo de la velocidad de transporte a saltos.

El régimen de la fase densa puede ser además subdividido en tres distintas regiones (Jodlowski 1984); Klintworth y Rhodes 2001) las cuales se muestran en la figura 1.3.

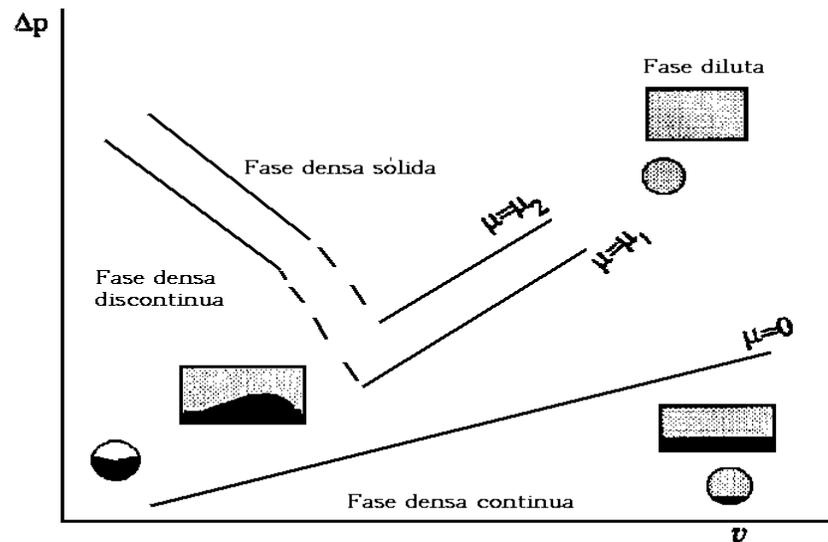


Fig.1.3 Distintas fases en el transporte neumático.

- Fase densa continua: en el que el material se mueve a saltos y rebotes a partir de un arrastre estable.
- Fase densa discontinua: en la que el flujo de partículas se mueve en grupos.
- Fase densa sólida: donde el sólido sobresale a través del tubo como un material continuo.

Comparada con la fase diluta, el transporte en fase densa ofrece algunas claras ventajas, este tiene un consumo más bajo de potencia, el desgaste es reducido, el separador gas / sólido y el diámetro del tubo requerido son más pequeños. La desventaja es la mayor pérdida de presión por unidad de longitud del tubo, lo que limita el uso del transporte en fase densa para distancias cortas, no mayor de 1 kilómetro. El otro factor es que muchos materiales principalmente granulares y con gran tamaño de partículas no fluyen como flujos en fase densa.

De todo lo anterior lo más importante está en que no hay una vía general ni un simple parámetro con la ayuda del cual se pudiera predecir el comportamiento del flujo en cada aplicación, para cada caso, el tipo de flujo tiene que ser examinado experimentalmente.

### 1.2.3. Velocidad de caída libre de las partículas

Comenzaremos considerando la velocidad de caída libre de una partícula simple cuyo diámetro es  $d_s$ . Cuando la partícula alcanza la velocidad de caída libre ( $V_{fo}$ ), la fuerza gravitacional y la fuerza de resistencia están en equilibrio, después de la cual la velocidad de caída libre es constante.

El problema básico en la determinación de la caída libre está en la evaluación de la fuerza de resistencia que una partícula experimenta como resultado del movimiento relativo a los alrededores del gas. El flujo de gas y la fuerza de resistencia resultante ( $F_d$ ), han sido caracterizados más a fondo para el movimiento de una esfera lisa sin rotación a velocidad constante a través de un gas estable y no limitado. Los resultados obtenidos bajo esas condiciones altamente idealizadas es normalmente representada por una curva de un coeficiente de resistencia estándar, la cual expresa la relación entre el coeficiente de resistencia,  $C_d$  y el número de Reynolds de la partícula.

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{d_s^2 \pi}{4} \times \rho_G \times \frac{V_{fo}^2}{2}} \quad (1.18)$$

$$R_{ed} = \frac{V_{fo} \times d_s}{\nu} \quad (1.19)$$

Donde:

$\nu$ - es la viscosidad cinemática del gas.

Con los parámetros adimensionales  $C_d$  y  $R_{ed}$  el problema está en encontrar la correlación.

$$C_d = f(R_{ed}) \quad (1.20)$$

La cual junto con la condición de equilibrio de fuerza, la fuerza de resistencia  $F_d$  y la fuerza gravitacional menos la fuerza hidrostática es igual a:

$$F_d = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{d_s}{2}\right)^3 \times (\rho_s - \rho_G) \times g \quad (1.21)$$

El coeficiente de resistencia basado en el análisis teórico de Stokes es:

$$C_d = f(R_{ed}) = \frac{24}{R_{ed}} \quad (1.22)$$

Sustituyendo  $C_d$  en la ecuación (1.18) y combinando esta con las condiciones de fuerza de equilibrio (1.14), se obtiene la siguiente ecuación para la velocidad de caída libre.

$$V_{fo} = \frac{\rho_s - \rho_G}{\rho_G} \times \frac{d_s^2}{18\nu} \times g \quad (1.23)$$

Si el gas es aire a presión atmosférica y temperatura de 25°C,  $\rho_G = 1.2 \text{ kg/m}^3$  y  $\nu = 15,89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . En el caso del mineral laterítico con una  $\rho_S = 3026.9 \text{ kg/m}^3$ , a partir de la ecuación (1.23), se obtienen los siguientes valores los cuales se muestran en la tabla 1.1.

Tabla.1.1 Velocidad de flotación de una partícula esférica de mineral laterítico basada en la teoría de Stokes a presión atmosférica.

d(m)	Vfo(m/s)	Red	Cd
0,00025	5,405019	85,03806	0,028769
0,000205	3,634335	46,88727	0,052178
0,000143	1,768436	15,91481	0,153724
0,000108	1,008706	6,855902	0,356843
0,000077	0,512742	2,484652	0,984638
0,000054	0,252177	0,856988	2,854747
0,000044	0,167426	0,463608	5,277046

El coeficiente de resistencia a partir de la ley de Stokes puede ser calculada para pequeños valores del número de Reynolds. Glift y Gauvin utilizaron la siguiente ecuación para el cálculo del mismo a través de los regímenes de transición y turbulentos.

$$C_d = 24R_{ed}^{-1} + 3.60R_{ed}^{-0.313} + \frac{0.42}{\left(1 + 4.25 * 10^4 R_{ed}^{1.16}\right)} \quad (1.24)$$

La región  $1000 < R_{ed} < 200\ 000$ , algunas veces llamada régimen de Newton se caracteriza por un coeficiente de resistencia relativamente constante, indicando que no ocurren grandes cambios en el modelo de flujo. Los cambios más significativos ocurren en la transición del flujo laminar a turbulento.

De la ecuación (1.24) se obtiene:

$$C_d = 0.47 \text{ para } R_{ed} = 1000$$

$$C_d = 0.49 \text{ para } R_{ed} = 200\ 000$$

Por tanto:

$$C_d = \text{const.} = 0.5 \quad (1.25)$$

Sustituyendo la ecuación (1.25) en la ecuación (1.18) y usando la ecuación (1.21) se obtiene la bien conocida fórmula de Newton para la velocidad de caída libre.

$$V_{fo} = \left[ \frac{8}{3} \times \frac{\rho_s - \rho_G}{\rho_G} \times g \times d_s \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.26)$$

La cual es una buena aproximación en la región  $1000 < R_{ed} < 200\,000$ .

En el transporte neumático el flujo alrededor de la partícula es no uniforme, la partícula no se mueve en estado estacionario y el flujo contiene turbulencia el cuál no es solamente generado por las partículas, así el uso de las ecuaciones (1.22) – (1.26) está por supuesto restringida para condiciones idealizadas no aplicables en el estudio del transporte neumático del mineral laterítico.

Para estimar la velocidad de caída libre de un grupo de partículas de diferentes tamaño se asume que se conoce la velocidad de caída libre de cada partícula simple. Partículas de diferentes tamaño caen a diferentes velocidades. Cuando un grupo de partículas de diferentes tamaño caen, ellas chocan unas con las otras y las más rápidas tienden a acelerar las más lentas. En todas las colisiones se conserva el momento lineal, por tanto si una partícula choca con otra mucho tiempo, entonces finalmente el grupo de partículas tiene una velocidad de caída libre media. Así la velocidad media de caída libre de un grupo de partículas puede ser definido por:

$$V_{fo} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} m_i \times V_{foi}}{\sum_{i=1}^{\infty} m_i} \quad (1.27)$$

Donde  $m_i$  es la masa de una partícula cuyo diámetro es  $d_{si}$  y cuya velocidad de caída libre es  $V_{foi}$ .

### 1.2.4. Modelación de la velocidad de caída libre en tubos

Hasta ahora hemos considerado la velocidad de caída libre en el aire en reposo, pero, el fenómeno en el tubo difiere de este porque la caída de las partículas sólidas se realizan en un flujo de aire ascendente (ver fig.1.4). Esta idea de modelación es de Lampinen (1991).

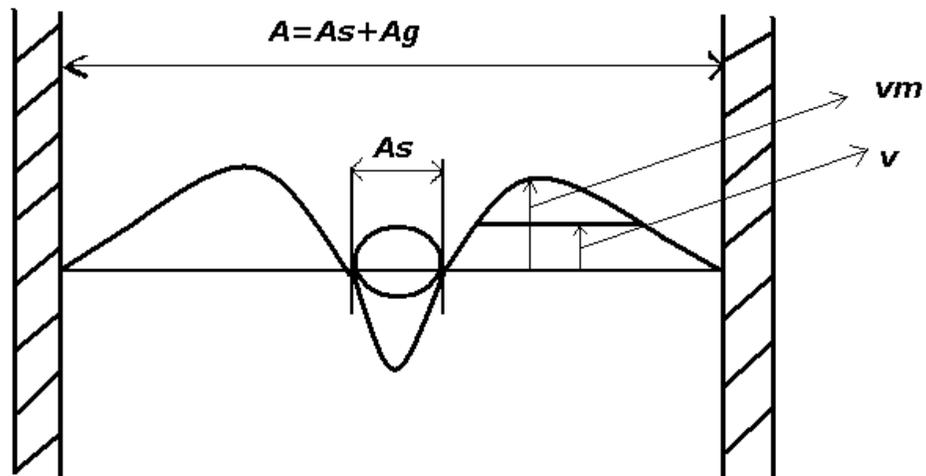


Fig.1.4:Caída de una partícula sólida en un tubo.

El volumen de aire reemplazado por las partículas fluye hacia arriba y la variación del flujo de aire es:

$$V_m \times A_g = V_f \times A_s \quad (1.28)$$

Donde:

$V_f$  - es la velocidad de caída de las partículas en el tubo, cantidad que deseamos determinar.

$A_g$  - es el área de la sección transversal para el flujo de aire.

$A_s$  - es el área de la sección transversal de las partículas sólidas.

La ecuación (1.27) incluye asumir que el flujo es incomprensible.

En el sistema de coordenada en el cual el flujo de aire se mueve hacia arriba con la velocidad  $V_m$ , la partícula desciende como si el aire alrededor de este estuviera en reposo. En otras palabras la velocidad de caída libre es la suma de las dos velocidades.

$$V_{fo} = V_f + V_m \quad (1.29)$$

Resolviendo  $V_m$  de la ecuación (1.27) obtenemos:

$$V_m = \frac{A_s}{A_g} \times V_f = \frac{A - A_g}{A_g} \times V_f = \left( \frac{1}{\phi} - 1 \right) \times V_f \quad (1.30)$$

Sustituyendo la ecuación (1.30) en (1.29) se obtiene un resultado muy simple para la velocidad de caída libre.

$$V_f = \phi \times V_{fo} \quad (1.31)$$

En la ecuación (1.31),  $V_{fo}$  es la velocidad de caída libre de las partículas de forma separada, si estas forman grandes terrones no es adecuado asumir ese comportamiento porque caen a otra velocidad, para este caso la ecuación (1.30) tiene que ser remplazada por una relación empírica.

### 1.3. Hipótesis científica y Objetivos del trabajo

A partir de la revisión bibliográfica realizada y el análisis de los diferentes aspectos teóricos se plantea la siguiente **hipótesis científica**:

A partir de la modelación teórica de los sistemas de transporte neumático es posible obtener el comportamiento de los principales parámetros que influyen en el consumo energético de estas instalaciones de manera que permitan una mejor proyección, selección y optimización de los mismos.

Por lo tanto se plantean los siguientes **Objetivos:**

1. Realizar la caracterización física y aerodinámica del mineral laterítico utilizado en los sistemas de transporte neumático.
2. Realizar la modelación teórica de los sistemas de transporte neumático del mineral laterítico.

## **CAPÍTULO II. PROPIEDADES FÍSICAS Y AERODINÁMICAS DEL MINERAL LATERÍTICO PARA LOS SISTEMAS DE TRANSPORTE NEUMÁTICO.**

### **2.1 INTRODUCCIÓN**

La modelación del flujo en el transporte neumático y el cálculo de su pérdida de presión es una tarea difícil; esto es debido a las diferentes concentraciones en peso de la mezcla (relación entre la cantidad de material transportado y la cantidad de aire), que implica diferentes tipos de flujo, cada uno de estos flujos requiere su propio modelo a fin de proporcionar un método de cálculo específico.

Varios investigadores han tratado la temática del transporte neumático y la influencia de sus propiedades en la modelación, selección y diseño de estos sistemas. En el trabajo desarrollado por Pacheco (1984), se determinan las propiedades físicas y aerodinámicas del bagazo, harina de trigo y el centeno. Estos resultados son posteriormente utilizados por Lesme (1995) para obtener una metodología de cálculo que permite la proyección de los sistemas de transporte neumático de bagazo en los centrales azucareros del país.

No menos importantes son los trabajos desarrollados por Taylor (2001), y Lampinen (1991), donde se analiza la influencia de las propiedades de otros materiales tales como: madera, arroz, pelets de polietileno, entre otros en las pérdidas de presión y el consumo de energía específica de los sistemas de transporte neumático.

En trabajos desarrollados por otros autores para analizar el movimiento de las partículas en un flujo de gas (Harada 2000; Kawaguchi 2001; Miyoshi 2000 y Pan 2000) emplean métodos de simulación para describir el movimiento de las partículas y analizar el efecto de la pulsación del gas en el modelo de flujo, así como la interacción y colisiones entre las partículas y con las paredes de la tubería.

Relacionado con el mineral laterítico existen pocos trabajos orientados a determinar las propiedades de los materiales utilizados en los sistemas de transporte neumático, dentro de ellos se destaca el trabajo desarrollado por Miranda (1996), en el que se

realiza una comparación y conjugación de métodos para determinar el contenido de humedad inicial en las distintas menas de los yacimientos lateríticos, aplicándose el método de reflexión neutrónica. En el trabajo desarrollado por Torres (1999), se analizan propiedades como: contenido de humedad, composición granulométrica, forma de las partículas y humedad de equilibrio. En la tabla 2.1 se muestra un resumen de las mismas.

Tabla 2.1 Propiedades del mineral laterítico.

• Contenido de humedad: 4,5%			
• Forma de las partículas: Esféricas			
• Humedad de equilibrio: 3,9%			
• Composición granulométrica			
Clase de tamaño (mm)	% en peso	Clase de tamaño (mm)	% en peso
+ 0,125	1,05	- 0,074 + 0,063	2,45
- 0,125 + 0,09	2,03	- 0,063 + 0,044	30,81
- 0,09 + 0,074	1,5	- 0,044	62,16

En este capítulo se determinan otras propiedades necesarias para la evaluación, cálculo y diseño de los sistemas de transporte neumático como son:

- Velocidad de flotación.

La característica aerodinámica de las partículas más importante en las teorías modernas sobre el transporte neumático es la velocidad de flotación. De acuerdo con la literatura revisada se desprende que para una partícula caracterizada por su diámetro  $d$ , y su velocidad de flotación ( $V_f$ ), existe una cierta velocidad del gas, por debajo de la cual el transporte neumático no es posible. El significado de la velocidad mínima es grande puesto que brinda la posibilidad de seleccionar la velocidad óptima de transporte.

El problema del inicio de la obstrucción en el proceso de flujo se presenta tan pronto como en cualquier punto de la sección transversal del conductor se identifique una velocidad del gas  $\leq V_f$ . En esta zona se producirá el aumento de la concentración, el material descenderá y empezará el colapso del proceso. Por la distribución que tienen las velocidades en el tubo, es evidente que la zona más expuesta al inicio de este fenómeno es la del perímetro del tubo.

El estudio del transporte neumático en fase densa, donde se analiza la influencia de la concentración de la mezcla y las colisiones entre las partículas en la velocidad de flotación es abordado por (Kawaguchi 2000; Pan 2001) empleando métodos numéricos. Estos resultados son válidos para el modelo general de flujo de transporte neumático donde se analizan todas las variables que intervienen en la pérdida de presión durante el movimiento de la mezcla gas – sólido por el interior de un conducto.

Taylor (2001) al estudiar la velocidad de flotación de las partículas, le prestó gran interés al comportamiento próximo a las paredes del tubo. Pacheco (1984) cuando estudió la distribución de concentraciones de partículas en el tubo, observó que al disminuir la velocidad del gas hasta cierto valor, la concentración en las paredes aumentaba y que posteriores disminuciones de la velocidad del gas, provocaba la obstrucción. Raheman (1993) hizo pruebas con partículas de arroz y semillas de soya para velocidad del aire desde 8 hasta 20 m/s observando la tendencia del traslado hacia la zona perimetral.

Lo anterior se explica como consecuencia del carácter pulsante de la turbulencia que provoca fuerzas aerodinámicas sobre las partículas con componentes radiales que la obligan a emigrar hacia la pared.

La solución al problema se traslada entonces a buscar una magnitud velocidad mínima media del flujo de gas, tal que en el perfil de velocidades, actúe sobre la partícula en las proximidades de la pared, una velocidad igual a la velocidad de flotación.

- Densidad de partículas.

Esta se define como la masa correspondiente a la unidad de volumen ocupado por una partícula simple. En ella no interviene la porosidad del material ni el diámetro de las partículas.

- Densidad aparente.

Esta se define como la masa total correspondiente a la unidad de volumen ocupado por el material. La densidad aparente varía con la distribución por tamaño de las partículas y con los cuerpos que la rodean. La porosidad del cuerpo sólido, así como la materia que llena sus poros o espacios vacíos intermedios, influyen también en el valor de la densidad aparente, para una simple partícula de un material no poroso la densidad real resulta igual a la densidad aparente.

El objetivo que se persigue en este capítulo es determinar las propiedades físicas y aerodinámicas más importantes del mineral laterítico para la modelación, cálculo y diseño de los sistemas de transporte neumático.

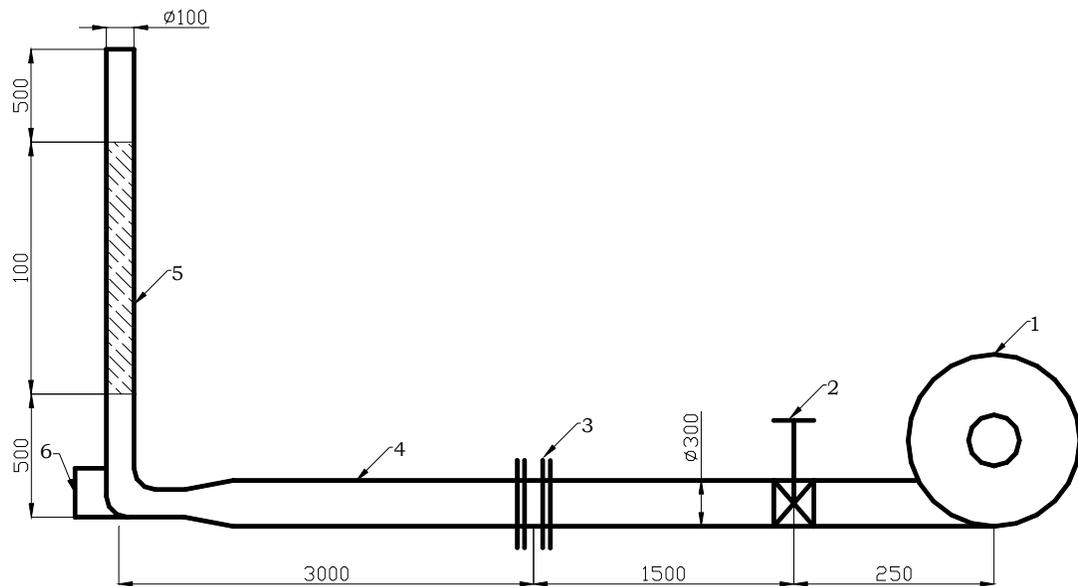
## **2.2 Materiales y métodos**

Para una mejor comprensión de los diferentes tópicos se expone cada técnica experimental por separado, analizando en cada una de ellas el procedimiento seguido para las tres propiedades físicas y aerodinámicas encontradas en el trabajo.

### **2.2.1 Velocidad de flotación de las partículas y coeficiente de resistencia**

#### *Técnica experimental empleada*

Para la determinación de este parámetro se construyó una instalación experimental en áreas del Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, los detalles de la misma se encuentran en la figura 2.1.



*Fig.2.1 Instalación experimental.*

Las partes componentes de esta instalación son:

1. Fuente de aire (Ventilador).
2. Válvula para la regulación del flujo de aire.
3. Cámara con platillo orificio para la conexión del flujómetro.
4. Tubería horizontal.
5. Visor de la velocidad de flotación.
6. Cámara con gaveta para la recolección del producto.

El material se clasificó utilizando un juego de tamices según la escala incompleta de Taylor con módulo  $\sqrt{2}$ , en esta selección se tomó como punto de partida el diámetro máximo de las partículas que se desean analizar, los valores se muestran en la tabla 2.1.

Para determinar la velocidad de flotación de las partículas primeramente se establece un flujo mínimo estacionario de aire a través del conducto, este valor se controla a través del flujómetro conectado en la entrada y se regula por medio de la válvula de globo instalada. El incremento de la velocidad del aire fue de 0,1 m/seg. comenzando a

una velocidad mínima de 1 m/seg para cada experimento realizado, el tiempo de espera entre incrementos fue de 1 minuto para cada caso. En cada posición se realizaron tres réplicas para cada una de las clases de tamaño.

El tamaño de las muestras fue de 50 gramos. En la cámara con gaveta se recolectaron las partículas que no son arrastradas en el flujo de gases, determinándose la velocidad de flotación por diferencia de pesada, también se observó el momento en que las partículas se mantuvieron flotando en el flujo de aire. El largo del tubo vertical utilizado  $L = 2000$  mm, lo cual equilibra la velocidad del gas a régimen turbulento.

#### *Coefficiente de resistencia del mineral laterítico*

Existe una estrecha relación entre la velocidad de flotación y el coeficiente de resistencia para el transporte neumático del mineral laterítico, parámetro necesario para aplicar los criterios de semejanzas en la modelación y simulación de estos sistemas.

Bajo el movimiento relativo entre una partícula y el aire a su alrededor, se ejerce una fuerza de resistencia sobre la partícula. En un movimiento vertical hacia arriba de las partículas y el aire, la fuerza de resistencia actuando sobre la partícula supera la fuerza neta descendiente o la diferencia entre la fuerza gravitacional y la fuerza de sustentación. Esta expresada matemáticamente conduce a la siguiente ecuación:

$$V_F = \sqrt{\frac{4}{3} \times g \times \frac{dx}{\lambda} \times \frac{(\rho_M - \rho_G)}{\rho_G}} \quad (2.1)$$

Donde:

$dx$  - diámetro de las partículas (m).

$\rho_M$  - densidad del material ( $\text{kg/m}^3$ ).

$\rho_G$  - densidad del gas ( $\text{kg/m}^3$ ).

$\lambda$  - coeficiente de resistencia del mineral laterítico.

$\nu$  - Coeficiente cinemático de viscosidad ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

$V_F$  - Velocidad de flotación (m/s).

Las partículas dentro de todo el margen de variación de su diámetro (0,025 mm– 0,044 mm), tienen un número de Reynolds de flotación que se puede expresar a través de la siguiente expresión.

$$\text{Re}_F = \frac{V_F \times dx}{\nu} \quad (2.2)$$

Utilizando la ecuación (2.1) se puede determinar el comportamiento del coeficiente de resistencia en función del diámetro de las partículas y la velocidad de flotación.

### 2.2.2 Densidad aparente

#### *Materiales y reactivos utilizados*

- Balanza analítica de precisión 0,01g.
- Agua destilada
- Juego de Tamices
- Estufa
- Embudo de crisol
- Cubeta
- Probeta graduada

#### *Técnica experimental utilizada.*

1. Se toma una muestra de mineral y se seca en la estufa a una temperatura de 100 grados hasta peso constante, y se tamiza de manera tal que permita la clasificación de las partículas de la roca de acuerdo a su diámetro.
2. Se lava la probeta con agua destilada, se seca en la estufa y se pesa obteniéndose la masa de la probeta (m). Cada muestra según su diámetro se traslada en una cubeta y se deposita en la probeta graduada, se trata de eliminar todo el aire de la muestra de manera que ésta quede lo más compacta posible y al mismo nivel mediante golpecitos en una mesa y se mide el volumen ocupado por esta ( $V_n$ ). Se hace este procedimiento

para todas las muestras clasificadas. Se toma la probeta con la muestra y se pesa obteniéndose la masa ( $m_n$ ).

3. Después se determina la densidad aparente por la fórmula:

$$\rho = \frac{m_n - m}{V_n} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (2.3)$$

Dónde el subíndice n indica el número de la muestra según cada caso

### **2.2.3 Densidad de partículas**

Para determinar la densidad del mineral se utilizó el método picnométrico por poseer todas las condiciones para su realización en el laboratorio de Física de las Rocas de la Facultad de Minas - Geología del Instituto Superior Minero Metalúrgico.

#### *Materiales y reactivos a utilizar para ejecución de los experimentos*

- Picnómetros.
- Balanza analítica
- Agua destilada
- Mortero
- Tamiz
- Estufa
- Micro pipeta
- Embudo de crisol
- Cubeta
- Bicromato de potasio
- Ácido sulfúrico

#### *Técnica experimental empleada*

1. El picnómetro se lava primero con una mezcla caliente de bicromato de potasio con ácido sulfúrico, después con agua y seguidamente con agua destilada, se seca y se pesa. Seguidamente el mismo se llena (hasta una marca) del líquido picnométrico

seleccionado, mediante una bureta y nuevamente se pesa, la temperatura del líquido picnométrico debe ser de 18 a 22 °C y el pesado del picnómetro con el líquido picnométrico en balanzas de precisión con una exactitud hasta 0.01g. Se obtiene el peso del picnómetro con el líquido ( $g_1$ ).

2. La muestra, que se encuentra en un estado seco, se tritura en un mortero de porcelana y se cierne a través de una zaranda de agujeros con diámetro de 0.2 mm. Las partículas de diámetro superior a 0.2 mm que quedan se vuelven a triturar.

3. Luego el picnómetro otra vez se seca. Se selecciona una muestra de roca de 5g y se coloca en una estufa a la temperatura de 100 -110 °C hasta peso constante, se enfría y se traslada en cubetas al picnómetro seco. El picnómetro con la roca se pesa en balanzas de precisión con la exactitud de 0.01g. Del peso del picnómetro con la roca se resta el peso ( $g_1$ ) y se obtiene el peso de la muestra ( $g$ ).

4. Para eliminar el aire de la muestra, al picnómetro se le echa el líquido picnométrico puro en un 30-50% de su volumen y se pone a hervir durante 30 min, si en la muestra se han observado granos gruesos y durante una hora si los granos son finos.

5. Después de la ebullición, se enfría el picnómetro en un baño con agua destilada, se mide a la temperatura del agua, la cual debe ser igual que en el primer paso de 18-22 °C. El nivel del líquido se establece de un modo rígido por el límite superior del menisco, para lo cual se utiliza una micro pipeta con la que se añaden o sustraen gotas de agua según se necesite. Después de esto el picnómetro se pesa cuidadosamente en balanzas de precisión con exactitud de hasta 0.01g y se obtiene el peso del picnómetro con el líquido picnométrico y la muestra, o sea ( $g_2$ ).

fundamentándonos de los datos anteriores, determinamos la densidad por la fórmula:

$$\gamma_e = \frac{g \times \rho_l}{g_1 + g - g_2} \quad [\text{g/cm}^3] \quad (2.4)$$

Dónde:

$g$  - masa de la muestra seca [g].

$g_1$  - masa del picnómetro con el líquido picnométrico [g].

$g_2$  – masa del picnómetro con el líquido picnométrico y la muestra [g].

$\rho_1$  –Densidad del líquido picnométrico ( $\text{g/cm}^3$ ).

## 2.3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 2.3.1 Velocidad de flotación y coeficiente de resistencia del mineral laterítico

En la tabla 2.2 se puede observar los resultados de la velocidad de flotación en función del diámetro de las partículas para diferentes valores del contenido de humedad. En esta se presentan los valores promedios de cada uno de los experimentos realizados.

*Tabla 2.2 Resultados de la velocidad de flotación en función del diámetro de las partículas.*

$dx$ (mm)	0,250	0,205	0,143	0,108	0,077	0,054	0,044	Contenido de humedad
$Vf_1$ (m/s)	5,42	4,93	4,61	4,16	3,67	3,15	2,93	7,3%
$Vf_2$ (m/s)	5,21	4,74	4,23	3,83	3,25	2,92	2,64	4,5%
$Vf_3$ (m/s)	4,94	4,31	3,97	3,51	2,97	2,59	2,37	3,9%
$\lambda$	0,304	0,301	0,264	0,243	0,24	0,209	0,208	4,5%
$Re_F$	81,97	61,152	38,068	26,032	15,749	9,923	7,31	4,5%

A partir de los datos experimentales anteriores (ver tabla 2.2), se obtienen las curvas de velocidad de flotación, para ello se utilizó el programa profesional Microcal Origin (1996). El ajuste de curva se realizó a partir de una ecuación del tipo (2.5) con un coeficiente de correlación superior a 0.8 en todos los casos.

El modelo general empleado ha sido utilizado por otros autores para la correlación de otros materiales Pacheco (1984), este toma la forma general siguiente:

$$Vf = K_1 \times dx^{K_2} \quad (2.5)$$

Donde  $K_1$  y  $K_2$  son constantes.

los resultados se muestran en las ecuaciones 2.2, 2.3 y 2.4 y las figuras 2.2, 2.3 y 2.4 respectivamente.

$$Vf1 = 8,69 \times dx^{0,34} \quad \text{para contenido de humedad del 7,3 \%} \quad (2.6)$$

$$Vf2 = 8,81 \times dx^{0,38} \quad \text{para contenido de humedad del 4,5 \%} \quad (2.7)$$

$$Vf3 = 8,58 \times dx^{0,41} \quad \text{para contenido de humedad del 3,9 \%} \quad (2.8)$$

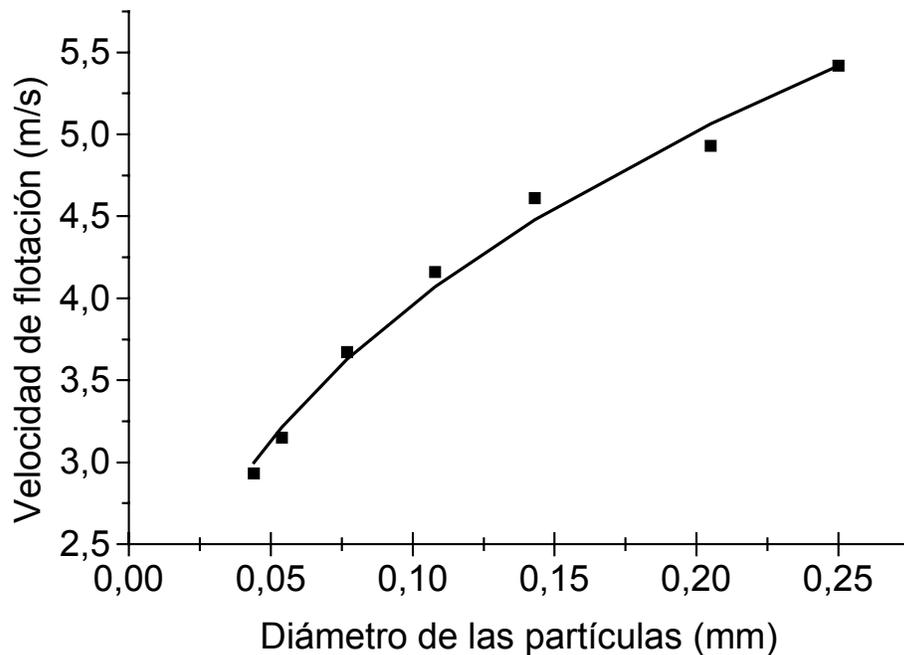


Fig.2.2 Velocidad de flotación( $Vf1$ ) en función del diámetro de las partículas.

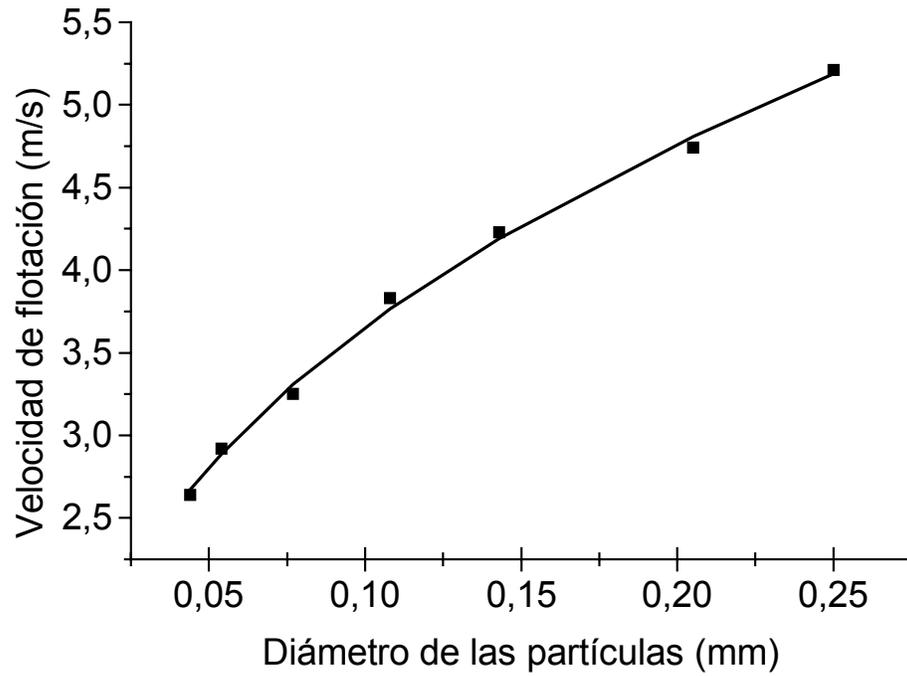


Fig.2.3 Velocidad de flotación( $V_{f2}$ ) en función del diámetro de las partículas.

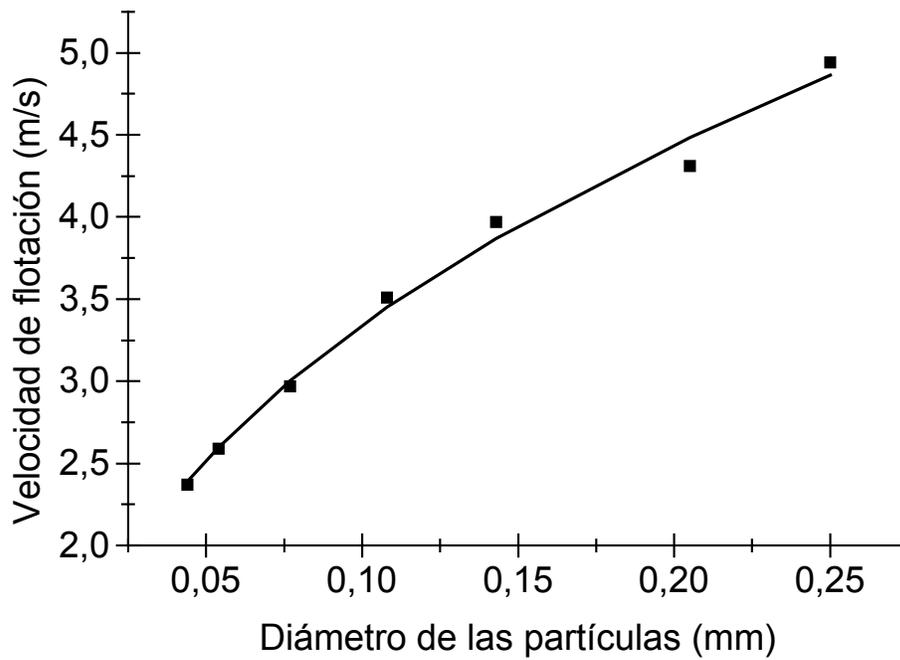
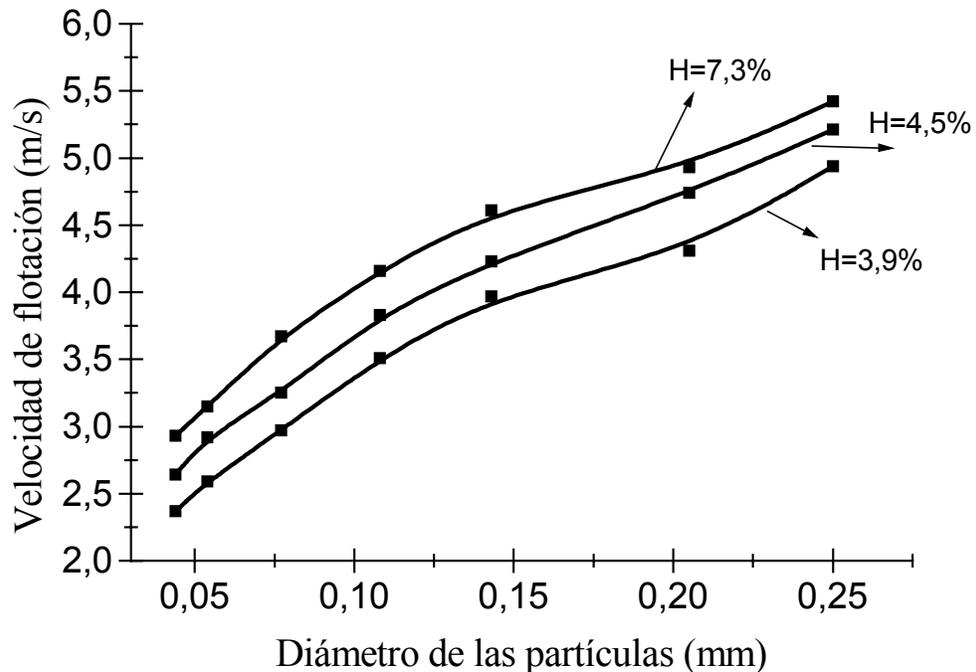


Fig.2.4. Velocidad de flotación( $V_{f3}$ ) en función del diámetro de las partículas.

En la figura 2.5 se muestra el comportamiento de la velocidad de flotación en función del diámetro de las partículas para diferente contenido de humedad. Se observó un incremento de la misma con el contenido de humedad como se esperaba, alcanzándose el valor máximo para  $H=7,3\%$  con un valor de 5,42 m/s.



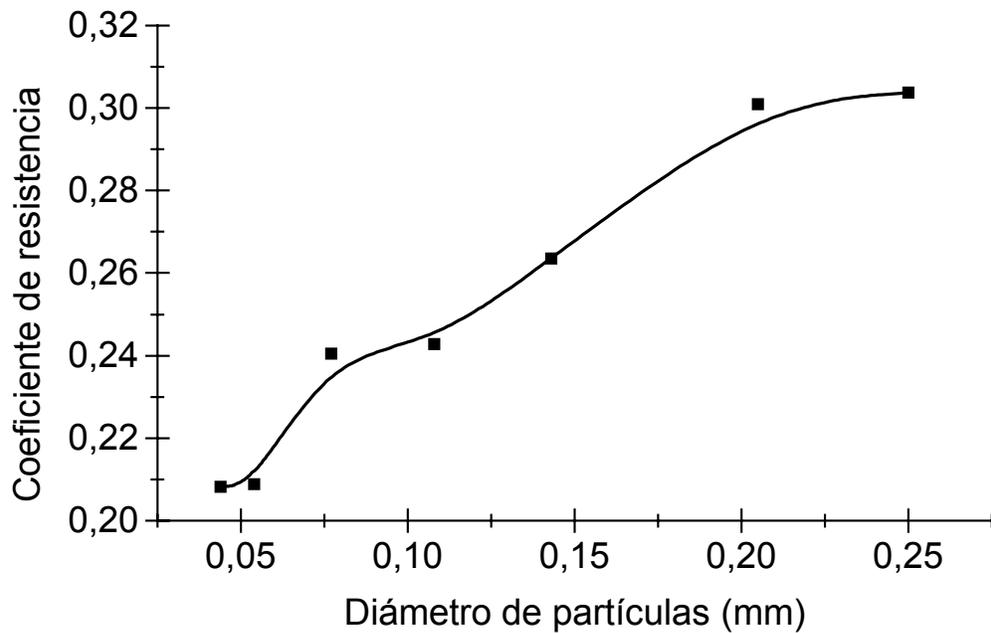
*Fig. 2.5 Comportamiento de la velocidad de flotación en función del diámetro de las partículas para diferente contenido de humedad*

Se observó a partir de las ecuaciones y figuras obtenidas que la velocidad de flotación depende de forma significativa del diámetro de las partículas y del contenido de humedad del mineral, factores que es necesario tener en cuenta en la selección de la velocidad mínima de los sistemas de transporte neumático.

#### *Coefficiente de resistencia*

Los valores del coeficiente de resistencia  $\lambda$ , calculados por la ecuación (2.1), se presentan en la tabla 2.2. En las figuras 2.6 y 2.7 se muestra la variación del mismo en función del diámetro de las partículas y el número de Reynolds de flotación.

Se observó a partir de los resultados obtenidos que el coeficiente de resistencia del mineral laterítico se incrementa con el incremento del diámetro de las partículas y el número de Reynolds. Comparando estos resultados con los obtenidos para otros materiales Pacheco (1984) se observó que para el mineral laterítico estos valores son inferiores. Esto se atribuye a los valores del diámetro de partículas ensayados que en nuestro caso se encuentra en el orden de los micrones, independientemente del valor de densidad de partículas, muy superior a otros materiales tales como: Bagazo, Soya, harina, entre otros. El valor máximo del coeficiente de resistencia se obtiene para un diámetro de partículas de 0,250mm, tomando un valor de 0,304.



*Fig. 2.6 Variación del coeficiente de resistencia en función del diámetro de las partículas.*

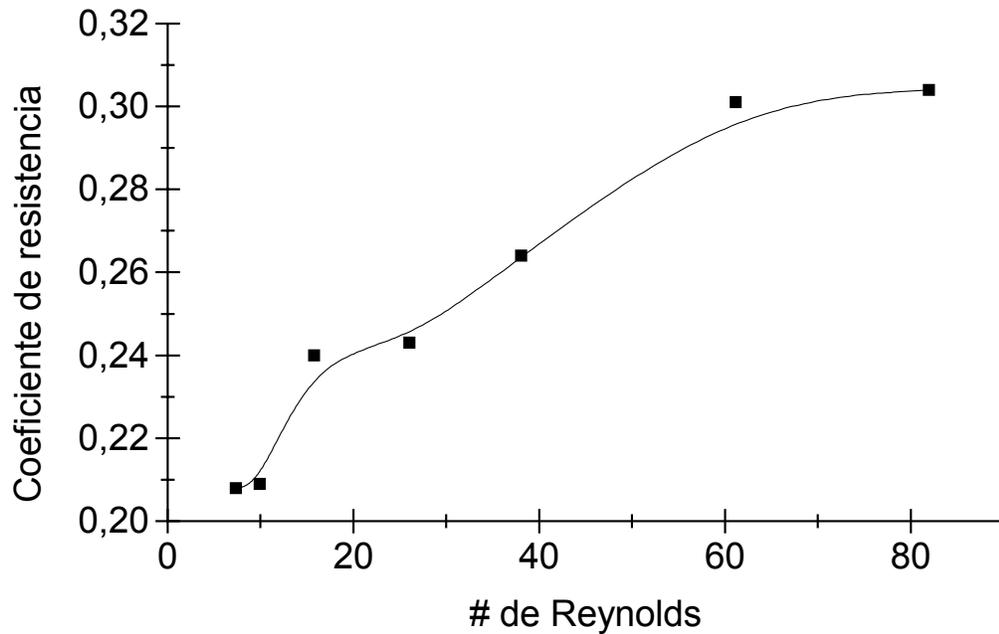


Fig. 2.7 Variación del coeficiente de resistencia en función del número de Reynolds.

### 2.3.2 Densidad real y aparente

En la tabla 2.3 se presentan los resultados promedio de la densidad aparente en función del diámetro de las partículas. La correlación se realizó a partir de una ecuación del tipo (2.9).

Tabla 2.3 Resultados promedios de la densidad aparente en función del diámetro de las partículas.

dx (mm)	0,250	0,205	0,143	0,108	0,077	0,054	0,044
$\rho_{apa}$ (g/cm <sup>3</sup> )	0,5733	0,951 7	0,9965	1,0583	1,0744	1,1025	1,1143

$$\rho_{apa} = K_3 \times EXP^{-K_4 \times dx} \quad (2.9)$$

Los resultados del análisis de regresión se muestran en la ecuación (2.10) y figura 2.8

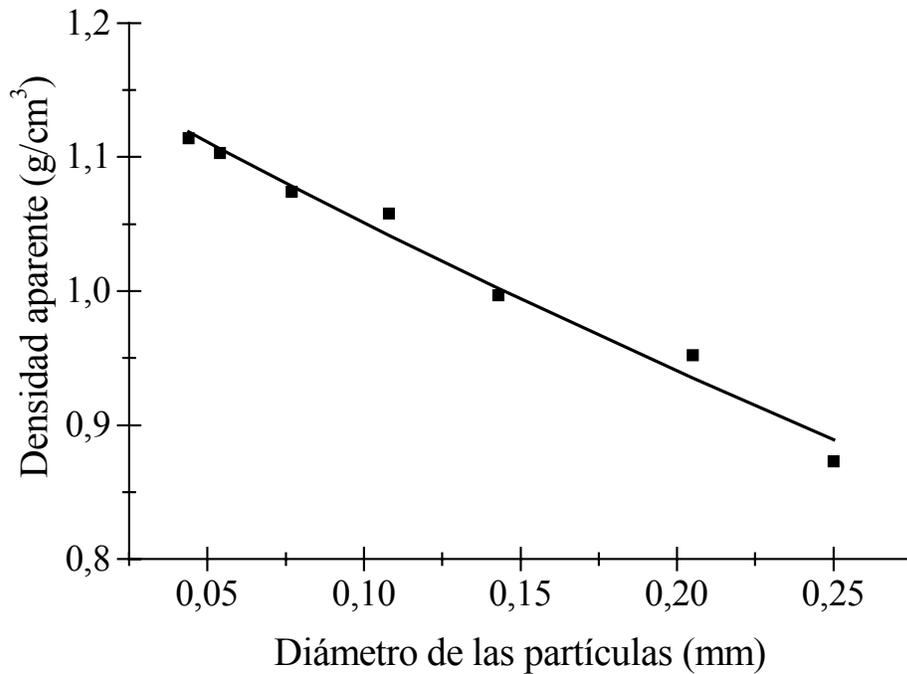


Fig. 2.8 Resultados del análisis de regresión

$$\rho_{apa} = 1,175 \times EXP^{-1,114 \times dx} \quad (2.10)$$

A partir de los resultados obtenidos se puede observar que la densidad aparente disminuye con el incremento del diámetro de las partículas, alcanzándose el valor de  $1,1143 \text{ g/cm}^3$  para el menor diámetro de partículas presente en las muestras, según la clasificación realizada.

La densidad aparente promedio tomando en consideración la distribución de las clases de tamaño es de  $1,0683 \text{ g/cm}^3$ .

En la tabla 2.4 se muestran los resultados de la densidad de las partículas a partir del procesamiento estadístico realizado utilizando el programa profesional Microsoft Excel (2000). La densidad de las partículas promedio para las muestras analizadas tiene un valor de 3,0269 g/cm<sup>3</sup>.

*Tabla. 2.4 Resultados de la densidad de las partículas a partir del procesamiento estadístico.*

Muestra	Densidad real (g/cm <sup>3</sup> )		Procesamiento estadístico	
Muestra	Benceno	Gas oil	Media	3,0269
1	3,0279	3,0229	Error típico	0,00170553
2	3,0254	3,0204	Mediana	3,027
3	3,0301	3,0279	Moda	3,0279
4	3,0329	3,0179	Desviación estándar	0,00539
5	3,0354	3,0279	Varianza	2,9088x 10 <sup>-4</sup>

### CAPITULO III. MODELACIÓN TEÓRICA DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO POR TUBERÍAS HORIZONTALES Y VERTICALES.

#### 3.1 Introducción

El transporte neumático de materiales se realiza en presencia de un flujo de aire; la caída de presión en un flujo de gas puro por el interior de un tubo de longitud  $dl$  se calcula por todos los autores por la ecuación de Darcy.

$$dp = \frac{1}{D} \times \tau_G \times \frac{\rho_G}{2} \times v_g^2 \times dl \quad (3.1)$$

Aunque el coeficiente de fricción del gas  $\lambda_G$  se encuentra próximo a 0.02, un cálculo más exacto se logra utilizando la ecuación de Blasius (Pacheco (1984)).

$$\lambda_G = 0.3164 \times Re^{-\frac{1}{4}} \quad (3.2)$$

Esta ecuación es la preferida por su sencillez y precisión para los números de Reynolds entre  $2320 < Re < 10^5$ .

Para flujo completamente turbulento Lampinen (1991) es válida la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{\tau_G}} = 2.0 \times \log_{10}(Re \times \sqrt{\lambda_G}) - 0.8 \quad (3.3)$$

El número de Reynolds se define por:

$$Re = \frac{V_g \times D}{\nu} \quad (3.4)$$

La caída de presión debido al aire limpio tiene una fuerte dependencia con la distribución de la velocidad y de la tensión tangencial dentro del tubo (Pacheco (1984)) que concebido como aislado del efecto deformante por la presencia de las partículas sólidas en el flujo, traslada y dificulta el cálculo de la caída debido al transporte del

material. Esta circunstancia real reclama el establecer en forma clara y precisa los límites dentro de los cuales este criterio es válido.

En el transporte neumático por tuberías horizontales y verticales, se han diferenciado, perfectamente, dos zonas:

1. La zona dispersa.
2. La zona de dispersión.

La diferencia entre ambas está establecida por el carácter constante de la velocidad de la partícula en la zona dispersa y el carácter variable de la misma en la zona de dispersión.

En el transporte neumático por tuberías verticales, si el material es transportado con suficiente velocidad, lo hace a través de toda la sección transversal del conductor. Al disminuir hasta cierto límite la velocidad transportadora del gas, su distribución se hace más densa alrededor del perímetro del tubo, y el flujo principal del sólido transcurre por el centro del conductor.

Estas conclusiones han sido comprobadas en diferentes trabajos (Pacheco 1984; Lesme 1996) y en nuestras investigaciones con mineral laterítico. Caracteriza además el transporte por tuberías verticales a diferencia con el horizontal una fuerte influencia en el primero del peso de la columna de material, mientras en el segundo no hay relación sustancial entre la fuerza que realiza el medio transportador y el peso del sólido transportado. El transporte del sólido por el tubo horizontal tiende en las condiciones de no homogeneidad de la mezcla a moverse por el fondo del tubo. Es por tanto muy probable la conclusión de que a pesar de la deformación, el perfil de velocidades del gas en tuberías verticales, mantenga cierta simetría con el eje del conductor, mientras que en tuberías horizontales su aspecto es más complejo.

### **3.2 Ecuaciones tradicionales**

Varios investigadores han orientado sus trabajos a la evaluación de las pérdidas de presión en tramos horizontales y verticales de sistemas bifásicos, pero sus respuestas en ocasiones no se han fundamentado teóricamente, o no se han presentado datos experimentales que verifiquen las teorías planteadas, y en otros casos, las soluciones

encontradas han sido incompletas y no abarcan la totalidad de los factores que influyen en esta problemática.

La primera ecuación popularizada sobre el transporte neumático de sistemas bifásicos fue publicada por Gasterstadt en el año 1924, pero dicho autor no hizo generalizaciones de su proposición teniendo en cuenta la influencia del tamaño del tubo, la velocidad del aire, las características del material transportado, etc (Pacheco 1984; Weber 1991).

El coeficiente de Gasterstadt considera el aumento de las pérdidas de presión durante el transporte neumático de la mezcla en comparación con las pérdidas producto del movimiento del aire limpio en el caso de tuberías rectas, en este coeficiente influyen fundamentalmente las propiedades físicas del material transportado, recogiendo en la bibliografía gran diversidad de valores del mismo (Pacheco (1984)), no reportándose en ningún caso sus valores para el mineral laterítico.

Para el cálculo de la caída de presión en el transporte neumático la siguiente versión modificada de la ecuación (3.1), siempre se puede encontrar en la literatura.

$$dp = \frac{1}{D} \times (\tau_G + \mu \times \tau_S) \times \frac{\rho_G}{2} \times v_g^2 \times dl \quad (3.5)$$

La ecuación (3.5) contiene solo a  $\mu$  como un número característico del mecanismo de similitud de la mezcla. Todos los otros factores importantes, tales como tamaño de las partículas, densidad del sólido, etc, están contenidos en el coeficiente de pérdida de presión de las partículas sólidas,  $\tau_S$ , las cuales se determinan separadamente para cada material.

Para el cálculo del coeficiente de pérdidas de presión de las partículas sólidas  $\lambda_S$ , en la literatura se relacionan varias ecuaciones donde se busca la dependencia de  $\lambda_S$  con valores obtenidos directamente de la investigación, o aplicando la teoría de semejanza. En el trabajo desarrollado por Pacheco (1984) se realiza un resumen de las principales publicaciones y la forma del modelo obtenidas en la antigua URSS, donde se explica la amplitud de variación del coeficiente de pérdidas, distinto para tuberías horizontales que para verticales y dependiendo de gran cantidad de factores.

Para estimar el coeficiente de pérdidas de presión  $\tau_s$  Stegmaier (1978) resumió y correlacionó diversas ecuaciones para el transporte horizontal de sólidos granulares finos los cuales contienen algunos números característicos de similitud. La misma idea ha sido usada por Weber (1982), quien ha encontrado una correlación del coeficiente de pérdida de presión para el transporte neumático vertical basado en datos experimentales. A fin de expresar esos modelos, primero introduciremos dos números adimensionales, el número de Froude relacionado al tubo y al sólido.

$$F_r = \frac{v_g^2}{D \times g} \quad (3.6)$$

y

$$Fr_s = \frac{V_{jo}^2}{d_s \times g} \quad (3.7)$$

El modelo matemático desarrollado por Stegmaier para transporte horizontal es:

$$\tau_s = 2.1 \times \mu^{-0.3} \times F_r^{-1} \times Fr_s^{0.25} \times \left( \frac{D}{d_s} \right)^{0.1} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) es un valor promedio para la mayoría de los sólidos, esta nos da una desviación estándar bastante alta, la cual no es aceptada para la correlación de muchos sólidos.

Para el transporte vertical a partir de los datos de medición. La correlación del coeficiente de pérdida de presión para el transporte neumático vertical desarrollado por Weber es:

$$\lambda_s = \frac{V_g/V_M}{1200} + \frac{2V_g/C_M}{F_r} \quad (3.9)$$

La correlación de la ecuación obtenida por Weber es mejor que el modelo desarrollado por Stegmaier.

Otros autores (Wypych 1989; Pan 1997), proponen obtener un coeficiente de pérdidas de presión que incluya el gas y las partículas sólidas.

$$\Delta P = \lambda_{GS} \times \frac{\rho}{2} \times v_g^2 \times \frac{L}{D} \quad (3.10)$$

Donde para el cálculo del coeficiente de pérdidas de presión se establecen varias ecuaciones, una de las más utilizadas es:

$$\lambda_{GS} = 3.07 \times \mu^{1.249} \times Fr^{-0.786} \quad (3.11)$$

La amplitud de variación publicada del coeficiente de Gasterstadt, distinta para tubo horizontal que para vertical y dependiente de una gran cantidad de factores, ha creado serias dificultades para obtener ecuaciones generales que permitan evaluar las pérdidas por fricción en el transporte neumático.

Ninguno de los modelos propuestos, resuelve la complejidad evaluativa del coeficiente en el transporte neumático, sus diferencias son solo de forma de presentación del coeficiente. Es conocido de la experiencia que en el transporte neumático vertical la influencia del peso prevalece a bajas velocidades, pero con el incremento de la velocidad, la fricción gana importancia, por lo tanto en los cálculos de la pérdida de presión no se puede depender solo del peso del sólido. En el transporte neumático por tuberías horizontales, el como se distribuye el material en el tubo, disperso o amontonado, juega un papel fundamental en la evaluación de las pérdidas de presión.

Las publicaciones revisadas estudian determinados aspectos singulares del transporte neumático, pero sus aportes no han sido relevantes para el estudio del mineral laterítico en la industria del níquel.

### **3.3 Una nueva ecuación teórica para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático por tuberías horizontales y verticales.**

Las últimas publicaciones científicas que trabajan en la solución del problema del movimiento de sistemas bifásicos (Mason 1997; Sommerfeld 1992; Maugin 1980)

utilizan simultáneamente las ecuaciones del movimiento de balance material y de estado.

En Cuba los principales resultados se han obtenido en el transporte neumático de bagazo, (Lesme 1995; Pacheco 1984) establecen la teoría para el transporte neumático de este material por tuberías horizontales y verticales y las pérdidas en codos, completándose así con este último el sistema de conocimientos teóricos y empíricos para la confección de una metodología de cálculo que permite la proyección y selección de estas instalaciones.

Para el análisis de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales y verticales consideremos un tubo inclinado hacia arriba con un ángulo  $\delta$  desde la horizontal como se muestra en la figura 3.1. Esta forma de presentación ha sido tratada por otros investigadores (Lampinen 1991; Hettiaratchi 1998; Rhodes 2001) solo que estas investigaciones se restringen a partículas de madera, pelets de polietileno y harina de trigo.

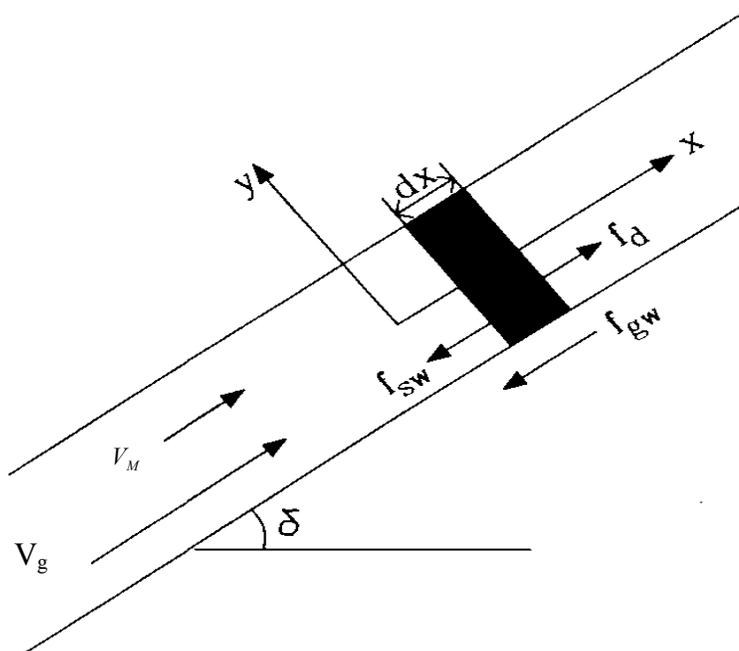


Fig .3.1 Fuerzas de fricción que afectan el movimiento de la mezcla gas-sólido durante el transporte neumático.

El elemento de mezcla mostrado en la Fig 3.1 contiene el flujo de gas y partículas sólidas. La densidad parcial de esos dos elementos son  $\rho_g$  y  $\rho_s$ , respectivamente y la fracción de vacío es  $\phi$ . Si la presión del gas es  $P$ , entonces la fuerza de presión por unidad de área de la mezcla total que afecta el flujo de sólido es  $(1 - \phi)P$ .

La ecuación de balance de momento para las partículas sólidas en la dirección del eje  $x$  es:

$$\rho_s \frac{dV_M}{dt} = -\frac{d}{dx} [(1 - \phi)P] - \rho_s \times g \times \text{sen} \delta - f_{sw} + fd \quad (3.12)$$

Donde  $f_{sw}$  contiene la fuerza interactiva debido a las diferentes velocidades de las partículas. La fuerza de resistencia  $fd$  es una fuerza de interacción entre el gas y el sólido. Esto quiere decir que el opuesto de la fuerza,  $-fd$ , es la fuerza que afecta el flujo del gas.

La ecuación de balance de momento para el flujo de gas en la dirección del eje "x" es:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} = -\frac{d}{dx} (\phi \times P) - \rho_g \times g \times \text{sen} \delta - f_{gw} - fd \quad (3.13)$$

Donde  $f_{gw}$  es la fuerza de fricción causada por las paredes y  $fd$  es la misma fuerza de resistencia de la ecuación (3.13).

Las partículas sólidas vibran hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje "y"; perpendicular al eje "x" cambia el perfil de la velocidad interna del gas, por lo que la fuerza de fricción no es la misma que en un tubo vacío. Podemos dividir la fuerza de fricción  $f_{gw}$  en dos partes:

$$f_{gw} = \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 + f_{int} \quad (3.14)$$

Donde la primera parte es la fricción normal del gas con las paredes asumiendo la ausencia de las partículas sólidas. La fuerza  $f_{int}$  incrementa a partir del hecho de que nunca la velocidad ni la distribución de presión son uniformes a lo largo del eje "y" y

este crea un modelo complicado de flujo de fluido, el cual implica una fuerza de fricción adicional en la dirección del eje "x".

Debido a la velocidad no uniforme y la distribución de presión a lo largo del eje "y" las partículas permanecen separadas y flotando en la corriente de gas. En un transporte vertical la fuerza  $f_{int}$  es obviamente cero, por lo que las partículas no tienden a caer y colectarse en el fondo del tubo. La fuerza  $f_{int}$  no puede ser incluida en la fuerza de resistencia  $f_d$ , debido a que esta empuja las partículas hacia arriba en la dirección del eje X, mientras que  $f_{int}$  no afecta las partículas pero si el propio gas.

La vía a partir de cuál la fuerza  $f_{int}$  es modelada, y se puede determinar el tipo de flujo en el transporte neumático, se discutirá a partir de la clasificación de diferentes tipos de flujos. En lo adelante daremos una detallada descripción para la fuerza  $f_{int}$  a fin de adoptar un tipo de flujo en particular.

Para modelar la fuerza  $f_{int}$  de modo que esta implique el efecto de flotación y la caída de las partículas hacia el fondo del tubo se utilizó el método de potencia virtual, una excelente revisión de este tópico ha sido representado por (Mauguin 1980; Lampinen 1991)

La potencia por unidad de volumen [ $w/m^3$ ] necesaria para mantener las partículas flotando en la dirección del eje "y" es:

$$P''' = \rho_s \times g \times \cos \delta \times V_M \times \cos \delta \quad (3.15)$$

Por otro lado esta potencia es la misma que la fuerza  $f_{int}$  multiplicada por la velocidad del gas, es decir:

$$P''' = f_{int} \times V_g \quad (3.16)$$

Combinando las ecuaciones (15) y (16) se obtiene una ecuación para la fuerza  $f_{int}$ :

$$f_{int} = \rho_s \times g \times \frac{V_f}{V_g} \times \cos^2 \delta \quad (3.17)$$

Una versión de la ecuación (3.17) fue obtenida por Lampinen (1991), aunque se puede encontrar en otras literaturas de forma modificada.

Sumando la ecuación (3.12) y (3.13) se obtiene:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_M}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - \rho_g \times g \times \sin \delta - \rho_s \times g \times \sin \delta - f_{int} - f_{sw} \quad (3.18)$$

Para la fuerza  $f_{int}$  se tiene la ecuación (3.17), pero se necesita una fórmula para la fuerza  $f_{sw}$ . El siguiente modelo se basa en ideas de Lampinen (1991).

La fuerza de fricción  $f_{sw}$  puede ser expresada con ayuda del coeficiente de fricción:

$$f_{sw} = \mu_f \times \rho_s \times g \times \cos \delta \quad (3.19)$$

El coeficiente de fricción  $\mu_f$  es una función complicada de las condiciones de flujo (es decir de las velocidades  $V_g$  y  $V_M$ ) y del ángulo  $\delta$ . En un flujo horizontal ( $\delta=0$ ) obtenemos de la ecuación (3.19):

$$f_{sw}(\delta=0) = \left( \frac{V_g - V_M(\delta=0)}{V_f} \right)^2 \times \rho_s \times g \quad (3.20)$$

Se ha reemplazado  $V_{f0}$  por  $V_f$  es decir la velocidad de caída de una partícula simple por la velocidad de caída de la mezcla de partículas sólidas.

La ecuación (3.20) nos da la fuerza  $f_{sw}$  para el ángulo  $\delta=0$ . Para obtener la fuerza en otro ángulo, se necesita reemplazar  $V_M(\delta=0)$  por la correspondiente velocidad  $V_M = V_M(\delta)$ , es decir:

$$f_{sw} = \left( \frac{V_g - V_M}{V_f} \right) \times \rho_s \times g \quad (3.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.17) y (3.21) en el balance de fuerzas general de la ecuación (3.18) se obtiene como resultado:

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_M}{dt} = & -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - \rho_g \times g \times \text{sen} \delta - \rho_s \times g \times \text{sen} \delta - \\ & - \rho_s \times g \times \frac{V_f}{V_g} \times \cos^2 \delta - \left( \frac{V_g - V_M}{V_f} \right)^2 \times \rho_s \times g \end{aligned} \quad (3.22)$$

A continuación desarrollando el lado izquierdo de la ecuación (3.22). Las derivadas totales también llamadas derivadas materiales, son:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{\partial V_g}{\partial t} + V_g \frac{\partial V_g}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$\frac{dV_M}{dt} = \frac{\partial V_M}{\partial t} + V_M \frac{\partial V_M}{\partial x} \quad (3.24)$$

En un flujo estacionario la derivada parcial con respecto al tiempo desaparece, es decir  $V_g = V_g(x)$ ,  $V_M = V_M(x)$ , y entonces:

$$\frac{dV_g}{dt} = V_g \frac{dV_g}{dx} \quad (3.25)$$

$$\frac{dV_M}{dt} = V_M \frac{dV_M}{dx} \quad (3.26)$$

Por otro lado, en estado estacionario el balance de masa para el gas en un tubo con un área de la sección transversal constante es simplemente:

$$\rho_g \times V_g = \text{const} = \dot{m}_g \quad (3.27)$$

y el balance de masa para el flujo material es:

$$\rho_s \times V_M = \text{const} = \mu \times \rho_g \times V_g = \mu \times m_g \quad (3.28)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.25 – 3.28) en (3.22) se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx} = & \rho_g \times V \left[ \frac{dV}{dx} + \mu \frac{dC}{dx} \right] + \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V^2 + \rho_g \times g \times \text{sen} \delta \left[ 1 + \mu \frac{V}{C} \right] + \\ & + \mu \times \rho_g \times g \left[ \frac{W_s}{C} \times \cos^2 \delta + \frac{V}{C} \left( \frac{V-C}{W_s} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Con ayuda de esta ecuación las pérdidas de presión en un sistema de transporte neumático pueden ser calculadas. Todo lo que necesitamos conocer son la diferencia de velocidad entre el gas y las partículas sólidas.

$$V_g - V_M = f(\rho_G, \delta) \quad (3.30)$$

$$V_f = f(\rho_G) \quad (3.31)$$

Las funciones anteriores son específicas para el material sólido en cuestión y en algún grado también para el diámetro del tubo y  $\mu$ . La gran ventaja de la ecuación (3.29), es que no se necesitan los factores de fricción de las partículas ni del material.

Ya que  $\rho_s \gg \rho_G$  se puede plantear a partir de las ecuaciones 1.19 y 1.24 que:

$$V_f \sim \frac{1}{\sqrt{\rho_G}} \quad (3.32)$$

Lo que quiere decir que la ecuación (31) puede escribirse en la forma

$$V_f = f(\rho_G) = V_{fA} \times \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = V_{fA} \times \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (3.33)$$

De aquí que usando esta aproximación todos los datos experimentales requeridos son la velocidad de caída  $V_{fA}$  con conocimiento de la densidad del gas  $\rho_{GA}$ .

Por otro lado la diferencia de velocidad en la línea vertical es la misma que la velocidad de caída.

$$V_g - V_{MV} = f(\rho_G, \delta = \frac{\pi}{2}) = (V_g - V_{MV})_A \times \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} \quad (3.34)$$

Donde  $V_{MV}$  es la velocidad de la partícula sólida en la línea vertical.

De forma similar en la línea horizontal se puede escribir

$$V_g - V_{Mh} = f(\rho_G, \delta = 0) = (V_g - V_{Mh})_A \times \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} \quad (3.35)$$

Donde  $V_{Mh}$  es la velocidad de las partículas sólidas en la línea horizontal.

Finalmente la influencia del ángulo de inclinación en el transporte neumático puede ser estimado por la siguiente ecuación.

$$V_g - V_M = f(\rho_G, \delta) = \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G} \times \left[ (V_g - V_{Mh})_A^2 \times \cos^2 \delta + (V_g - V_{MV})_A^2 \times \sin^2 \delta \right]} \quad (3.36)$$

### 3.4 Consideraciones adicionales y desarrollo de la ecuación de las pérdidas de presión

La ecuación de las pérdidas de presión (3.29) fue derivada de la ecuación general (3.18) por modelación de las fuerzas  $f_{int}$  y  $f_{sw}$ .

La fuerza  $f_{int}$  se obtuvo con la ayuda del método de potencia virtual asumiendo que la potencia flotante se incrementa a partir de la fuerza  $f_{int}$ , esta clase de aproximación ha sido usada en los trabajos desarrollados por Weber (1991).

La modelación de la fuerza  $f_{sw}$  se basó en el balance de fuerza de una partícula sólida simple y entonces se extendieron los resultados para cubrir un grupo grande de partículas sólidas, y se obtuvo la ecuación (3.21).

Esta vía de modelación es adecuada para un flujo homogéneo donde las partículas se mueven separadamente, no como una nueva clase de estructura. Weber (1991), escribió la fuerza de fricción en la forma.

$$f_{sw} = \frac{\lambda z^*}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho_s \times V_M^2 \quad (3.37)$$

Donde  $\lambda z^*$  es un factor de fricción que es análogo al factor de fricción  $\lambda_G$ , La ecuación (3.37) aporta un nuevo parámetro adicional para las pérdidas de presión, lo cual tiene que ser determinado experimentalmente. El avance de esta aproximación es que este nos facilita manejar los diferentes tipos de flujos neumáticos discutidos anteriormente, mientras que el modelo (3.21) se restringe a flujos dilutos.

El primer término del lado derecho de la ecuación (3.29) se obtiene a partir de las fuerzas inerciales porque de la caída de presión la densidad del gas disminuye en la dirección del flujo y por lo tanto sobre la base del balance de masa del flujo de gas, la velocidad  $V$ , se incrementa a lo largo del flujo. Si el tubo está aislado, entonces el flujo puede ser tratado como adiabático, el cual sobre la base del balance de energía implica que a lo largo del flujo obtenemos.

$$h + \frac{1}{2} \times V_g^2 = Const \quad (3.38)$$

Por otro lado cuando el gas es modelado como un gas ideal, entonces  $h = h(T)$ , (la entalpía no depende de la presión), y ya que las velocidades son por lo general bajas, se deduce de la ecuación (3.38) que.

$$T \cong Const$$

Por ejemplo si a lo largo del flujo la velocidad del aire cambia desde cero hasta 60m/s, esta disminuye solo la temperatura por:

$$\Delta T = \frac{V_g^2 / 2}{C_p} = \frac{60^2 / 2}{1000} \frac{m^2/s^2}{J/kg \cdot ^\circ C} = -1.8 \text{ } ^\circ C$$

De modo que la aproximación de la constante de temperatura es bastante exacta. De aquí que el flujo puede ser tratado como un proceso isotérmico con la condición de que la tubería esté aislada.

En el flujo diluto una buena aproximación es  $\phi \cong 1$ , para el mineral laterítico con  $\frac{V_g}{V_M} = 2$ ,

$\frac{\rho_G}{\rho_S} = 3.96 \times 10^{-4}$  y  $\mu = 35$  se obtiene de la ecuación (1.17)

$$\phi = \frac{1}{1 + \mu \times \frac{V_g}{V_M} \times \frac{\rho_G}{\rho_S}} \approx 0.973$$

La aproximación  $\phi \cong 1$  quiere decir que la densidad parcial  $\rho_g = \phi \times \rho_G$  puede ser reemplazada por  $\rho_G$  en la ecuación (3.29). Usando  $\rho_g \cong \rho_G$  el balance de masa del flujo de gas es.

$$\rho_G \times V_g = \text{const}$$

Desde el que se obtiene que.

$$\rho_G \frac{dV_g}{dx} = -V_g \times \frac{d\rho_G}{dx} = -V_g \times \frac{d\left(\frac{P \times M}{R \times T}\right)}{dx} = -\frac{\rho_G \times V_g}{P} \frac{dP}{dx} \quad (3.39)$$

Donde se ha usado la ley del gas ideal y  $T = \text{const}$ , cumpliéndose que  $\frac{dP}{dx} < 0$  y  $\frac{dV_g}{dx} > 0$

La velocidad del material,  $V_M$ , también se incrementa como una función de  $x$ , por lo que se puede plantear que:

$$\frac{V_g - V_M}{V_{gA} - V_{MA}} = \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (3.40)$$

Lo cual a partir de las ecuaciones (3.34) y (3.35) y de las leyes de los gases ideales combinada con la ecuación (3.39) se obtiene:

$$\frac{d(V_g - V_M)}{dx} = (V_{gA} - V_{MA}) \times \sqrt{P_A} (-1/2) \times P^{-3/2} \frac{dP}{dx}$$

Seguidamente combinando esta con las ecuaciones (3.39) y (3.40) se obtiene:

$$\frac{dV_M}{dx} = -\frac{1}{2} \times \frac{V_g + V_M}{P} \times \frac{dP}{dx} \quad (3.41)$$

En esta ecuación se muestra que  $\frac{dV_M}{dx} > 0$  debido a que la caída de presión  $\frac{dP}{dx} < 0$ ,

sustituyendo (3.41) y (3.39) en (3.29) y reemplazando  $\rho_g$  por  $\rho_G$ , se obtiene:

$$-\left[1 - \frac{\rho_G \times V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \times \rho_G \times \mu \times \frac{V_g(V_g + V_M)}{P}\right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_G}{2} \times V_g^2 + \rho_G \times g \times \text{sen} \delta \times \left[1 + \mu \times \frac{V_g}{V_M}\right] + \mu \times \rho_G \times g \times \left[\frac{V_f}{V_M} \times \cos^2 \delta + \frac{V_g}{V_M} \times \left(\frac{V_g - V_M}{V_f}\right)^2\right] \quad (3.42)$$

La ecuación (3.42) es nuestro resultado final, esta puede ser utilizada para calcular la caída de presión de un flujo bifásico a través de tuberías horizontales y verticales.

Desarrollando esta ecuación para la línea horizontal donde  $\delta=0$ ,  $\text{sen} \delta=0$  y  $\text{cos} \delta=1$  nos queda :

$$\frac{dp}{dx} = - \left( \frac{1}{1 - \frac{\rho_G \times V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \times \rho_G \times \mu \times \frac{V_g(V_g + V_M)}{P}} \right) \times \left( \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_G}{2} \times V_g^2 + \mu \times \rho_G \times g \times \left( \frac{V_f}{V_M} + \frac{V_g}{V_M} \times \left( \frac{V_g - V_M}{V_f} \right)^2 \right) \right) \quad (3.43)$$

Sustituyendo la ecuación (3.2) en la ecuación (3.43) se obtiene:

$$\frac{dp}{dx} = - \left( \frac{1}{1 - \frac{\rho_G \times V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \times \rho_G \times \mu \times \frac{V_g(V_g + V_M)}{P}} \right) \times \left( 0.3164 \times \left( \frac{V_g \times D}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} \times \frac{\rho_G \times V_g^2}{2D} + \mu \times \rho_G \times g \times \left( \frac{V_f}{V_M} + \frac{V_g}{V_M} \times \left( \frac{V_g - V_M}{V_f} \right)^2 \right) \right) \quad (3.44)$$

Entonces la ecuación (3.44) nos servirá para determinar la caída de presión en la línea horizontal.

A continuación se desarrollará la ecuación (3.42) para la línea vertical en la cual  $\delta=90$ ,  $\text{sen}\delta=1$  y  $\text{cos}\delta=0$ .

$$\frac{dp}{dx} = - \left[ \frac{1}{1 - \frac{\rho_G \times V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \times \rho_G \times \mu \times \frac{V_g (V_g + V_M)}{P}} \right] \times \left( 0.3164 \times \left( \frac{V_g \times D}{\nu} \right)^{-\frac{1}{4}} \times \frac{\rho_G \times V_g^2}{2D} + \rho_G \times g \times \left( 1 + \mu \times \frac{V_g}{V_M} \right) + \mu \times \rho_G \times g \times \left( \frac{V_g}{V_M} \times \left( \frac{V_g - V_M}{V_f} \right)^2 \right) \right) \quad (3.45)$$

Esta ecuación (3.45) se empleará para determinar la caída de presión en la línea vertical.

La ecuación 3.42 se resolvió aplicando el método de resolución de ecuaciones diferenciales Runge - Kutta cuarto orden el cuál es más exacto y el más utilizado en la práctica. Este método está basado en aproximar la curva solución por segmentos de rectas en cada subintervalo de la partición.

En los anexos se puede ver el comportamiento teórico de la caída de presión para la tubería horizontal y vertical de diámetro 0,1 m para dos diámetros de partícula 0,25mm y 0.077 mm los cuales son tabulados y posteriormente se grafican.

### 3.5 Modelación matemática del transporte neumático en fase densa.

Partiendo de las mismas consideraciones de la modelación en fase diluta Fig.2.1 se puede realizar el balance de momento para partículas sólidas en la dirección del eje X y el balance de momento para el flujo de gas en la dirección X.

- La modelación de  $f_{sw}$  para el transporte en fase diluta fue basado en el balance de fuerza de una partícula simple y entonces se extendieron los resultados a un grupo de partículas sólidas y se obtuvo la ecuación 3.21. Esta vía de modelación es adecuada para un flujo homogéneo donde las partículas sólidas se mueven de forma separada, no como una nueva clase de la estructura de la clase sólida. Para el transporte neumático en fase densa  $f_{sw}$  puede ser calculado según Lampinen

(1991) a partir de la ecuación 3.37. El modelo general tomando en consideración esta modificación queda de la forma siguiente:

$$\rho_G \frac{dV_g}{dt} + \rho_S \frac{dV_M}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - \rho_g \times g \times \text{sen} \delta - \rho_S \times g \times \text{sen} \delta - \rho_S \times g \times \frac{V_f}{V_g} \cos \delta - \frac{\lambda z^*}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho_S \times V_M^2 \quad (3.46)$$

tomando en consideración las ecuaciones 3.35 y 3.26

$$\frac{dV_g}{dt} = V_g \frac{dV_g}{dx}$$

$$\frac{dV_M}{dt} = V_M \frac{dV_M}{dx}$$

$$\rho_G \times V_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_S \times V_M \frac{dV_M}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - \rho_g \times g \times \text{sen} \delta - \rho_S \times g \times \text{sen} \delta - \rho_S \times g \times \frac{V_f}{V_g} \cos^2 \delta - \frac{\lambda z^*}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho_S \times V_M^2 \quad (3.47)$$

Para la línea horizontal ( $\delta = 0$ ) la ecuación anterior toma la forma siguiente:

$$\rho_G \times V_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_S \times V_M \frac{dV_M}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - \rho_S \times g \times \frac{V_f}{V_g} - \frac{\lambda z^*}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho_S \times V_M^2 \quad (3.48)$$

Para la línea vertical ( $\delta = 90^\circ$ ) la ecuación 3.47 toma la forma siguiente:

$$\rho_G \times V_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_S \times V_M \frac{dV_M}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \times \frac{\rho_g}{2} \times V_g^2 - g \times (\rho_g - \rho_S) - \frac{\lambda z^*}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho_S \times V_M^2 \quad (3.49)$$

## CAPÍTULO IV. VALORACIÓN ECONÓMICA E IMPACTO AMBIENTAL DE LOS SISTEMAS DE TRANSPORTE NEUMÁTICO

### 4.1 Valoración económica

El desarrollo de la investigación reflejada en el texto del presente trabajo significa un aporte importante en el campo del conocimiento científico – técnico y tecnológico. Los resultados parciales obtenidos sientan las bases para continuar las investigaciones en aras de incrementar la eficiencia de los sistemas de transporte neumático.

Los costos de operación del transporte neumático se reflejan en la energía consumida. La energía consumida por estos sistemas puede superar hasta cinco veces la consumida por los transportadores de banda u otro sistema de transporte de flujo. La mayoría de esta energía es la que utiliza el sistema para el movimiento del aire porque la empleada en el movimiento de las válvulas rotatorias o el equipo de control puede ser despreciada. Después de tomar en cuenta las pérdidas de presión a través de los tanques, las válvulas y filtros esta puede ser estimada según Hayes (1993) por la siguiente fórmula :

$$N = 165 \times m_a \times \ln\left(\frac{P1}{P2}\right) \quad (4.1)$$

$$m_a = \rho_G \cdot V_g \cdot A \text{ (Kg/s)} \quad (4.2)$$

Donde:

N - Potencia consumida (Kw)

$m_a$  - Flujo de aire(Kg/s)

P1- Presión en la entrada(bar)

P2- Presión en la Salida(bar)

$\rho_G$  – Densidad real del aire(Kg/m<sup>3</sup>)

A- Área de la sección transversal de la tubería (m<sup>2</sup>)

Tabla 4.1 Resultados de los cálculos realizados.

Q(m <sup>3</sup> /h)	Vg(m/s)	ma(Kg/s)	N(Kw)
390	13,800	0,13	19,377
360	12,739	0,12	17,887
330	11,677	0,11	16,396
300	10,616	0,1	14,906
270	9,554	0,09	13,415
240	8,493	0,08	11,924

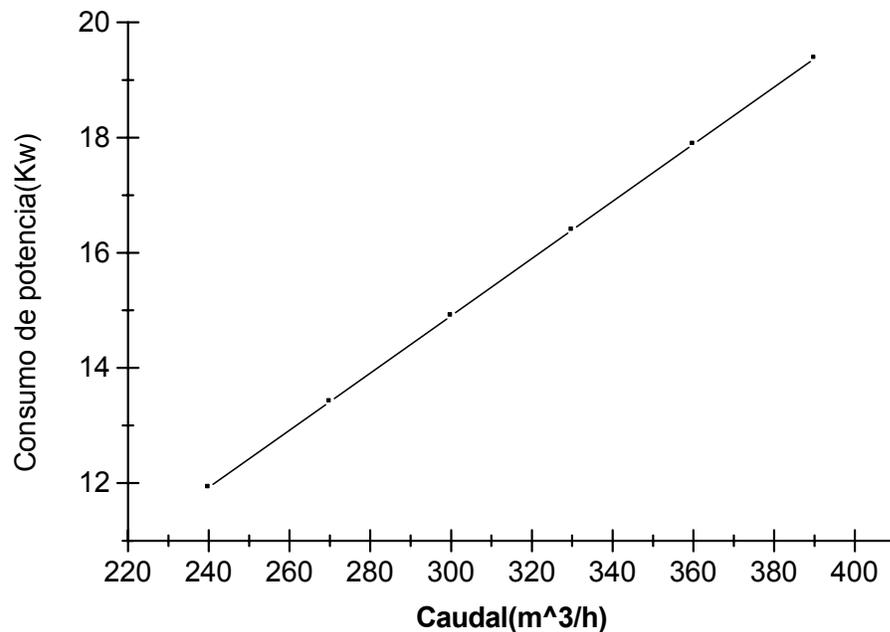


Figura 4.1 Comportamiento del consumo de potencia en función del caudal entregado por el compresor.

Considerando el número de horas de operación por año y la tarifa de la energía eléctrica se puede estimar el costo de energía de estos sistemas.

#### **4.2. Impacto de los materiales polvorientos en la salud del hombre y el medio ambiente**

La protección del medio ambiente se ha convertido, en los últimos años, en una de las cuestiones que más inquietan a la humanidad. Los grandiosos medios técnicos de que dispone el hombre para explorar las riquezas naturales, el acelerado desarrollo de la economía y el crecimiento de la población, han dado lugar a consecuencias indeseables para la humanidad, tales como: el agotamiento de los recursos naturales, la contaminación ambiental, los ruidos, la pérdida de los valores estéticos del medio circundante y la merma acelerada del fondo genético, entre otros. No es por lo tanto casual que las organizaciones científicas, sociales, políticas, los estados y gobiernos de muchas partes del mundo se hayan preocupado por tomar medidas que, de una forma u otra, están dirigidas a garantizar un uso racional de los recursos naturales y la protección del medio ambiente.

El periodo industrial moderno se ha caracterizado por la creación masiva de máquinas y los procesos de fabricación que emplean energía. Las principales fuentes de estas son los carbones, el petróleo, el gas natural y de alguna otra manera la energía hidráulica y nuclear.

El estado de salud del trabajador depende en gran medida de las condiciones de trabajo, su entorno laboral y su labor específica, pues en este medio es donde el mismo se expone a los diferentes contaminantes, entre los que se encuentran el polvo industrial, ruido, gases, etc.

Las partículas suspendidas en la atmósfera absorben la luz solar, reduciendo la energía que llega a la tierra y produciendo cambios que disminuyen notablemente la luminosidad y visibilidad; además de la luz solar las partículas en suspensión absorben la luz producida por medios artificiales.

Este fenómeno se encuentra ligado a la concentración de partículas, pero así mismo influye el tamaño de estas. Para una misma concentración las partículas que absorben una mayor cantidad de energía son las de diámetros comprendidos entre 0.1 a 1 $\mu$ m.

Estas influyen sobre los materiales, entre los efectos que pueden tener sobre estos tenemos:

- Abrasión: realizada por aquellas partículas de mayor tamaño y dotadas de elevada velocidad (efecto de pequeña incidencia)
- Ataque químico: puede realizarse directamente por las partículas o generalmente por los gases existentes conjuntamente, tras el efecto de abrasión realizado por las partículas.

Los efectos que producen sobre la vegetación puede considerarse como muy pequeños y prácticamente inexistentes. Tan solo pueden cifrarse como peligrosos aquellos que se derivan para zonas muy próximas a puntos de producción de partículas en cantidades notables. Las partículas solas o en combinación con otros contaminantes representan un peligro muy grave para la salud.

Sin embargo cuando se habla del organismo humano, la situación se torna más preocupante, ya que lo afecta directamente en mayor o menor medida. Los contaminantes penetran al organismo principalmente por dos vías:

- Inhalación de polvos en el aire a través de las vías respiratorias.
- Absorción de polvos a través de la piel.

Las partículas entran en el cuerpo humano a través del sistema respiratorio, y el efecto que se produce depende de su tamaño, la composición química y mineralógica, densidad, superficie específica y otras.

Las partículas de tamaño superior a  $5\mu\text{m}$  de diámetro quedan detenidas en los bellos de la cavidad nasal y también pueden quedar atrapadas por la mucosa que tapiza la traquea y la cavidad nasal. Los comprendidos entre  $0.5 - 5\mu\text{m}$  son capaces de penetrar hasta el sistema respiratorio inferior depositándose en los bronquios. De aquí que en la mayoría de los casos sean eliminados al cabo de pocas horas por espiración.

La situación más preocupante corresponde a las partículas menores de  $0.5\mu\text{m}$ , ya que se ha estimado que más del 50% de las partículas de  $0.01 - 0.1\mu\text{m}$  que penetra en los

alvéolos se depositan allí, donde es difícil eliminarlos por carecer de cilios y mucosas, pudiendo permanecer durante meses e incluso años degradando la salud del hombre.

Las partículas sólidas de pequeño tamaño, generalmente menores de 10µm de diámetro, son de gran importancia porque dado su tamaño permanecen en el aire mucho tiempo antes de sedimentarse.

Las partículas pueden tener un efecto tóxico de una o más de las maneras siguientes:

- Pueden ser intrínsecamente tóxicas por sus características inherentes químicas.
- Pueden interferir con uno o más de los mecanismos que despejan usualmente el aparato respiratorio.
- Puede actuar como un conductor de una sustancia tóxica absorbida en su superficie.

Los polvos se clasifican según la forma de acción biológica sobre el organismo humano en:

- Polvos inertes: son aquellos que no provocan reacción aparente en los depósitos linfáticos pulmonares, pero obstruyen el flujo normal de la linfa.
- Polvos tóxicos: ocasionan en uno o varios órganos y sistemas específicos del organismo humano.
- Polvos energéticos: son los causantes de afecciones alérgicas, sus efectos dependen en gran medida de la susceptibilidad del individuo.
- Polvos fibrógenos: ocasionan fibrosis pulmonar característico de la neumoconiosis.

Tomando en consideración todo lo anteriormente dicho es que el transporte neumático, independientemente de su mayor consumo de energía comparado con otros sistemas de transporte, ofrece mayor seguridad en el traslado de materiales polvorientos humanizando el trabajo y reduciendo considerablemente la presencia de partículas sólidas en el medio ambiente.

## CONCLUSIONES

1. Se confirma experimentalmente que la velocidad de flotación depende de forma significativa del diámetro y del contenido de humedad de las partículas. Su valor máximo es de 5,42 m/s para el mayor diámetro de partículas presente y un contenido de humedad del 7,3%.
2. El valor máximo del coeficiente de resistencia del mineral laterítico para un contenido de humedad del 4,5% tiene un valor de 0,304. Este pequeño valor se debe al diámetro de partículas utilizado en estos sistemas que se encuentra por debajo de los 250 micrones.
3. Existe notable diferencia entre la densidad aparente y la densidad de las partículas utilizadas en los sistemas de transporte neumático. La densidad aparente promedio toma un valor de 1,0683 g/cm<sup>3</sup> y la densidad promedio de las partículas es de 3,0269 g/cm<sup>3</sup>, de acuerdo con la técnica experimental.
4. Al aumentar el caudal de aire desde 240 m<sup>3</sup>/h hasta 390 m<sup>3</sup>/h aumenta el consumo de potencia desde 11,92 Kw hasta 19,38 Kw.

## Recomendaciones

1. Realizar el análisis teórico en los modelos en fase densa para el mineral laterítico.
2. Comprobar la modelación teórica desarrollada en la instalación experimental existente en el ISMM.
3. Realizar pruebas a escala industrial para comprobar la validez de la teoría desarrollada.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. Álvarez, Manuel; Gómez, Arnaldo. Matemática Numérica. La Habana, Editorial "Felix Varela".1998.488 p.
2. Andréiev,S.E; Perov,V.A; Zverievich,V.V. Trituración desmenuzamiento y cribado de minerales.Moscú,Mir.1980.548 p.
3. Alberti, E; Costa, F; Finzi, L; Pozzetti, A and Tavecchio, R. Methods and Tools. Advanced Design of Pneumatic Conveying Systems. Italy. 11(1):1991.
4. Arnold, P.C and P.W. Wipych; The development of pneumatic conveying in Australia. Australia. Volume 11, Number1, March 1991.
5. Crawley, M.F. and Bell, J.M. The application of life cycle cost analysis to pneumatic conveying systems. [www.macawber.com/indepth\\_pnu.html](http://www.macawber.com/indepth_pnu.html) 28-5-2002.
6. Flaton, J. Untersuchungen uber die pneumatische Flugforderung in lotrechten Rohrleitungen. VDI – Forschungsheft 555, 1973.
7. Harada, S. ; Tanaka, T. and Tsuji, Y., "Fluid Force Acting on a Falling Particle toward a Plane Wall, " Proc. of ASME FEDSM'00 (ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting), Boston, USA, June 11-15, (2000), Paper No. FEDSM2000-11267(CD-ROM).
8. Hayes J. W. et all. Economics of pneumatic conveying systems. Australia. Powder handling processing. Volume 5, Number 1, March 1993.
9. Hettiaratchi, K. et all. Comparison between pressure in horizontal and vertical pneumatic conveying pipelines.U.K.powder technology, May 1998.
10. Jodlowski, C.,Proc. Of Pneumatech 2, Canterbury, U.K., 1984.
11. Kawaguchi, T., Miyoshi, A., Tanaka, T. and Tsuji, Y., "Discrete Particle Analysis of 2D Pulsating Fluidized Bed, " Proc. of 4th Int. Conf. on Multiphase Flow (ICMF-2001), New Orleans, USA, May 27-June1, (2001), Paper No. 838 (CD-ROM).

12. Kawaguchi, T., Tanaka, T. and Tsuji, Y., "Numerical Analysis of Density Wave in Dense Gas-Solid Flows in a Vertical Pipe," Progress of Theoretical Physics Supplement, No.138 (2000), pp.696-701 (Proc. of the 5th International Conference of Computational Physics(ICCP5), Kanazawa, Japan).
13. Klintworth, J. and Marcus, R.D., A review of low – velocity pneumatic conveying systems. Bulk Solids Handl., 5 (1985) 4, p. 747-753.
14. Krambrock, W., German Chem. Eng., 6 (1963), p. 199-210.
15. Kubota, Roberto. Determinación de la velocidad de flotación de las partículas del mineral laterítico utilizado en el transporte neumático de la empresa Ernesto Che Guevara [Trabajo de Diploma] 2001. ISMM"A.N.J", Moa.
16. Lampinen, Markku. Calculation Methods for Determining the pressure Loss of Twophase Pipe Flow and Ejectors in Pneumatic Conveying Systems. Acta polytechnica scandinavica Mechanical Engineering series No 99. Helsinki University of Technology Laboratory of Thermal Engineering. Finland. 1991.
17. Lesme J. R. Modelación del movimiento de las partículas y pérdidas en codos durante el transporte neumático del bagazo [Tesis doctoral] 1996. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.
18. Lesme Jaen R; Roca, A. G. Metodología para el cálculo de instalaciones de transporte neumático del bagazo. 1ra conferencia Internacional de termoenergética industrial. Universidad Central de Las Villas, 1993.
19. Mason, David. J; Marjanovic, Predrag; Levy, Avi. A simulation system for pneumatic conveying systems. Powder Technology. Centre for Industrial Bulk Solids Handling, Department of Physical Sciences, Glasgow G40BA,UK. Abril 1997
20. Maugin, G.A., The method of virtual power in continuum mechanics: Application to coupled fields. Acta Mechanica, 35 (1980), p. 1 – 70.
21. Miranda, J. L. y otros. Comparación y conjugación de métodos de determinación de humedad en la Industria del Níquel. Minería y Geología. Moa. 13 (2): 42 - 47, 1996.

22. Mitofánov, S.I ; Barski, L.A ; Samygin, V.D. Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales .Moscú,Mir.1982.440p.
23. Miyoshi, A. ; Kawaguchi, T. ; Tanaka, T. and Tsuji, Y., "Numerical Analysis on Effects on Pulsating Gas on Flows in Gas-Solid Fluidized Bed," Proc. of Fourth International Particle Technology Forum (AIChE Annual Meeting 2000), Los Angeles, USA, November 12-17, (2000) (CD-ROM).
24. Oriol Guerra, José Miguel. Conferencia de Maquinas Transportadoras. Facultad de construcción de Maquinarias, ISPJAE,1986.
25. Pacheco Berlot, Pedro M. Ecuaciones para el diseño de instalaciones a transporte neumático por tuberías verticales de materiales polvorientos, granulados, polimorfos y poli dispersos [Tesis doctoral] 1984. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.
26. Pan, Y. ;Tanaka, T. and Tsuji, Y. "Numerical Study of Particle-Laden Rotating Turbulence, " Proc. of 4th Int. Conf. on Multiphase Flow (ICMF-2001), New Orleans, USA, May 27-June 1, (2001), Paper No.422(CD-ROM).
27. Pan, Y. ; Tanaka, T. and Tsuji, Y., "Large-Eddy Simulation of Particle-Laden Rotating Channel Flow, " Proc. of ASME FEDSM'00 (ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting), Boston, USA, June 11-15, (2000), Paper No. FEDSM2000-11144(CD-ROM).
28. Pan R. And P. W. Wypych; Scale – up procedures for pneumatic conveying design. Australia. Powder handling processing. Volume 4, number 2, june 1992.
29. Raheman, H. and V. K. Jindal; Slip velocity in pneumatic conveying of agricultural grains. Powder technology. 5 (1): 60 - 67, 1993.
30. Reed, A.R and Bradley, M.S.A. A United Kingdom Perspective. Advances in the Design of Pneumatic Conveying Systems. 11(1):1991.
31. Rhodes, Martín. Pneumatic Transport of Powders. [www.erpt.org/014Q/rhoe-00.htm](http://www.erpt.org/014Q/rhoe-00.htm) . 26-4-2002.

32. Sánchez Álvarez, Rafael. Estadística Elemental. Ciudad de La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1986.
33. Sommerfeld. M. and G. Zivkovic; Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying through pipe systems. Germany, Elsevier Science Publishers, 1992.
34. Stegmaier, W., Zur Berechnung der horizontalen pneumatischen Forderung feinkorniger Stoffe, *Fordern und Heber*, 28(1978), p. 363-366.
35. Tamayo, M.H; Borges, Miguel A. Métodos numéricos en ecuaciones diferenciales y ajuste de curvas. Ciudad de la Habana, Editorial Pueblo y Educación. 1984.80 p.
36. Taylor T. Specific energy consumption and particle attrition in pneumatic conveying. *Unilever Research and Engineering*, 11(1): 2001
37. Torres, E. Investigación del arrastre de partículas en los gases durante el secado del mineral laterítico en tambores cilíndricos rotatorios [Tesis de Maestría] 1999. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa.
38. Weber, M. Friction of the Air and the Air/Solid Mixture in Pneumatic Conveying. Germany.11(1):1991.
39. Weber, M., Correlation analysis in the design of pneumatic transport plant. *Bulk Solids Handling*, 2 (june 1982), Nr.2, p. 231-233.
40. Wypych, P.W and Arnold, P.C. Plug – Phase Pneumatic Transportation of Bulk Solids and the importance of Blow Tank Air injection. Australia.

**ANEXO 1: Resultados para el diámetro de partícula d=0,250 mm.**

Tabla 1 Resultados teóricos del análisis para la concentración u=35 Kg. de material / Kg. de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	247801,526	2,785	7,706	4,509	-2198,474
2	243461,927	2,737	7,843	4,618	-2169,799
3	237120,583	2,665	8,053	4,785	-2113,782
4	228987,335	2,574	8,339	5,013	-2033,312
5	219324,871	2,465	8,706	5,308	-1932,493
6	208427,865	2,343	9,161	5,676	-1816,168
7	196601,904	2,210	9,713	6,123	-1689,423
8	184144,757	2,070	10,370	6,661	-1557,143
9	171331,601	1,926	11,145	7,300	-1423,684
10	158404,831	1,780	12,055	8,056	-1292,677
11	145568,223	1,636	13,118	8,947	-1166,964
12	132984,683	1,495	14,359	9,995	-1048,628
13	120776,518	1,358	15,810	11,231	-939,090

Tabla 2 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg. de material/Kg. de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s .

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	248120,232	2,789	7,696	4,501	-1879,768
2	244402,801	2,747	7,813	4,594	-1858,715
3	238950,455	2,686	7,991	4,736	-1817,449
4	231919,260	2,607	8,233	4,929	-1757,799
5	223507,259	2,512	8,543	5,177	-1682,400
6	213940,694	2,405	8,925	5,485	-1594,427
7	203459,579	2,287	9,385	5,857	-1497,302
8	192304,218	2,161	9,930	6,301	-1394,420
9	180703,863	2,031	10,567	6,823	-1288,928
10	168868,111	1,898	11,308	7,435	-1183,575
11	156981,195	1,764	12,164	8,147	-1080,629
12	145198,873	1,632	13,151	8,975	-981,860
13	145198,873	1,632	13,151	8,975	-888,571

Tabla 3 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s .

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	248437,261	2,792	7,686	4,493	-1562,739
2	245341,004	2,758	7,783	4,570	-1548,129
3	240782,825	2,706	7,930	4,687	-1519,393
4	234872,434	2,640	8,130	4,846	-1477,598
5	227750,943	2,560	8,384	5,050	-1424,298
6	219582,504	2,468	8,696	5,300	-1361,407
7	210545,233	2,367	9,069	5,601	-1291,039
8	200822,318	2,257	9,508	5,957	-1215,364
9	190594,043	2,142	10,019	6,373	-1136,475
10	180031,233	2,024	10,606	6,856	-1056,281
11	169290,326	1,903	11,279	7,412	-976,446
12	158510,099	1,782	12,047	8,049	-898,352
13	147809,867	1,661	12,919	8,779	4,487

Tabla 4 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	248752,626	2,796	7,676	4,486	-1247,374
2	246276,570	2,768	7,753	4,547	-1238,028
3	242617,814	2,727	7,870	4,640	-1219,585
4	237847,437	2,673	8,028	4,765	-1192,594
5	232058,100	2,608	8,229	4,925	-1157,867
6	225359,556	2,533	8,473	5,121	-1116,424
7	217873,601	2,449	8,764	5,355	-1069,422
8	209728,890	2,357	9,105	5,630	-1018,089
9	201056,001	2,260	9,497	5,948	-963,654
10	191983,064	2,158	9,946	6,314	-907,294
11	182632,122	2,053	10,455	6,732	-850,086
12	173116,342	1,946	11,030	7,205	-792,982
13	163538,063	1,838	11,676	7,741	-736,791

Tabla 5 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg. de material / Kg. de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247585,363	2,783	7,075	3,876	-2414,637
2	242828,753	2,729	7,213	3,984	-2378,305
3	235905,812	2,652	7,425	4,149	-2307,647
4	227078,019	2,552	7,714	4,374	-2206,948
5	216667,196	2,435	8,084	4,665	-2082,165
6	205026,448	2,304	8,543	5,029	-1940,125
7	192512,342	2,164	9,099	5,472	-1787,730
8	179461,876	2,017	9,760	6,004	-1631,308
9	166176,086	1,868	10,541	6,637	-1476,199
10	152910,424	1,719	11,455	7,385	-1326,566
11	139870,936	1,572	12,523	8,268	-1185,408
12	127214,716	1,430	13,769	9,307	-1054,685
13	115052,967	1,293	15,224	10,533	-935,519

Tabla 6 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg. de material / Kg. de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247934,473	2,787	7,065	3,869	-2065,527
2	243856,776	2,741	7,183	3,960	-2038,848
3	237896,518	2,674	7,363	4,100	-1986,753
4	230248,666	2,588	7,607	4,291	-1911,963
5	221157,036	2,486	7,920	4,536	-1818,326
6	210894,884	2,370	8,306	4,840	-1710,359
7	199745,460	2,245	8,769	5,208	-1592,775
8	187984,903	2,113	9,318	5,647	-1470,070
9	175868,941	1,977	9,960	6,165	-1346,218
10	163623,897	1,839	10,705	6,771	-1224,504
11	151441,771	1,702	11,566	7,477	-1107,466
12	139478,658	1,568	12,558	8,297	-996,926
13	127855,601	1,437	13,700	9,249	-894,081

Tabla 7 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg. de material / Kg. de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	248282,077	2,791	7,055	3,861	-1717,923
2	244883,267	2,752	7,153	3,937	-1699,405
3	239893,972	2,696	7,302	4,052	-1663,098
4	233451,600	2,624	7,503	4,209	-1610,593
5	225730,738	2,537	7,760	4,410	-1544,172
6	216931,236	2,438	8,074	4,658	-1466,584
7	207265,740	2,330	8,451	4,955	-1380,785
8	196948,047	2,214	8,894	5,308	-1289,712
9	186183,303	2,093	9,408	5,720	-1196,083
10	175160,565	1,969	10,000	6,198	-1102,274
11	164047,847	1,844	10,677	6,748	-1010,247
12	152989,429	1,720	11,449	7,381	-921,535
13	142105,029	1,597	12,326	8,105	-837,262

Tabla 8 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	248628,185	2,795	7,045	3,853	-1371,815
2	245908,249	2,764	7,123	3,914	-1359,968
3	241898,310	2,719	7,241	4,005	-1336,646
4	236687,618	2,660	7,400	4,129	-1302,673
5	230391,388	2,590	7,603	4,287	-1259,246
6	223144,320	2,508	7,850	4,481	-1207,845
7	215093,538	2,418	8,143	4,712	-1150,112
8	206391,593	2,320	8,487	4,984	-1087,743
9	197190,126	2,216	8,883	5,299	-1022,385
10	187634,564	2,109	9,335	5,661	-955,556
11	177860,039	1,999	9,848	6,075	-888,593
12	167988,571	1,888	10,427	6,544	-822,622
13	158127,415	1,777	11,077	7,075	-758,550

Tabla 9 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,643	4,461	0
1	246835,032	2,774	7,741	4,538	-3164,968
2	240608,932	2,704	7,942	4,697	-3113,050
3	231572,618	2,603	8,246	4,939	-3012,105
4	220094,346	2,474	8,676	5,284	-2869,568
5	206636,460	2,323	9,241	5,740	-2691,577
6	191699,004	2,155	9,961	6,326	-2489,576
7	175782,381	1,976	10,863	7,067	-2273,803
8	159352,530	1,791	11,983	7,996	-2053,731
9	142815,200	1,605	13,370	9,159	-1837,481
10	126499,115	1,422	15,095	10,621	-1631,609
11	110645,535	1,244	17,258	12,474	-1441,235

Tabla 10 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,643	4,461	0
1	247287,790	2,780	7,727	4,527	-2712,210
2	241939,858	2,719	7,898	4,663	-2673,966
3	234141,953	2,632	8,161	4,872	-2599,302
4	224173,160	2,520	8,524	5,163	-2492,198
5	212381,641	2,387	8,997	5,544	-2358,304
6	199155,975	2,239	9,595	6,029	-2204,278
7	184896,292	2,078	10,335	6,634	-2037,097
8	169988,651	1,911	11,241	7,381	-1863,455
9	154784,726	1,740	12,345	8,300	-1689,325
10	139587,462	1,569	13,689	9,430	-1519,726
11	124642,052	1,401	15,331	10,823	-1358,674

Tabla 11 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,643	4,461	0
1	247738,161	2,785	7,713	4,516	-2261,839
2	243267,801	2,734	7,849	4,623	-2235,180
3	236716,140	2,661	8,067	4,796	-2183,887
4	228283,054	2,566	8,365	5,034	-2108,271
5	218219,357	2,453	8,750	5,344	-2012,739
6	206811,182	2,325	9,233	5,734	-1901,362
7	194361,425	2,185	9,824	6,215	-1778,537
8	181172,329	2,036	10,540	6,801	-1648,637
9	167530,687	1,883	11,398	7,510	-1515,738
10	153696,428	1,728	12,424	8,365	-1383,426
11	139894,662	1,572	13,650	9,395	-1254,706

Tabla 12 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,643	4,461	0
1	248186,164	2,790	7,699	4,505	-1813,836
2	244592,814	2,749	7,812	4,595	-1796,675
3	239304,116	2,690	7,985	4,732	-1762,899
4	232449,213	2,613	8,215	4,914	-1713,726
5	224191,071	2,520	8,517	5,156	-1651,628
6	214727,072	2,414	8,893	5,458	-1577,333
7	204268,593	2,296	9,348	5,827	-1494,068
8	193033,618	2,170	9,892	6,270	-1404,372
9	181237,186	2,037	10,536	6,798	-1310,715
10	169083,353	1,900	11,293	7,423	-1215,383
11	156758,919	1,762	12,181	8,162	-1120,403

Tabla 13 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	-0
1	246632,792	2,772	7,102	3,898	-3367,208
2	240021,975	2,698	7,298	4,049	-3305,408
3	230464,591	2,590	7,600	4,285	-3185,795
4	218397,220	2,455	8,020	4,615	-3016,843
5	204346,630	2,297	8,572	5,051	-2810,118
6	188875,485	2,123	9,274	5,612	-2578,524
7	172532,881	1,939	10,152	6,321	-2334,658
8	155816,008	1,751	11,241	7,210	-2089,609
9	139145,010	1,564	12,588	8,322	-1852,333
10	122849,650	1,381	14,258	9,718	-1629,536
11	107164,097	1,205	16,345	11,484	-1425,959

Tabla 14 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247113,887	2,778	7,088	3,887	-2886,113
2	241432,697	2,714	7,255	4,016	-2840,595
3	233176,459	2,621	7,512	4,216	-2752,079
4	222672,543	2,503	7,866	4,494	-2625,979
5	210323,428	2,364	8,328	4,858	-2469,823
6	196569,948	2,209	8,911	5,321	-2292,247
7	181856,052	2,044	9,632	5,900	-2101,985
8	166599,496	1,873	10,514	6,615	-1907,070
9	151170,640	1,699	11,587	7,494	-1714,317
10	135879,433	1,527	12,891	8,574	-1529,121
11	120969,158	1,360	14,480	9,904	-1355,480

Tabla 15 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247592,907	2,783	7,074	3,876	-2407,093
2	242842,166	2,730	7,213	3,984	-2375,370
3	235901,990	2,652	7,425	4,149	-2313,392
4	227004,627	2,552	7,716	4,376	-2224,341
5	216440,983	2,433	8,093	4,672	-2112,729
6	204537,726	2,299	8,564	5,045	-1983,876
7	191634,182	2,154	9,140	5,505	-1843,363
8	178061,770	2,001	9,837	6,066	-1696,551
9	164127,684	1,845	10,672	6,744	-1548,232
10	150103,435	1,687	11,669	7,562	-1402,425
11	136217,985	1,531	12,859	8,547	-1262,314

Tabla 16 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	$V_{Mi}(\text{m/s})$	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	248069,866	2,788	7,061	3,866	-1930,134
2	244250,423	2,745	7,171	3,951	-1909,721
3	238641,463	2,682	7,340	4,082	-1869,653
4	231395,100	2,601	7,570	4,261	-1811,591
5	222705,437	2,503	7,865	4,493	-1737,933
6	212795,905	2,392	8,231	4,782	-1651,589
7	201905,840	2,269	8,675	5,134	-1555,724
8	190277,714	2,139	9,205	5,557	-1453,516
9	178146,082	2,002	9,832	6,062	-1347,959
10	165728,863	1,863	10,569	6,660	-1241,722
11	153221,127	1,722	11,432	7,366	-1137,067

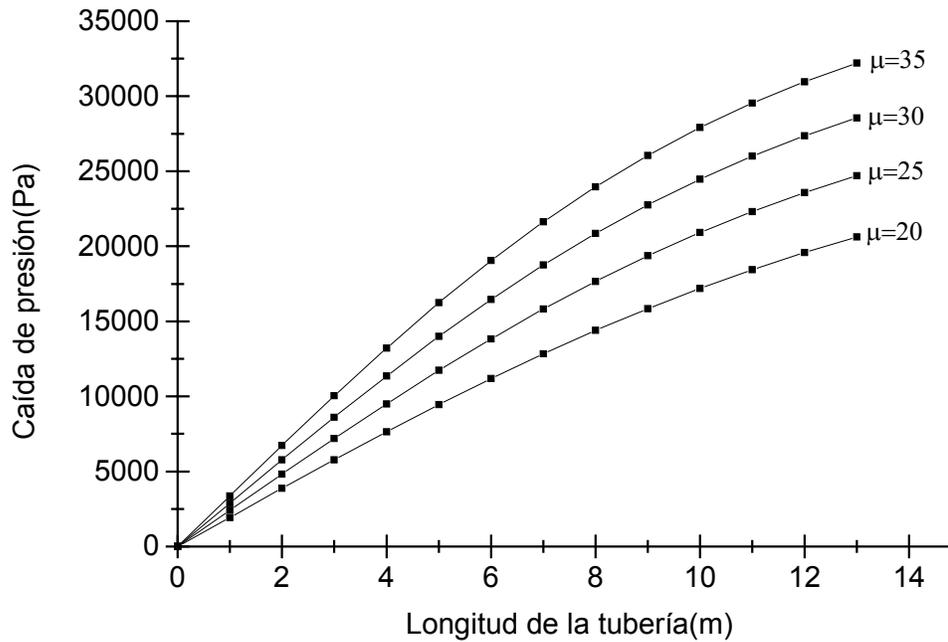


Gráfico 1 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea vertical y velocidad  $V_{go}=11,68$  m/s.

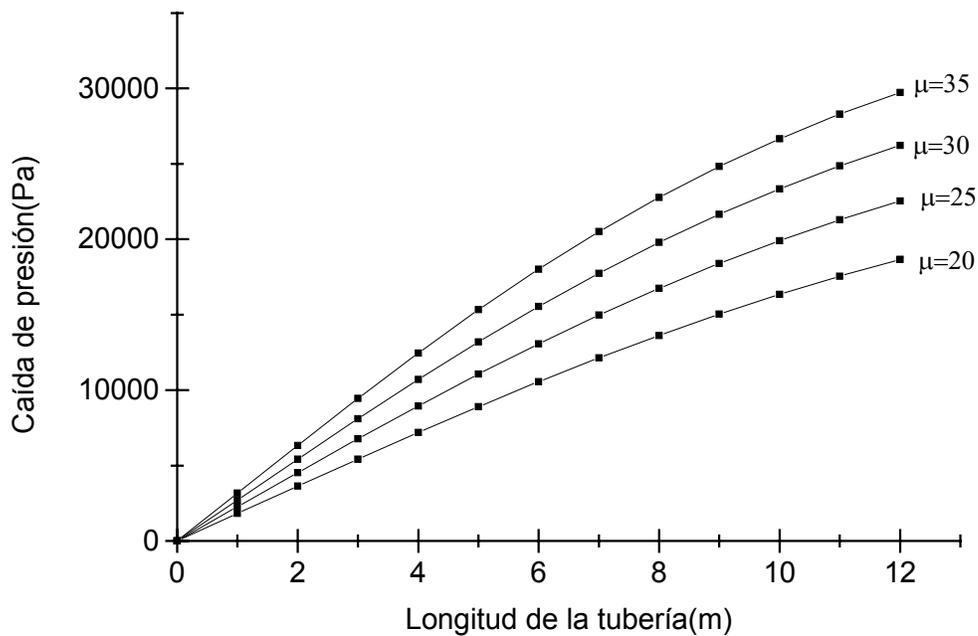


Gráfico 2 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea vertical y velocidad  $V_{go}=12,74$  m/s.

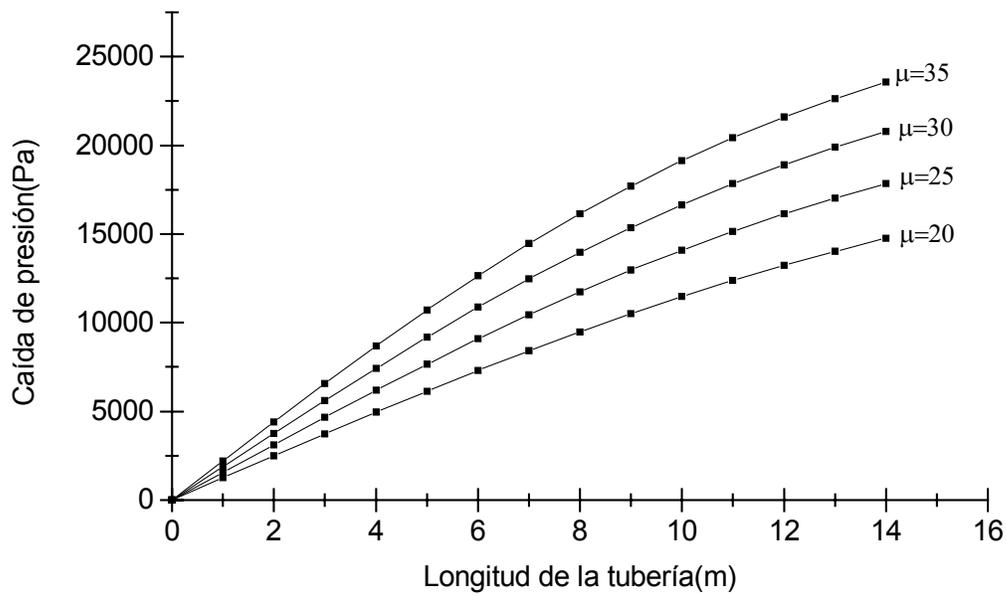


Gráfico 3 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea horizontal y velocidad  $V_{go}=12,74$  m/s.

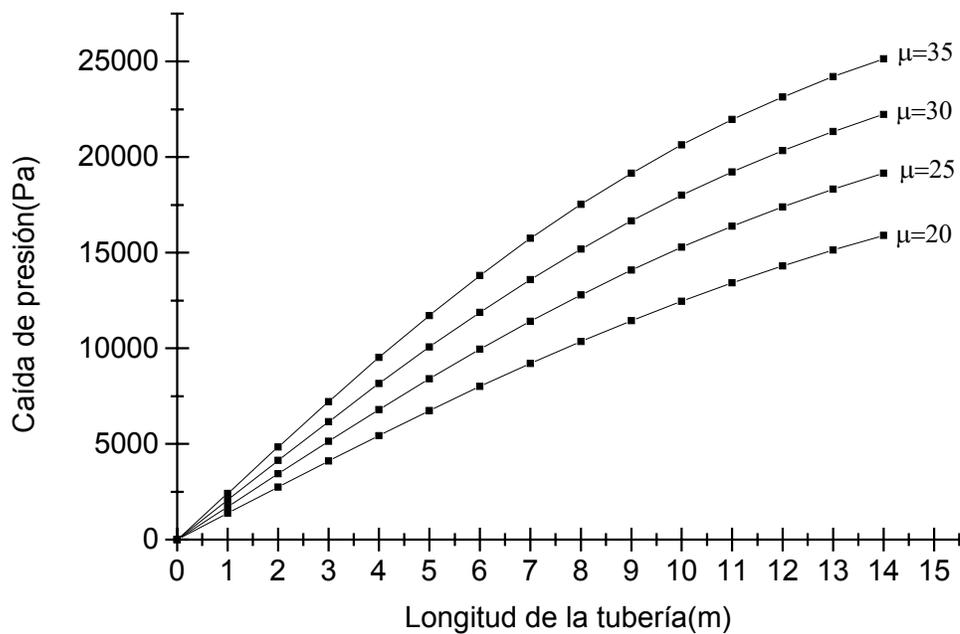


Gráfico 4 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea horizontal y velocidad  $V_{go}=11,68$  m/s.

**Anexo 2 Resultados para el diámetro de partícula  $d=0,077$  mm.**

Tabla 17 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	246352,987	2,769	7,751	4,545	-3647,013
2	239205,736	2,689	7,983	4,729	-3573,626
3	228909,883	2,573	8,342	5,016	-3431,951
4	215978,639	2,428	8,841	5,417	-3232,811
5	201024,283	2,260	9,499	5,949	-2990,871
6	184690,533	2,076	10,339	6,636	-2722,292
7	167592,578	1,884	11,394	7,506	-2442,565
8	150272,585	1,689	12,707	8,602	-2164,999
9	133172,609	1,497	14,339	9,978	-1899,997
10	116622,190	1,311	16,373	8,917	-1655,042

Tabla 18 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	246881,904	2,775	7,734	4,532	-3118,096
2	240753,516	2,706	7,931	4,688	-3064,194
3	231874,721	2,606	8,235	4,930	-2959,598
4	220629,942	2,480	8,655	5,267	-2811,195
5	207487,411	2,332	9,203	5,709	-2628,506
6	192953,362	2,169	9,896	6,273	-2422,342
7	177529,048	1,995	10,756	6,979	-2203,473
8	161676,206	1,817	11,811	7,853	-1981,605
9	145793,420	1,639	13,097	8,930	-1764,754
10	130203,034	1,463	14,666	10,255	-1559,039

Tabla 19 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	247408,037	2,781	7,718	4,519	-2591,963
2	242298,954	2,723	7,881	4,648	-2554,541
3	234854,297	2,640	8,131	4,847	-2481,552
4	225346,202	2,533	8,474	5,121	-2377,024
5	214113,008	2,407	8,918	5,479	-2246,639
6	201530,738	2,265	9,475	5,930	-2097,045
7	187984,820	2,113	10,158	6,487	-1935,131
8	173845,542	1,954	10,984	7,167	-1767,410
9	159449,328	1,792	11,976	7,990	-1599,579
10	145086,422	1,631	13,161	8,983	-1436,291

Tabla 20 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	247931,408	2,787	7,702	4,506	-2068,592
2	243842,113	2,741	7,831	4,608	-2044,647
3	237848,993	2,673	8,028	4,765	-1997,707
4	230129,576	2,587	8,297	4,980	-1929,854
5	220909,113	2,483	8,644	5,258	-1844,093
6	210444,877	2,365	9,074	5,605	-1744,039
7	199009,711	2,237	9,595	6,028	-1633,595
8	186876,664	2,100	10,218	6,537	-1516,631
9	174306,040	1,959	10,955	7,143	-1396,736
10	161535,576	1,816	11,821	7,861	-1277,046

Tabla 21 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	246065,988	2,766	7,118	3,910	-3934,012
2	238377,358	2,679	7,348	4,089	-3844,315
3	227360,706	2,556	7,704	4,367	-3672,217
4	213629,105	2,401	8,199	4,756	-3432,900
5	197897,422	2,224	8,851	5,274	-3146,337
6	180895,565	2,033	9,683	5,941	-2833,643
7	163297,470	1,835	10,726	6,788	-2514,014
8	145674,421	1,637	12,024	7,855	-2202,881
9	128472,404	1,444	13,634	9,194	-1911,335
10	112007,538	1,259	15,638	10,883	-1646,487

Tabla 22 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	246634,965	2,772	7,102	3,898	-3365,035
2	240036,687	2,698	7,297	4,049	-3299,139
3	230520,844	2,591	7,598	4,284	-3171,948
4	218548,225	2,456	8,015	4,611	-2993,155
5	204669,078	2,300	8,558	5,041	-2775,829
6	189463,356	2,130	9,245	5,589	-2534,287
7	173488,238	1,950	10,096	6,276	-2282,160
8	157239,758	1,767	11,140	7,126	-2031,060
9	141130,220	1,586	12,411	8,175	-1789,949
10	125479,271	1,410	13,959	9,467	-1565,095

Tabla 23 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kgmaterial/Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247201,489	2,779	7,086	3,885	-2798,511
2	241695,983	2,717	7,247	4,010	-2752,753
3	233704,282	2,627	7,495	4,203	-2663,900
4	223553,703	2,513	7,835	4,469	-2537,645
5	211644,476	2,379	8,276	4,817	-2381,845
6	198411,930	2,230	8,828	5,255	-2205,424
7	184290,950	2,071	9,504	5,797	-2017,283
8	169687,306	1,907	10,322	6,459	-1825,455
9	154957,947	1,742	11,304	7,261	-1636,595
10	140400,122	1,578	12,476	8,229	-1455,782

Tabla 24 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea horizontal con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247765,575	2,785	7,070	3,872	-2234,425
2	243355,294	2,735	7,198	3,972	-2205,140
3	236911,488	2,663	7,393	4,124	-2147,936
4	228648,419	2,570	7,661	4,333	-2065,767
5	218834,330	2,460	8,004	4,602	-1962,818
6	207770,272	2,335	8,430	4,939	-1844,010
7	195768,860	2,200	8,947	5,351	-1714,487
8	183135,490	2,058	9,564	5,846	-1579,171
9	170153,626	1,913	10,294	6,436	-1442,429
10	157074,741	1,766	11,151	7,136	-1307,888

Tabla 25 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	245139,196	2,755	7,789	4,575	-4860,804
2	235663,076	2,649	8,103	4,825	-4738,060
3	222154,058	2,497	8,595	5,219	-4503,006
4	205444,029	2,309	9,295	5,784	-4177,507
5	186492,387	2,096	10,239	6,554	-3790,328
6	166261,519	1,869	11,485	7,582	-3371,811
7	145615,136	1,637	13,113	8,943	-2949,483
8	125250,427	1,408	15,245	10,749	-2545,589
9	105660,094	1,188	18,072	13,176	-2176,704

Tabla 26 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	245838,043	2,763	7,767	4,558	-4161,957
2	237694,832	2,672	8,033	4,769	-4071,605
3	226002,367	2,540	8,449	5,102	-3897,489
4	211387,993	2,376	9,033	5,572	-3653,594
5	194594,129	2,187	9,813	6,205	-3358,773
6	176392,396	1,983	10,825	7,036	-3033,622
7	157508,624	1,770	12,123	8,113	-2697,682
8	138568,141	1,558	13,780	9,505	-2367,560
9	120062,655	1,350	15,904	11,311	-2056,165

Tabla 27 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25\text{Kg}$  de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	246533,212	2,771	7,745	4,540	-3466,788
2	239725,455	2,695	7,965	4,715	-3403,878
3	229879,803	2,584	8,307	4,987	-3281,884
4	217443,643	2,444	8,782	5,369	-3109,040
5	202960,055	2,281	9,408	5,876	-2896,718
6	187013,301	2,102	10,211	6,531	-2657,792
7	170177,906	1,913	11,221	7,363	-2405,056
8	152977,903	1,719	12,482	8,413	-2150,000
9	135858,896	1,527	14,055	9,738	-1902,112

Tabla 28 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 12,74 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,638	4,455	0
1	247224,731	2,779	7,724	4,523	-2775,269
2	241755,038	2,717	7,898	4,662	-2734,847
3	233787,114	2,628	8,168	4,876	-2655,975
4	223615,317	2,513	8,539	5,174	-2542,949
5	211606,045	2,378	9,024	5,564	-2401,854
6	198167,057	2,227	9,636	6,061	-2239,831
7	183716,847	2,065	10,394	6,681	-2064,316
8	168657,795	1,896	11,322	7,447	-1882,382
9	153355,333	1,724	12,451	8,388	-1700,274

Tabla 29 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=35$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	244827,909	2,752	7,154	3,938	-5172,091
2	234775,583	2,639	7,461	4,176	-5026,163
3	220529,638	2,479	7,943	4,554	-4748,648
4	203053,985	2,282	8,626	5,095	-4368,913
5	183432,567	2,062	9,549	5,833	-3924,284
6	162718,857	1,829	10,765	6,819	-3452,285
7	141824,511	1,594	12,350	8,125	-2984,907
8	121456,457	1,365	14,422	9,855	-2546,007
9	102092,782	1,148	17,157	12,176	-2151,519

Tabla 30 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=30$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	245570,188	2,760	7,133	3,921	-4429,812
2	236925,404	2,663	7,393	4,124	-4322,392
3	224575,544	2,524	7,800	4,441	-4116,620
4	209250,116	2,352	8,371	4,892	-3831,357
5	191793,716	2,156	9,133	5,499	-3491,280
6	173060,165	1,945	10,121	6,296	-3122,258
7	153827,156	1,729	11,387	7,329	-2747,573
8	134741,152	1,514	13,000	8,664	-2385,750

Tabla 31 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=25$  Kg material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

$X_i(m)$	$P_i (Pa)$	$\rho_i(Kg/m^3)$	$V_{gi}(m/s)$	$V_{Mi}(m/s)$	$\Delta P(Pa)$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	246309,265	2,769	7,111	3,905	-3690,735
2	239077,380	2,687	7,326	4,072	-3615,942
3	228662,480	2,570	7,660	4,332	-3471,634
4	215586,665	2,423	8,125	4,697	-3268,954
5	200472,088	2,253	8,737	5,183	-3022,915
6	183972,464	2,068	9,521	5,811	-2749,937
7	166713,054	1,874	10,507	6,609	-2465,630
8	149246,780	1,678	11,736	7,617	-2183,284
9	132028,181	1,484	13,267	8,887	-1913,178

Tabla 32 Resultados teóricos del análisis para la concentración  $u=20$  Kg de material / Kg de aire en la línea vertical con velocidad inicial del aire de 11,68 m/s.

Xi(m)	Pi (Pa)	$\rho_i(\text{Kg/m}^3)$	Vgi(m/s)	V <sub>Mi</sub> (m/s)	$\Delta P(\text{Pa})$
0	250000	2,810	7,006	3,824	0
1	247045,162	2,777	7,090	3,888	-2954,838
2	241231,586	2,711	7,261	4,021	-2906,788
3	232791,357	2,617	7,524	4,226	-2813,410
4	222069,194	2,496	7,888	4,511	-2680,541
5	209487,797	2,355	8,361	4,884	-2516,279
6	195508,593	2,198	8,959	5,360	-2329,867
7	180594,436	2,030	9,699	5,954	-2130,594
8	165179,023	1,857	10,604	6,689	-1926,927
9	149645,280	1,682	11,705	7,591	-1725,971

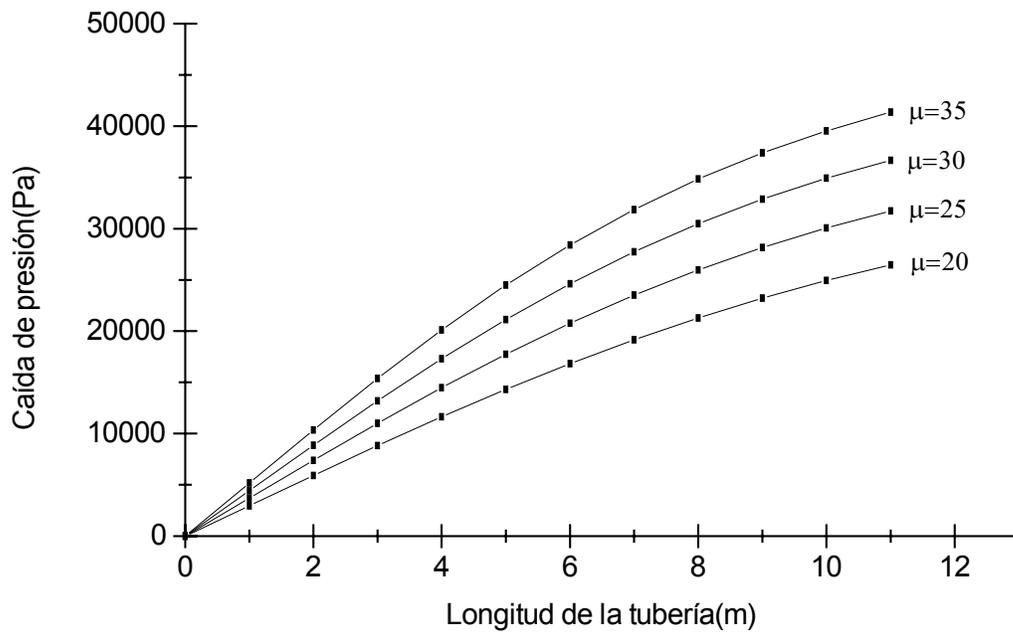


Gráfico 5 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea vertical y velocidad  $V_{go} = 11,68 \text{ m/s}$ .

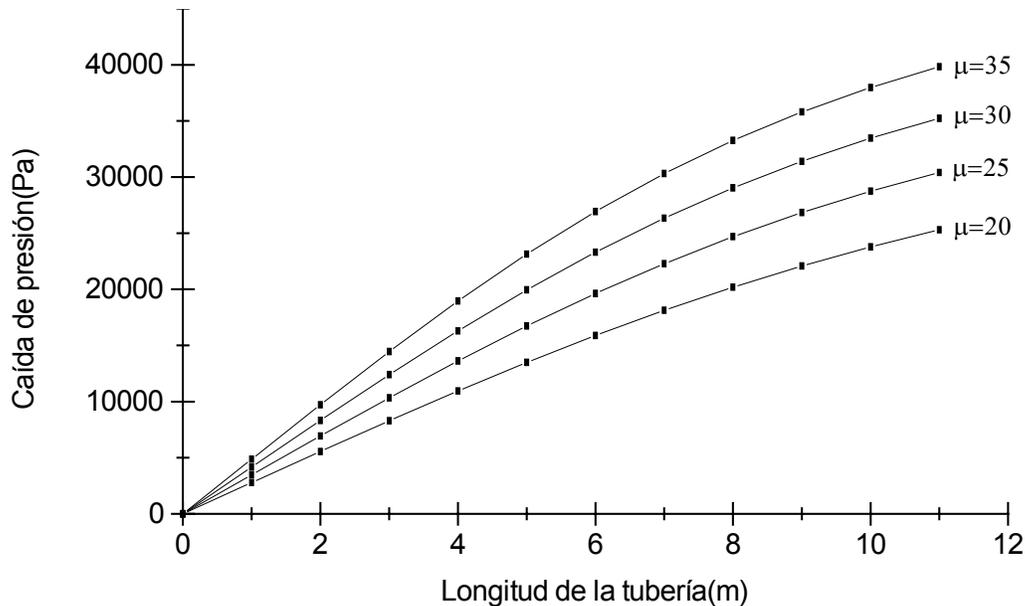


Gráfico 6 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea vertical y velocidad  $V_{go} = 12,74 \text{ m/s}$ .

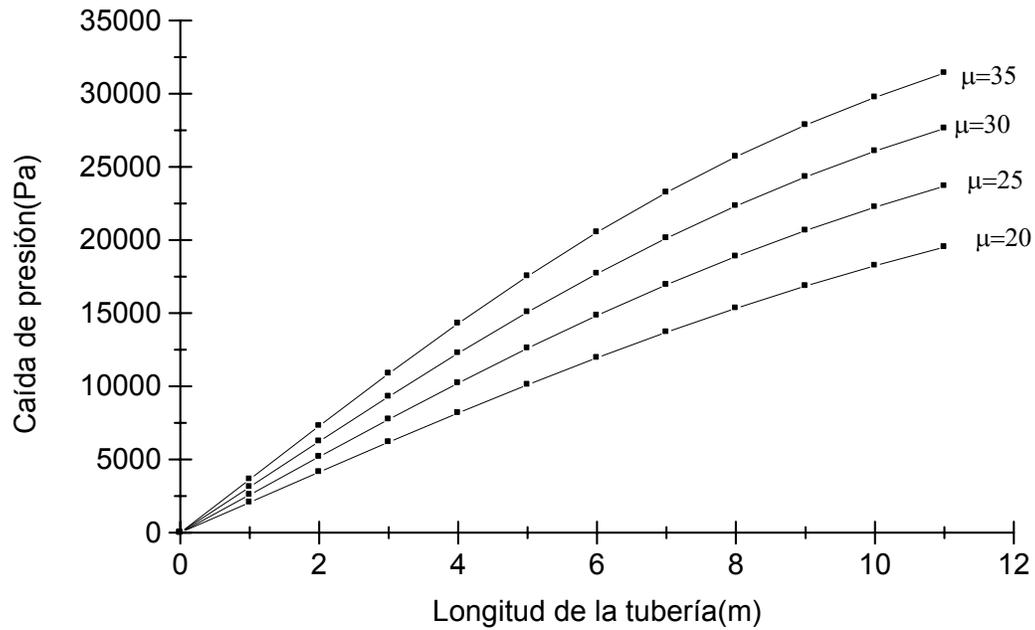


Gráfico 7 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea horizontal y velocidad  $V_{go} = 12,74$  m/s.

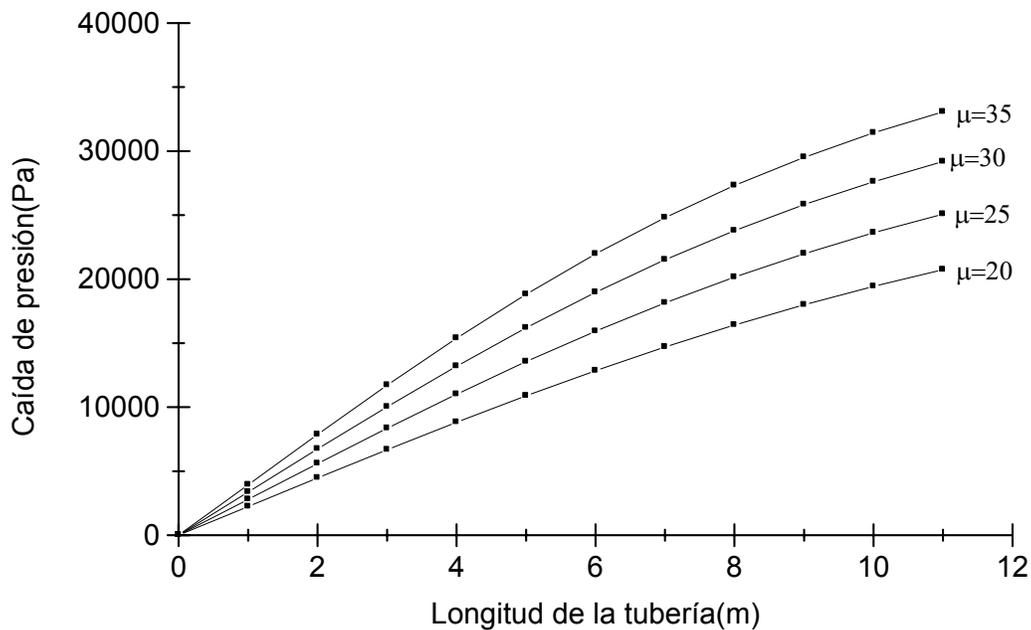


Gráfico 8 Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para la línea horizontal y velocidad  $V_{go} = 11,68$  m/s.