



MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO
“Dr. Antonio Núñez Jiménez”
FACULTAD DE METALURGIA ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE MECÁNICA.

TRABAJO DE DIPLOMA

En opción al título de

INGENIERO MECÁNICO

TITULO: “Programación de modelo matemático para la evaluación del proceso de transferencia de calor en cilindros horizontales rotatorios para el enfriamiento de mineral laterítico reducido”.

AUTOR: Eduardo de Valle Ramírez.

TUTORES: Dr.C. Ángel Oscar Columbié Navarro.

M.Sc. Ever Góngora Leyva.

M.Sc. Ignacio Romero Rueda.

“Año 50 de la Revolución”
Moa, 2008

DECLARACIÓN DE AUTORIDAD

Yo: **Eduardo de Valle Ramírez** autor de este trabajo de Diploma y los tutores MsC. Ever Góngora Leyva, MsC. Ignacio Romero Rueda y Dr.C. Ángel Oscar Columbié Navarro declaramos la propiedad intelectual de este servicio del Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa para que disponga de su uso cuando estime conveniente.

Diplomante: Eduardo de Valle Ramírez

Tutor: MsC. Ever Góngora Leyva
Rueda

Tutor: MsC. Ignacio Romero

Tutor: Dr.C. Ángel Oscar Columbié Navarro.



DEDICATORIA

A mis padres y familiares: Ya que siempre confiaron en mi y se que se sienten orgullosos ya que nunca los e defraudado.

A la memoria de mis abuelos: Que donde quiera que estén disfrutarán de la realización de este sueño.

A mis queridos hermanos: Eduardo Alejandro y Ernesto Alejandro quienes siempre me alentaron a pesar de ser más pequeños que yo.

A mis vecinos: Quienes siempre demostraron preocupación por este momento.

A mi esposa: Yaneybis Cuba Ramírez por su apoyo y dedicación para yo poder llegar hasta aquí.

A mis Tutores: M.Sc Ever Góngora Leyva y M.Sc. Ignacio Romero Rueda y Dr.C. Ángel Oscar Columbié Navarro por colaborar para la realización de este trabajo.

A los profesores del centro: Que colaboraron con mi formación profesional.

A la Revolución Cubana: Por haberme permitido llegar hasta aquí y en el futuro pueda brindarle mi ayuda y ella pueda contar conmigo.

A nuestro Comandante en Jefe “Fidel Castro Ruz”: Quien siempre ha velado por el bienestar del ser humano.

A todos “les dedico este éxito”

Eduardo de Valle Ramírez



AGRADECIMIENTOS

Para la realización de este trabajo hemos contado con el valioso apoyo de un colectivo de personas que colaboraron con tenacidad y ahínco en aras de que la investigación tuviera la mejor calidad posible, por lo que dejamos constancia de nuestro especial agradecimiento:

A mis tutores: M.Sc. Ever Góngora Leyva y M.Sc. Ignacio Romero Rueda y Dr.C. Ángel Oscar Columbié Navarro por la confianza y ayuda depositada durante la realización de la tesis.

A mi esposa Yaneybis Cuba Ramírez por darme fuerzas para seguir adelante y estar junto a mí en los momentos difíciles con todo su amor y dedicación.

A mis padres Julia Ramírez Rodríguez y Eduardo de Valle Fernández por haberme guiado en la vida y darme una educación basada en valores y principios.

A mis hermanos Eduardo Alejandro y Ernesto Alejandro por su ayuda incondicional.

A mis amigos Pascual, Hermes y Púron que a la vez han sido como mis padres por su ayuda brindada en todos los momentos.

A mis vecinos Yony, Yamila, Solangel, Luis, Robertico, Yoan, Lola, por su ayuda prestada en cada momento que los necesité.

A todos los profesores de la facultada de Ingeniería Mecánica, y mis compañeros de estudio que de una forma u otra me ayudaron para alcanzar este éxito.

A los nombrados hoy y a quienes imperdonablemente no hemos recordado...

Muchas Gracias.



PENSAMIENTO

El tema relativo al conocimiento es de especial relieve en nuestra agenda, porque en el abordamos los problemas que deciden, en buena medida, el futuro de nuestros países, conectarnos al conocimiento y participar en una verdadera globalización la información que signifique compartir y no incluir, es un imperativo estratégico para la supervivencia de nuestras identidades culturales de cara al próximo siglo.

Fidel Castro Ruz



RESUMEN:

Para la realización del presente trabajo se realizó una revisión bibliográfica de documentos que abordan sobre la temática en cuestión. Se identificaron los modos de transferencia de calor existentes en el proceso, permitiendo de esta forma hacer una mejor caracterización del proceso de transferencia de calor en el objeto real.

Se resolvieron diferentes ecuaciones diferenciales en derivadas parciales a través del método de la rejilla. Con ayuda del Matlab se confeccionó un software con el fin de establecer el algoritmo de cálculo para la evaluación del proceso de transferencia de calor en cilindros horizontales rotatorios, éste permitió evaluar el comportamiento del proceso de transferencia de calor para el enfriamiento de mineral.

Por último se refleja la valoración económica de la propuesta estudiada emitiéndose las conclusiones, recomendaciones, bibliografía consultada y los anexos.



ABSTRACT

For the realization of the present work it's was carried out a bibliographical revision of documents that approach topic in question. The existent ways of transfer of heat were identified in the process, allowing this way to make a better characterization of the process of transfer of heat in the real object.

They were solved different differential equations in having derived partial through the method of the grill. With the help of the Matlab software was made with the purpose of establishing the calculation algorithm for the evaluation of the process of transfer of heat in rotational horizontal cylinders, this it allowed to evaluate the behavior of the process of transfer of heat for the mineral cooling.

Lastly an economic valuation is made of the studied proposal being emitted the conclusions, recommendations, consulted bibliography and the annexes.



ÍNDICE

Contenido	Págs.
Introducción	1
Capítulo I Marco teórico- metodológico de la investigación	4
1.1- Introducción	4
1.2- Estado del arte y trabajos precedentes	4
1.3- Descripción del flujo tecnológico de la planta	6
1.4- Descripción de la instalación	7
1.5- Sistema de automatización	8
1.6- Análisis del Proceso de enfriamiento del mineral reducido como objeto de modelación físico-matemática	11
1.7- <i>Mejoras para el enfriamiento</i>	15
1.8- Conclusiones del capítulo I	16
Capítulo II Modelación físico-matemática del proceso de enfriamiento del mineral en cilindros rotatorios	18
2.1- Introducción	17
2.2- Fundamentos teóricos para la modelación matemática del enfriador	17
2.3- Definición del modelo teórico para el proceso de enfriamiento	20
2.4- Conclusiones del capítulo II	34
Capítulo III ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	35
3.1- Introducción	35
3.2- Solución de las ecuaciones diferenciales por el método de la rejilla	35
3.3- Programación de los cálculos	40
3.4 Análisis del diagnóstico térmico	41
3.5- Valoración técnico - económica	42
3.6- Conclusiones del Capítulo III	43
Conclusiones generales	44
<i>Recomendaciones</i>	45
<i>Bibliografía.</i>	46
<i>Anexos.</i>	-

INTRODUCCIÓN

Para efectuar el control del proceso de enfriamiento de sólidos resulta necesario la modelación matemática del mismo, tomando en consideración el objeto o equipamiento en el cual ocurre este. Para el estudio se ha seleccionado el enfriador cilíndrico rotatorio horizontal, el cual es un objeto de elevado grado de complejidad, desde el punto de vista de la transferencia de calor. Por sus características constructivas y tecnológicas el modelo matemático debe conformarse en derivadas parciales, por ser éste un objeto que puede considerarse como de parámetros distribuidos debido a su gran relación largo/diámetro.

Dichos enfriadores se encuentran ubicado en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” ubicada al norte del yacimiento de mineral en Punta Gorda, provincia de Holguín entre los ríos Moa y Yagrumaje, a 4 km de la Ciudad de Moa y a 2 km del pueblo de Punta Gorda; actualmente se encuentra enfrascada en la modernización de sus plantas, con el objetivo de disminuir los costos en la producción de cada tonelada de níquel que se procesa.

El esquema tecnológico de esta fábrica de Níquel está basado en el esquema de lixiviación - carbonato amoniacal del mineral reducido. La decisión de utilizar el proceso de lixiviación en la fábrica Ernesto Che Guevara se explica por las ventajas propias de esta tecnología, la misma a pesar de los elevados consumos de energía eléctrica, tiene ventajas en comparación con el proceso pirometalúrgico. El esquema amoniacal admite la elaboración de las mezclas de los minerales lateríticos y serpentínicos, mientras que el esquema de lixiviación ácida permite solamente la elaboración de la fracción laterítica. Al mismo tiempo este proceso se realiza con un consumo de reactivo relativamente pequeño. El único reactivo que se utiliza en cantidades grandes es el amoniaco, el consumo del cual es necesario solo para compensar las pérdidas mecánicas. El producto final de la fábrica es un producto estable de exportación en el mercado mundial. Este complejo minero metalúrgico de níquel comprende varias entidades, entre ellas la Planta hornos de reducción, en la cual existen 12 enfriadores rotatorios de mineral, éstos son tambores cilíndricos con dos tapas cónicas que giran

apoyados en dos chumaceras colocadas a cada extremo del mismo y sumergido parcialmente en un estanque con agua, con lo que, al mismo tiempo el mineral laterítico se enfría hasta la temperatura requerida por el proceso posterior.

SITUACIÓN PROBLÉMICA

En los últimos años en la Planta de Hornos de Reducción de la Empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” se han llevado a cabo una serie de investigaciones dirigidas a mejorar la eficiencia de la planta y en específico en los enfriadores de mineral laterítico reducido, los cuales constituyen un cuello de botella en el actual proceso de modernización con el cual se pretende incrementar la producción de níquel. Las elevadas temperaturas del mineral a la salida de este intercambiador de calor cilíndrico horizontal rotatorio, dificultan el proceso de lixiviación, trayendo consigo la evaporación de gran cantidad de amoníaco y baja eficiencia en la obtención de níquel metálico, (Góngora 2004).

Luego de varios años de explotación, los enfriadores de mineral comenzaron a presentar problemas de agrietamiento y rajadura, esto conllevó a que se hicieran varias investigaciones buscando soluciones adecuadas a la problemática en cuestión. Dentro de algunas de las alternativas propuestas estuvieron la eliminación del primer tramo de raspadores, el cambio del ángulo de inclinación y el peso de los carros, por solo mencionar algunas, pero aún continúan los agrietamientos, las rajaduras y no se resuelve el problema de la elevada temperatura del mineral a la salida del enfriador.

A partir de las deficiencias expresadas se define como **problema de la investigación**:

La no existencia de un programa de computación que garantice la evaluación del proceso de transferencia de calor en los cilindros horizontales rotatorios en el menor tiempo posible y con la calidad requerida.

Teniendo en cuenta la problemática planteada y el problema de la investigación se define como **objeto de estudio**:

El proceso de enfriamiento de mineral reducido en la Planta de Hornos de Reducción.

Sobre la base del problema a resolver se establece la siguiente **hipótesis científica**:

La elaboración de un software para la evaluación del proceso de transferencia de calor, permitirá la toma de decisiones en el menor tiempo posible y la simulación del mismo con la calidad requerida.

En correspondencia con la hipótesis planteada se define como **objetivo general del trabajo**:

Elaborar un software para la evaluación del proceso de enfriamiento de mineral en cilindros horizontales rotatorios.

Para dar cumplimiento al objetivo general de la investigación se definen los siguientes **objetivos específicos**:

➤ Establecer el algoritmo de cálculo para la programación en Matlab.

Para garantizar el desarrollo exitoso de la investigación se proponen las siguientes **tareas a realizar**:

1. Realizar una búsqueda bibliográfica sobre los diferentes sistemas de raspado e instalaciones semejantes a las estudiadas.
2. Establecer el algoritmo de cálculo para la evaluación del proceso de transferencia de calor en cilindros horizontales rotatorios.
3. Confeccionar el software en lenguaje de Matlab.
4. Evaluar el comportamiento de los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud en los cilindros horizontales rotatorios.
5. Obtener la valoración técnico - económica de la investigación.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO - METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1- Introducción

La planta de hornos de reducción tiene una vital importancia dentro del proceso de obtención del Níquel, pues es donde se crean las condiciones para la reducción de los óxidos de Níquel y Cobalto para la extracción del mineral en su forma metálica. En esta se encuentran los enfriadores del mineral; son equipos tecnológicos de gran responsabilidad y a la vez representan un eslabón importante en el proceso industrial. Es donde ocurre el enfriamiento del cual depende en gran medida la realización óptima del proceso de Lixiviación y Lavado; la salida de servicio de un enfriador provoca el paro de dos hornos, debido a esto requiere de una atención permanente del operador de esta área controlando los parámetros fundamentales, los cuales son:

- Nivel y recirculación del agua.
- Temperatura del mineral a la salida del enfriador.
- Flujo de mineral a la entrada del enfriador.

1.2- Estado del arte y trabajos precedentes

En el desarrollo de la investigación se consultaron diferentes trabajos y artículos, la revisión bibliográfica estuvo dirigida en dos líneas fundamentales: consultar trabajos que aborden criterios sobre el tema del intercambio de calor en cilindros rotatorios desde el punto de vista científico, técnico y práctico que se han efectuado en los últimos años; y sobre la solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Rodríguez (1977), analiza la influencia que tienen los raspadores interiores de los enfriadores del mineral reducido de la planta de hornos de reducción, sobre la velocidad de transferencia de calor. Pone de manifiesto, analíticamente, la importancia determinante que posee, trabajar con películas finas de mineral reducido en la capa estática a través de la cual tiene que transferirse el calor por conducción desde la masa de mineral hasta la plancha de acero de la pared.

Caraballo, (1989), en su artículo analiza el comportamiento de la solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales ante la presencia de determinadas perturbaciones, logrando la misma estabilidad en las soluciones de estas.

Fernández (2000), en su artículo aporta conceptos que tratan sobre la teoría de la transferencia de calor, y la termodinámica.

Valle, et. all, (2000), realizan una evaluación de los enfriadores de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara, en su artículo reflejan con claridad las características generales de los equipos, especifican la temperatura a la cual debe salir el mineral de los enfriadores, proponen una metodología de cálculo para la evaluación de los enfriadores de mineral del proceso carbonato-amoniaco.

Orlando, et. all, (2000), dan a conocer una manera simple de determinar la conductividad térmica de los materiales.

Columbié (2001), estableció el modelo matemático para el control integral del proceso de calcinación del Carbonato Básico de Níquel en el horno tubular rotatorio, éste conformado por 9 ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que describen el comportamiento dinámico del objeto, determinó la dirección del proceso definiéndose como criterio de calidad, el mantenimiento del perfil térmico del horno, este trabajo aporta ecuaciones nuevas muy importantes para el análisis de los procesos de transferencia de calor de mayor complejidad.

Guzmán (2001) conceptualiza con claridad los métodos sistémicos de análisis del conocimiento científico, permitiéndole al investigador su empleo para sustentar teóricamente la investigación. A pesar que en la actualidad algunos términos y definiciones han evolucionado, su esencia se mantiene vigente. Plantea que la modelación matemática es una herramienta indispensable en el diseño y operación de las plantas de procesos, ofrece un método numérico para la solución de grandes sistemas de ecuaciones derivadas de la modelación de toda una planta o parte de la producción.

Incropera (2003), aborda conceptos relacionados con la temática de la teoría general de la transferencia de masa y calor, en esta publicación existe una amplia

conceptualización de las leyes y principios físicos relacionados con la transmisión del calor y constituyen un pilar fundamental para la comprensión de la misma en sus más diversas formas.

Díaz (2004), en su artículo establece un balance de energía calorífica en coordenadas rectangulares aplicando ecuaciones discretas obtenidas en un volumen de control. En este trabajo desarrolla un método general que permite, con conocimientos muy elementales de álgebra y geometría llevar a cabo balances microscópicos de masa, calor o energía mecánica en sistemas aislados, cualquiera que sea la forma y geometría del cuerpo o las condiciones de transferencia que tienen lugar.

Retirado (2004), demostró que los parámetros más influyentes en la transferencia de calor en el proceso son la temperatura de entrada y el flujo másico del mineral.

1.3- Descripción del flujo tecnológico de la planta

El objetivo del proceso que se realiza en esta planta es reducir el óxido de níquel a níquel metálico, haciéndolo apto para la lixiviación amoniaca. Para ello la planta cuenta con la instalación de 24 hornos, 12 electrofiltros (con el objetivo de recuperar el mineral que se escapa con los gases) y 12 enfriadores.

Una vez el mineral en las tolvas, pasa a los dosificadores de pesaje automático que son los equipos encargados de garantizar una alimentación uniforme al horno a través del pesaje que éstos realizan de acuerdo al tonelaje fijado, estos equipos tienen una capacidad hasta de 22 t/h .

Después que el mineral es pesado, se produce la descarga del mismo al sinfín alimentador el cual transporta el mineral al horno hacia el hogar cero.

El mineral una vez dentro del horno es sometido al proceso de reducción, el que se logra estableciendo un perfil de temperatura dentro del mismo y una concentración determinada de gases reductores, para ello el horno dispone de 10 cámaras de combustión dispuestas en los hogares 15, 12, 10, 8 y 6 con quemadores de petróleo de alta presión, que son los encargados de producir los gases para el calentamiento del mineral.

La presión del aire utilizado en las cámaras de combustión es facilitada por el uso de ventiladores centrífugos capaces de mantener una operación estable, se cuentan con tres de ellos por cada bloque, dos en operación y uno de reserva.

El proceso de reducción se efectúa en un horno de hogares múltiples, contando con 17 hogares. Además, el horno, cuenta con un eje central al cual se le articulan 68 brazos (4 en cada hogar). Estos brazos tienen dispuestos dientes o paletas los cuales mediante la rotación del eje central son encargados de facilitar el traslado de mineral de un hogar a otro en forma de zigzag. Los hogares pares tienen su descarga por la periferia y los hogares impares por el centro.

El mineral después de pasar por el transportador rotatorio es descargado en el enfriador rotatorio, el cual tiene como función enfriar el mineral reducido que sale del horno para luego enviarlo al proceso de Lixiviación.

1.4 Descripción de la instalación

Después que el mineral sale de los hornos es transportado por el tambor rotatorio cuya función es transportar el mineral reducido de los hornos hasta el enfriador.

El transportador rotatorio consta de un cuerpo tubular que rota en 6 rodillos de apoyo. Dentro del cuerpo está colocado un tornillo transportador. El cuerpo tiene 6 llantas, cada una se asienta en 2 rodillos de apoyo. La rotación del cuerpo se realiza por el accionamiento electromagnético. Los desplazamientos axiales posibles del cuerpo del transportador son asimilados por dos rodillos de apoyo, el cuerpo se enfría con agua.

Al principio (según la marcha del mineral) y la parte del medio del cuerpo se han analizado las cámaras de cargas, la parte final del cuerpo está dentro del enfriador. La entrada de aire atmosférico en las holguras, entre el cuerpo rotatorio, dispositivos cargados y el enfriador se expulsa mediante la empaquetadura. El mineral después de pasar por el transportador rotatorio es descargado en los enfriadores rotatorios los cuales tienen las siguientes funciones:

Transportar: en el interior del enfriador existe una estructura donde cuelgan los rastrillos pendulares que transportan el mineral que se va enfriando.

Remover: el rastrillo, una vez que sigue el movimiento del tambor y alcanza una determinada altura, por su propio peso cae y revuelve la masa caliente a través de superposición de capas, empujando la capa caliente adyacente al cuerpo y transportando la capa fría.

Enfriar: es el intercambio calórico entre el calor que aporta el mineral al, shell y al agua de la piscina en el cual está sumergido el enfriador. Debiendo disminuir la temperatura del mineral por debajo de 200 °C en la descarga.

Durante el régimen de trabajo del enfriador es suministrada el agua en una piscina a temperatura ambiente, la cual fluye a contracorriente con el mineral, controlándose el nivel de agua en la piscina a través de unas anillas en la zona caliente de evacuación en función del tonelaje que se está alimentando. El tiempo de retención del mineral en el interior del enfriador es de 30 minutos. La temperatura del agua a la salida de la piscina es de 70 a 85 °C .

El accionamiento está compuesto por el grupo motor - reductor auxiliar que se acoplan a través de un embrague frontal. En el cuerpo existen dos puntos de apoyos (rodillos) los cuales están en constante fricción con las chumaceras, éstos son revestidos por un material sintético conocidos como textilita.

El material enfriado es un mineral que contiene una granulometría de 200 mesh (0,074mm) que pasa al tambor a través de un muñón de tope del enfriador. Con el paso del mineral, éste se enfría con el contacto del cuerpo del tambor que se enfría con el agua en la piscina. De la cámara de salida, el mineral enfriado llega al transportador que no constituye parte del enfriador.

El mineral que sale del enfriador cae a una de las canales de Lixiviación, por donde se introduce una corriente de una solución carbonato amoniacal formando una pulpa que va a los tanques de contacto (225- TK- 213), los cuales tienen una capacidad de 70 m³ .

1.5 Sistema de automatización

Actualmente el proceso de enfriamiento del mineral en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” se encuentra desde el punto de vista de su automatización y

control, en una etapa primaria, pues sólo contempla la medición y registro de varios parámetros del proceso por un autómata programable.

A continuación se muestran los parámetros que se registran con sus correspondientes instrumentos de medición y las características técnicas de los mismos.

PARÁMETRO: Flujo de mineral alimentando el enfriador.

EQUIPO: Báscula de pesaje continuo, tipo WESTERDAM.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS:

Alimentación	220 V AC
Entrada	0 – 18 t/h
Salida	4 – 20 mA

PARÁMETRO: Temperatura del mineral a la entrada y salida del enfriador.

EQUIPO: Termómetro de resistencia PT-100 con vaina y cabezal de conexión de roscado con convertidor de señal programable mediante la PC alojado en el cabezal.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS:

Temperatura de servicio hasta 873 K

Cabezal de conexión tipo B, construido de material ligero, para alojar un convertidor.

Convertidor de señal programable con rango ajustado.

PARÁMETRO: Temperatura del agua en la piscina.

EQUIPO: Termómetro de resistencia PT-100 con vaina y cabezal de conexión de roscado con convertidor de señal programable mediante PC alojado en el cabezal.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS:

Longit

CAPÍTULO II

MODELACIÓN FÍSICO - MATEMÁTICA DEL PROCESO DE ENFRIAMIENTO DEL MINERAL EN CILINDROS ROTATORIOS

2.1- Introducción

El conocimiento del proceso, el desarrollo de modelos matemáticos que representen los fenómenos físicos de los sistemas y el proyecto para la implementación de las nuevas tecnologías es un tema de primordial importancia en el desarrollo actual del sector industrial.

Según Mason y Mesarovich (1996) el modelo no es más que una abstracción matemática del proceso real, donde la ecuación o conjunto de ecuaciones que componen el mismo es la mejor aproximación del proceso.

En este capítulo se plantea como **objetivo:**

Establecer el modelo físico - matemático adecuado para el proceso de enfriamiento del mineral en cilindros rotatorios de la planta Hornos de Reducción de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”.

2.2- Fundamentos teóricos para la modelación matemática del enfriador

2.2.1- Transferencia de calor por conducción

Para la modelación teórica del proceso de enfriamiento es necesario definir la ecuación de difusión del calor, ésta se obtiene a partir de la primera ley de la termodinámica, luego de realizar algunas transformaciones basadas en la Figura 2.1.

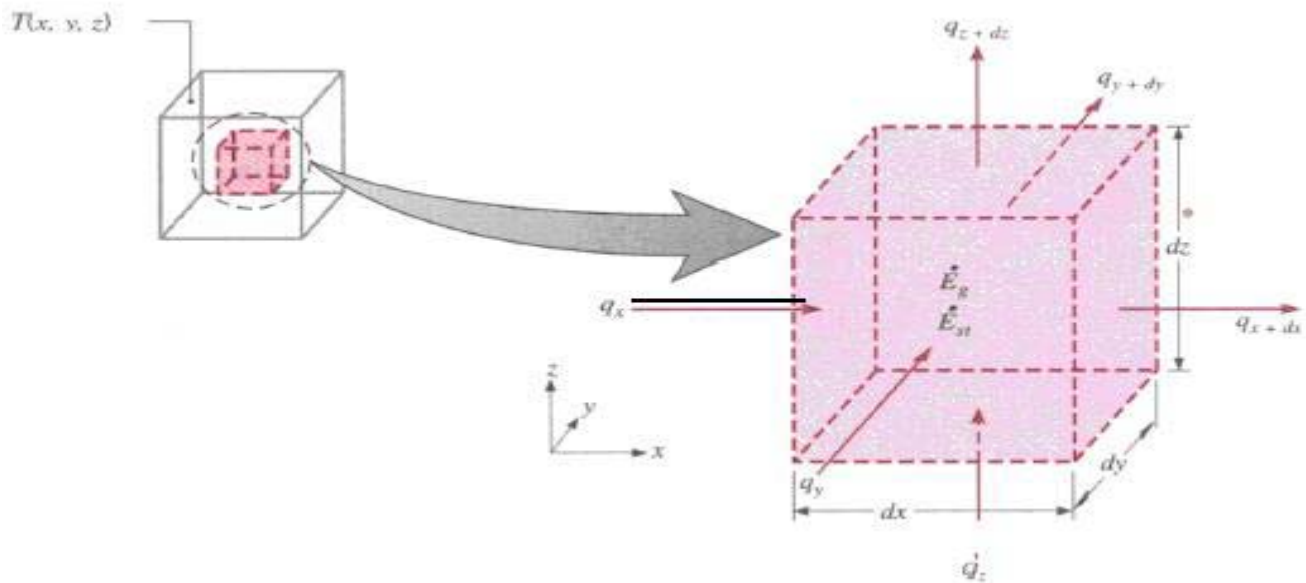


Figura 2.1 Volumen de control diferencial, dx , dy , dz , para el análisis de la conducción en coordenadas cartesianas. **Fuente:** Incropera, 2003.

La expresión (2.1) es la ecuación de difusión del calor a partir de la primera ley de la termodinámica para un volumen de control diferencial, dx , dy , dz , ella proporciona las herramientas básicas para el análisis de la conducción del calor. De la solución a esta ecuación se puede obtener la distribución de temperatura $T(x, y, z)$ como una función del tiempo.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.1)$$

Donde:

$\dot{q}$ - Flujo de calor generado.

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$ - Variación de la temperatura en el tiempo.

C_p - Capacidad calorífica a presión constante; kJ/kg K

$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau}$ - Es la variación en el tiempo de la energía interna del medio por unidad de volumen.

ρ - densidad; kg/m³

K - Conductividad térmica, ($\frac{W}{m.K}$)

2.2.2- Transferencia de calor por convección

Se puede mejorar el entendimiento del efecto físico que determina el comportamiento de la capa límite y además ilustrar su relevancia para el transporte por convección, desarrollando las ecuaciones que gobiernan las condiciones de la capa límite hidrodinámica, térmica y de concentración.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

La ecuación (2.2) se le conoce como ecuación de continuidad y es una expresión general de los requerimientos de toda la conservación de las masas y debe satisfacer cada punto en la capa límite hidrodinámica. La ecuación se aplica para un fluido simple, así como para mezclas donde ocurre la difusión de las sustancias y pueden ocurrir reacciones químicas.

Capa límite térmica

Para aplicar la ecuación de conservación de la energía a un volumen de control en la capa límite térmica es necesario primero delimitar los procesos físicos más importantes (la energía cinética y térmica).

La ecuación (2.3) representa la ley de conservación de la energía cinética y térmica después de algunas transformaciones.

$$\rho \cdot u \frac{\partial e}{\partial x} + \rho \cdot v \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - p \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \Phi + \dot{q} \quad (2.3)$$

Donde el término $p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$ representa una conversión reversible entre la energía cinética y térmica y $\mu \Phi$, la disipación viscosa definida en la ecuación (2.4).

$$\mu\Phi \equiv \mu \cdot \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (2.4)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación (2.4) se origina a partir de las tensiones tangenciales viscosas y el término restante aparece a partir de las tensiones normales viscosas.

Del estudio de los dos tópicos anteriores (2.2.1 y 2.2.2) se deduce la importancia que tiene para la obtención del modelo teórico el conocimiento de las ecuaciones generales de los procesos de transferencia de calor, en el primer caso se establece la ecuación de difusión del calor analizada en tres dimensiones (x, y, z), la cual durante la conformación del modelo se reducirá su análisis a una sola dirección. Respecto al segundo epígrafe las ecuaciones se establecerán a partir de los números adimensionales (Reynolds, Nusselt, Rayleigh, Prandtl, Grashof, etc.). Las ecuaciones referidas a la conservación de la masa no son expresadas debido a que en el proceso en estudio no existe transferencia de masa considerable. Todas las simplificaciones realizadas a las ecuaciones generales de la transferencia de calor (que son explicadas someramente en este párrafo) se emplearán de manera detallada durante la definición del modelo teórico en el epígrafe 2.3.

2.3- Definición del modelo teórico para el proceso de enfriamiento

Una vez determinado el alcance de la investigación, establecidas las variables de entrada, de salida y las perturbaciones propias del proceso, expresadas las ecuaciones generales que rigen la transferencia de calor, fundamentada la no existencia de expresiones matemáticas que permitan predecir el comportamiento de la temperatura del mineral a la salida de los enfriadores cilíndricos rotatorios, se fundamenta el modelo teórico con el empleo de las ecuaciones que describen el balance de energía.

Tomando como punto de partida el principio fundamental de conservación de la energía, el cual plantea que: la energía ni se crea, ni se destruye; solo se transforma, se puede obtener la expresión matemática que servirá como ecuación de balance (2.5).

$$-\rho \cdot C \cdot A \, dx \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta t} = -C \cdot \dot{m} [\theta(x,t) - \theta(x+dx,t)] + K_l dx [\theta(x,t) - \theta_p(x,t)] \quad (2.5)$$

$$\dot{m}_{entrada} = \dot{m}_{salida} = \dot{m}$$

donde:

$\dot{m}_{entrada}$, $\dot{m}_{salida}$ - Flujo de mineral que entra y que sale del enfriador; kg/s

θ , θ_p - Temperatura del mineral y de la pared; K

C - Calor específico del mineral; kJ/kg K

ρ - Densidad del mineral; kg/m³

A - Sección transversal del sólido; m²

K_1 - Coeficiente superficial de transferencia de calor del sólido a la pared por unidad de longitud; W/m K

En la expresión (2.5) el miembro izquierdo caracteriza la velocidad de variación de la temperatura en el tiempo $\theta(t)$ del elemento de material dx; el primer miembro de la derecha relaciona el calor que entra con el flujo de material al elemento dx y el calor que sale con el material; el tercero y cuarto términos son el calor entregado por el material y los gases, a la pared del cilindro según la ley de Newton.

El área de la sección transversal del sólido según la expresión (2.6), desarrollada por Columbié N. A. [9].

$$A = \frac{2}{3} R_i^2 \cdot \beta^3 \quad (2.6)$$

donde:

R_i - Radio interior del cilindro; m

Para ello es necesario determinar el ángulo (β), mostrado en la Figura 2.2, según la ecuación (2.7).

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{3\dot{m}}{2 \cdot R_i^2 \cdot \rho \cdot V_m}} \quad (2.7)$$

donde:

V_m - Velocidad del sólido; m/s.

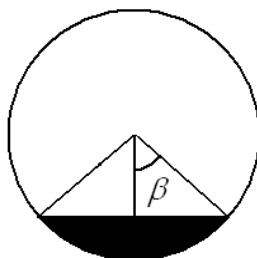


Figura 2.2 Representación del ángulo β , con respecto al diámetro vertical y al área que ocupa el mineral dentro del cilindro.

La velocidad del sólido según expresión desarrollada por Diomidovskiy D.A. en el Instituto de Minas de Leningrado, (según Chang) se calcula mediante la ecuación (2.8).

$$V_m = 5,78 D_i \cdot \varphi \cdot n \quad (2.8)$$

donde:

φ - Ángulo de inclinación del cilindro

n - Velocidad de rotación; 1/s

Para la determinación del coeficiente K_1 es necesario tener en cuenta los modos de transferencia de calor presente en el enfriador de mineral.

El calor del sólido a la pared se transmite por las tres vías, conducción, y radiación del sólido a la pared cubierta y del sólido a la pared descubierta por convección y radiación. Para el primer caso el coeficiente de transferencia de calor puede definirse por la ecuación (2.9)

$$\alpha_{pcs} = k \sqrt{C \cdot \lambda \cdot \gamma \cdot n} + \sigma \cdot \frac{\xi_s \cdot \xi_p}{\frac{1}{\xi_s} + \frac{1}{\xi_p} - 1} \cdot \frac{(\theta^4 - \theta_p^4)}{(\theta - \theta_p)} \quad (2.9)$$

donde:

α_{pcs} - Coeficiente de transferencia de calor del sólido a la pared cubierta por el mineral;
W/m² K

σ - Constante de Stefan-Boltzman; ($5,67 \cdot 10^{-8}$ W/m²K)

k - Coeficiente de no-uniformidad de la temperatura del mineral

λ - Conductividad térmica del mineral; W/m² K

n - Velocidad de rotación del enfriador; s⁻¹

γ - Masa (a granel) del mineral; kg/m³

ξ_p - Emisividad de la pared

ξ_s - Emisividad del sólido

Para el segundo caso el coeficiente de transferencia de calor puede definirse por la ecuación (2.10)

$$\alpha_{pds} = h_g + \sigma \cdot 10^{-8} \cdot \xi_s \cdot \xi_p \cdot \frac{[\theta^4 - \theta_p^4]}{\theta - \theta_p} \quad (2.10)$$

donde:

α_{pds} - Coeficiente de transferencia de calor del sólido a la pared no cubierta por el mineral; W/m² K

h_g - Coeficiente de transferencia de calor por convección del sólido al gas; W/m² K

Para el cálculo del coeficiente h_g , se recomienda la ecuación (2.11) para cuando se tiene un tubo circular caracterizado por el flujo de calor uniforme a través de la superficie, laminar y completamente desarrollado, para este caso el número de Nusselt es una constante, independiente del número de Reynolds, de Prandtl y una situación axial según Incropera (2003).

$$N_{uD} = \frac{h_g \cdot D_i}{\lambda_g} = 4,36 \quad (2.11)$$

donde:

- N_{uD} - Número de Nusselt.
- λ_g - Conductividad térmica del fluido; W/m K

Posteriormente se despeja (h_g) de la ecuación (2.11), el mismo queda expresado de la manera siguiente.

$$h_g = 4,36 \cdot \frac{\lambda_g}{D_i} \quad (2.12)$$

Para calcular el coeficiente superficial de transferencia de calor del sólido a la pared por unidad de longitud del cilindro se emplea la ecuación (2.13) y las ecuaciones (2.14, 2.15) para las respectivas áreas de transferencia de calor según Columbié N.A. [9].

$$K_l = \alpha_{pcs} \cdot A_{pcs} + \alpha_{pds} \cdot A_{pds} \quad (2.13)$$

$$A_{pcs} = \frac{2\pi D_i \cdot \beta}{360^\circ} \quad (2.14)$$

$$A_{pds} = \pi \cdot D_i \cdot \left(1 - \frac{2\beta}{360^\circ}\right) \quad (2.15)$$

A_{pcs} - Área de la pared cubierta por el sólido; m².

A_{pds} Área de la pared descubierta por el sólido; m².

Luego la expresión (2.5) toma la forma de la ecuación (2.16).

$$\rho \cdot C \cdot A \cdot \frac{\delta\theta(x,t)}{\delta t} + C \cdot m \cdot \left(\frac{\delta\theta(x,t)}{\partial x}\right) = K_l\theta(x,t) - K_l\theta_p(x,t) \quad (2.16)$$

Del balance térmico para la pared, según la ecuación diferencial de la conducción se obtiene la expresión (2.17).

$$C_p M_p \frac{\partial \theta_p}{\partial t} + C_p M_p \cdot a \cdot \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} = -K_1(\theta - \theta_p) - K_2(\theta_p - \theta_{agua.}) \quad (2.17)$$

donde:

C_p - Calor específico de la pared; kJ/kg K

M_p - Masa de la pared; kg/m

θ_{ma} - Temperatura del medio; K

θ_{agua} - Temperatura del agua en la piscina; K

a - Coeficiente de temperatura; m²/s

K_2 - Coeficiente de transferencia de calor a través de la pared del horno por unidad de longitud al agua de la piscina; W/m K

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor K_2 , se tienen en cuenta los modos de transferencia de calor por conducción y convección, resolviéndose a través de la ecuación (2.18).

$$K_2 = \frac{1}{\frac{\ln \frac{R_i}{R_e}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{carca}} + \frac{1}{\Pi_{pca} \pi \cdot \alpha_{c.agua} \cdot D_e} + \frac{1}{\Pi_{pca} \pi \cdot \alpha_{sat.} \cdot D_e}} \quad (2.18)$$

Con el objetivo de determinar el área del enfriador que está sumergido en el agua, se desarrolló la ecuación (2.19).

$$\Pi_{pca} = \frac{\left(2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{H_{agua}}{R_2} \right) \right)}{180^\circ} \quad (2.19)$$

donde:

H_{agua} - Altura del agua de la piscina con respecto al enfriador; m

Para la solución de la ecuación (2.16) se debe calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección al agua $\alpha_{c.agua}$, y para ello lo primero que se debe calcular es el número de Reynolds. En este caso considerando que el enfriador se mueve a baja velocidad y que es éste quien le transmite el movimiento al fluido, se asume que la velocidad del fluido es aproximadamente igual a la del enfriador lo cual está en correspondencia con la conclusión más importante referida a la velocidad para la convección en flujo de couette. **Incropera, (2003)**.

El número de Reynolds (R_{eD}) se obtiene por la expresión (2.20):

$$R_{eD} = \frac{v_{agua} \cdot D_e}{\nu_{agua}} = \frac{\rho_{agua} \cdot v_{agua} \cdot D_e}{\mu_{agua}} \quad (2.20)$$

donde:

ρ_{agua} - Densidad del fluido; kg/m³

v_{agua} - Velocidad del fluido; m/s

D_e - Diámetro exterior del enfriador; m

μ_{agua} - Coeficiente dinámico de viscosidad; N s/m²

ν_{agua} - Coeficiente cinemático de viscosidad; m²/s

El valor de la velocidad del fluido se calcula por la ecuación (2.21).

$$v = \frac{\pi \cdot n}{30} \cdot R_2 \quad (2.21)$$

Luego de sustituir la ecuación (2.21) en la (2.20) se calcula el número de Reynolds en función del número de revoluciones (n) a través de la ecuación (2.22).

$$R_{eD} = \frac{\pi \cdot n \cdot D^2}{60 \cdot \nu} = \frac{\pi \cdot n \cdot \rho \cdot D^2}{60 \cdot \mu} \quad (2.22)$$

Esta expresión del Reynolds se combina con la correspondiente al número de Nusselt a través de la ecuación (2.23).

$$N_{uD} = \frac{\alpha_{c.agua} \cdot D_e}{\lambda_{agua}} = C \cdot (R_{eD})^m \cdot (P_r)^{\frac{1}{3}} \quad (2.23)$$

donde:

$\alpha_{c.agua}$ - Coeficiente de transferencia de calor por convección de la pared sumergida en la piscina al agua; W/m² K

N_{uD} - Número de Nusselt

λ_{agua} - Conductividad térmica del fluido; W/m K

C y m - Constantes para flujo por el exterior de cilindros; (adimensionales)

P_r - Número de Prandtl

Las constantes C y m correspondientes a la ecuación (2.23) se buscan en la Tabla 2.1 en correspondencia con el valor del número de Reynolds calculado utilizando la expresión (2.22).

Tabla 2.1 Constantes de la ecuación (2.23) para flujo por el exterior de cilindros		
R_{eD}	C	m
0,4 - 4	0,989	0,33
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40 000	0,193	0,618
40 000 - 400 000	0,027	0,805

Fuente: Incropera, 2003.

Posteriormente se despeja ($\alpha_{c.agua}$) de la ecuación (2.23), el mismo queda expresado de la manera siguiente en la ecuación (2.24).

$$\alpha_{c.agua} = \frac{\lambda_{agua} \cdot \left(C \cdot R_{eD}^m \cdot P_r^{\frac{1}{3}} \right)}{D_e} \quad (2.24)$$

El $\alpha_{c.agua}$ obtenido se sustituye en la ecuación (2.18) para calcular el coeficiente de transferencia de calor a través de la pared del cilindro por unidad de longitud al agua de la piscina.

Como se planteó anteriormente se necesita conocer el área de la superficie no sumergida en el agua, con este objetivo se desarrolló la ecuación (2.25).

$$\Pi_{pda} = \frac{\left(360^\circ - 2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{H_{agua}}{R_2} \right) \right)}{180^\circ} \quad (2.25)$$

Para los enfriadores de mineral de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” el flujo de calor por ebullición de la película de agua se produce en la zona de ebullición nucleada porque la diferencia entre la temperatura de la superficie exterior de los mismos y la temperatura de saturación del agua a la presión de trabajo está entre los valores 5 y $30^\circ C$, expresado de otra manera ($5 \leq \Delta T_e \leq 30$), específicamente $\Delta T_e \approx 5^\circ C$.

Para realizar el cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie del enfriador que no está sumergida en la piscina se tuvo en cuenta la transferencia de calor por ebullición y por convección al aire.

Primero se da paso a la determinación del coeficiente de convección por ebullición $\alpha_{sat.}$ de la pared a la película de agua que cubre a la zona no sumergida en la piscina, procediendo como sigue:

Se calcula el flujo de calor por unidad de área ($q_{s''}$), utilizando la ecuación (2.26) obtenida por Rohsenow (1952).

$$q_{s''} = \mu_f \cdot h_{fg} \cdot \left[\frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v)}{\sigma_s} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{C_{p,L} \cdot \Delta T_e}{C_{s,f} \cdot h_{fg} \cdot P_{r,L}^n} \right)^3 \quad (2.26)$$

donde:

μ_f - Viscosidad; N s/m²

h_{fg} - Calor latente de vaporización; kJ/kg

g - Constante de la gravedad; m/s²

ρ_l y ρ_v - Densidad del líquido y el vapor respectivamente; kg/m³

σ_s - Tensión superficial; N/m

$C_{p,L}$ - Calor específico del líquido; kJ/kg K

ΔT_e - Diferencia de temperatura entre la superficie exterior y la temperatura de saturación a la presión de trabajo; K

$C_{s,f}$ y n - Constantes adimensionales que están preestablecidas de acuerdo con la combinación (superficie - fluido) existente, los posibles valores a tomar por estas se seleccionan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Valores de $C_{s,f}$ y n para varias combinaciones Superficie - Fluido.		
FLUID - SURFACE COMBINATION	$C_{s,f}$	n
Stainless steel		
Chemically etched	0.0130	1.0
Mechanically polished	0.0130	1.0
Ground and polished	0.0060	1.0

Fuente: Incropera, 2003.

Nota: Todos los parámetros expresados en la ecuación (2.26) se buscan en la Tabla A6 del Incropera.

Después de establecer la expresión para el cálculo del flujo de calor por unidad de área y conociendo además que esta variable puede ser relacionada en función de la ecuación (2.27).

$$q_{s''} = \alpha_{sat.} \cdot [\theta_{superf} - \theta_{sat}] = \alpha_{sat.} \cdot \Delta T_e \quad (2.27)$$

donde:

$\alpha_{sat.}$ - Coeficiente de transferencia de calor por convección de la pared no sumergida en la piscina de agua; W/m² K

θ_{Sat} - Temperatura de saturación del agua a la presión de trabajo; K

Se despeja el coeficiente de transferencia de calor por convección $\alpha_{sat.}$.

$$\alpha_{sat.} = \frac{q_{s''}}{\Delta T_e} = \frac{\mu_f \cdot h_{fg} \cdot \left[\frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{C_{p,L} \cdot \Delta T_e}{C_{s,f} \cdot h_{fg} \cdot P_{r,L}^n} \right)^3}{\Delta T_e} \quad (2.28)$$

Resolviendo la ecuación (2.17) se obtiene la ecuación (2.29).

$$C_p M_p \frac{\partial \theta_p}{\partial t} + C_p M_p a \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} + K_3 \theta_p = K_1 \theta + K_2 \theta_{agua} \quad (2.29)$$

donde:

$$K_3 = K_1 + K_2 \quad (2.30)$$

Del balance térmico para el agua, según la ecuación diferencial de la conducción resulta.

$$\rho_{agua} \cdot C_{agua} \cdot A_{agua} dx \frac{\partial \theta_{agua}(x,t)}{\partial t} = C_{agua} \dot{m}_{agua} \theta_{agua}(x,t) - C_{agua} \dot{m}_{agua} \theta_{agua}(x+dx,t) + K_2 (\theta_p - \theta_{agua}) dx - K_4 (\theta_{agua} - \theta_{aire}) dx \quad (2.31)$$

donde:

ρ_{agua} - Densidad del agua; kg/m³

C_{agua} - Calor específico del agua; kJ/kg K

A_{agua} - Área ocupada por agua; m²

$\dot{m}_{agua}$ - Flujo de agua; kg/s

θ_{agua} , θ_{aire} - Temperatura del agua y del aire; K

K_4 - Coeficiente superficial de transferencia de calor del agua al medio por unidad de longitud; W/m K

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección del agua al medio es necesario tener en cuenta la cantidad de calor que se transfiere por evaporación del agua.

La energía exigida para la evaporación proviene de la energía interior del líquido que entonces trae consigo reducciones en la temperatura del mismo.

Aplicando la ley de la conservación de energía a un control de superficie sobre el líquido, se obtiene la expresión (2.32).

$$q''_{conv} + q''_{add} = q''_{evap} \quad (2.32)$$

Si no hay ninguna suma de calor por otros medios, la ecuación (2.32) se reduce a un equilibrio entre la transmisión de calor por convección del gas y el calor perdido por evaporación desde el líquido representada en la ecuación (2.33).

$$q''_{conv} = q''_{evap} \quad (2.33)$$

Donde el flujo de calor por evaporación q''_{evap} puede calcularse como el producto de flujo de masa de evaporado y el calor latente de vaporización, ecuación (2.34).

$$q''_{evap} = n''_A \cdot h_{fgv} \quad (2.34)$$

donde:

n_A'' - Flujo de agua que se evapora; kg/s

El flujo de agua que se evapora se determina según la ecuación (2.35).

$$n_A'' = h_m (\rho_{A,sat} - \rho_{A,\infty}) \quad (2.35)$$

donde:

h_m - Coeficiente de transferencia de masa; m/s

$\rho_{A,sat}$ - Densidad del vapor de agua saturado a la temperatura de la superficie; kg/m³

$\rho_{A,\infty}$ - Densidad del vapor de agua saturado a la temperatura del aire; kg/m³

El número de Sherwood es igual al gradiente de concentración adimensional de la superficie, y proporciona una medida de la transferencia de masa por convección de la superficie y se obtiene a través de la ecuación (2.36)

$$Sh = 0.0296 \cdot R_e^{\frac{4}{5}} \cdot S_c^{\frac{1}{3}} \quad (2.36)$$

donde:

S_c - Número de Schmidt.

El número de Reynolds se determina a través de la ecuación (2.37).

$$R_{eD} = \frac{v_{aire} \cdot D_e}{\nu_{aire}} \quad (2.37)$$

donde:

v_{aire} - Velocidad del aire; m/s

ν_{aire} - Coeficiente cinemático de viscosidad del aire; m²/s

Para calcular el número de Schmidt se emplea la ecuación (2.38).

$$S_c = \frac{\nu_{aire}}{D_{AB}} \quad (2.38)$$

donde:

ν_{aire} - Viscosidad cinemática; m²/s

D_{AB} - Coeficiente de difusión de masa; m²/s

Conociendo las ecuaciones (2.36), (2.37) y a través de la ecuación (2.39) se puede determinar el coeficiente de transferencia de masa.

$$h_m = \frac{Sh \cdot D_{AB}}{L} \quad (2.39)$$

El calor transmitido por convección del agua al aire se determina a través de la ecuación (2.40).

$$q''_{evap} = \alpha_{agua} (\theta_{agua} - \theta_{aire}) \quad (2.40)$$

donde:

α_{agua} - Coeficiente de transferencia de calor por convección del agua al medio; W/m²K

Sustituyendo las ecuaciones (2.34) y (2.40) en la ecuación (2.33) y despejando el coeficiente de transferencia de calor por convección del agua al aire α_{agua} , se obtiene la ecuación (2.41).

$$\alpha_{agua} = \frac{h_{fg} \cdot h_m (\rho_{A,sat} - \rho_{A,\infty})}{(\theta_{agua} - \theta_{aire})} \quad (2.41)$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor a través del agua por unidad de longitud al medio se determina por la ecuación (2.42).

$$K_4 = \alpha_{agua} \cdot A_{agua} \quad (2.42)$$

De la ecuación (2.31) se obtiene la ecuación (2.43):

$$\rho_{agua} \cdot C_{agua} A_{agua} \frac{\partial \theta_{agua}(x,t)}{\partial t} + C_{agua} \dot{m}_{agua}(x,t) \frac{\partial \theta_{agua}(x,t)}{\partial x} + K_5 \theta_{agua}(x,t) = K_2 \theta_p(x,t) + K_4 \theta_{aire}(x,t) \quad (2.43)$$

donde:

$$K_5 = K_2 + K_4 \quad (2.44)$$

2.4- Conclusiones

1. Quedó establecido el procedimiento de cálculo que describe con mayor exactitud el objeto de estudio, conformado por un total de 44 ecuaciones.
2. El análisis del modelo matemático propuesto por los investigadores (Columbié, 2001; Góngora, 2004); demuestra que el proceso objeto de estudio puede ser caracterizado térmicamente a partir del empleo de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

3.1 Introducción

Desde hace varios años la modelación matemática ha sido un instrumento imprescindible en la investigación de los procesos, y llega en la actualidad a tratar complejos procesos físicos, químicos y biológicos. En este capítulo se presentan resultados acerca de la solución del modelo matemático utilizado por **Góngora (2004)**. Se expone el algoritmo, obtenido por **(Columbié 2001)** a partir de la aplicación del método de la rejilla, para la solución de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que conforman el modelo matemático.

3.2 Solución de las ecuaciones diferenciales por el método de la rejilla

Para la solución de estas se aplica el método de las diferencias o de rejillas. Considérese una rejilla sobre el conjunto de valores que puede tomar la variable espacial $0 \leq x \leq L$ y la temporal $0 \leq \tau \leq T$, donde L es la longitud del horno y T es el tiempo final de muestreo. Sean h y τ los pasos correspondientes a la variable espacial y a la temporal, respectivamente; entonces las funciones de rejilla estarán definidas como (x_i, t_j) , donde $x_i = i \cdot h$; $\tau_j = j \cdot \tau$; $0 \leq i \leq m$; $0 \leq j \leq N$.

El enlace entre h y m , y así mismo entre t y N , es obvio:

$$h = \frac{l}{m} \qquad \tau = \frac{T}{N}$$

Se asume la notación siguiente:

$\theta^{(i,j)} = \theta(x_i, \tau_j)$; $0 \leq i \leq m$; $0 \leq j \leq N$. La matriz definida por los elementos $\theta^{(i,j)}$ es el análogo discreto de la función $\theta(x, \tau)$.

$$\begin{matrix} \theta^{0,0} & \theta^{0,1} \dots & \theta^{0,n} \\ \theta^{1,0} & \theta^{1,1} \dots & \theta^{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta^{m,0} & \theta^{m,1} \dots & \theta^{m,n} \end{matrix}$$

Cada fila de esta matriz (que se obtiene fijando el índice i) brinda el comportamiento de la temperatura del sólido a través del tiempo en un punto dado del enfriador. Si se fija el índice j entonces se analiza una columna de la matriz y se obtiene el perfil de temperatura del enfriador en un instante dado, o sea, se obtiene el vector (a) que se denomina en la literatura matemática especializada la capa j -ésima de la función de rejilla:

$$(\theta^{0,j}, \theta^{1,j}, \dots, \theta^{m,j}) \quad a$$

De forma análoga, pueden definirse las matrices relacionadas con la distribución de la temperatura del gas y de la pared respectivamente:

$$\begin{matrix} \theta_g^{0,0} & \theta_g^{0,1} \dots & \theta_g^{0,n} & \theta_p^{0,0} & \theta_p^{0,1} \dots & \theta_p^{0,n} \\ \theta_g^{1,0} & \theta_g^{1,1} \dots & \theta_g^{1,n} & \theta_p^{1,0} & \theta_p^{1,1} \dots & \theta_p^{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_g^{m,0} & \theta_g^{m,1} \dots & \theta_g^{m,n} & \theta_p^{m,0} & \theta_p^{m,1} \dots & \theta_p^{m,n} \end{matrix} y$$

El empleo de los métodos de rejillas reduce el problema de la solución de las ecuaciones diferenciales a la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Estas se obtienen al sustituir los operadores diferenciales mediante diferencias. Los sistemas de ecuaciones algebraicas lineales resultantes tienen por lo general matrices esparcidas, es decir, con predominio de elementos nulos, ya que las ecuaciones diferenciales vinculan entre sí los valores de la función buscada en una proximidad infinitamente pequeña del punto dado en término de la rejilla, es por esto que cada ecuación enlaza los valores de la función en sólo algunos nodos contiguos.

Para la solución de las ecuaciones de primer orden se emplea el esquema que se muestra en la figura 3.1, en la cual el punto de cálculo está representado por un círculo.

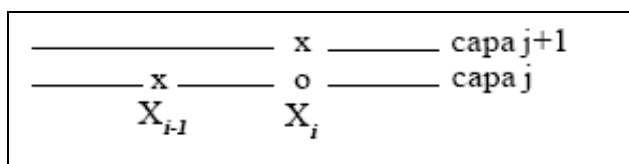


Figura 3.1 esquema tripuntual para ecuaciones de primer orden

De acuerdo con este esquema, los operadores diferenciales tendrán las aproximaciones siguientes: Primeramente se buscará la solución a la ecuación 2.16 que caracteriza la transferencia de calor del sólido a la pared del cilindro.

$$\rho \cdot C \cdot A \cdot \frac{\delta \theta(x, t)}{\delta t} + C \cdot \dot{m} \cdot \left(\frac{\delta \theta(x, t)}{\delta x} \right) = K_1 \theta(x, t) - K_1 \theta_p(x, t) \quad 2.16$$

La solución a las derivadas parciales de la temperatura con respecto a la longitud y al tiempo quedan expresadas en las ecuaciones (3.1) y (3.2).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}(xi, tj) = \frac{\theta^{i,j+1} - \theta^{i,j}}{\tau}; 0 \leq j \leq n-1 \quad 3.1$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x}(xi, tj) = \frac{\theta^{i,j} - \theta^{i-1,j}}{h}; 0 \leq j \leq m \quad 3.2$$

Además se asume que:

Sustituyendo las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) en la ecuación 2.16 se obtiene la ecuación 3.4.

$$f_M^{i,j} = K_1 \theta^{i,j} - K_1 \theta_p^{i,j} \quad 3.3$$

$$\rho \cdot C \cdot A \cdot \left(\frac{\theta^{i,j+1} - \theta^{i,j}}{\tau} \right) + C \cdot \dot{m} \cdot \left(\frac{\theta^{i,j} - \theta^{i-1,j}}{h} \right) = f_M^{i,j} \quad 3.4$$

Luego de desarrollar en 3.4 los productos, agrupar términos semejantes y expresar la ecuación con respecto a $\theta^{i,j+1}$, resulta:

$$\theta^{i,j+1} = \theta^{i,j} + \frac{\tau}{\rho \cdot C \cdot A} \left[f_M^{i,j} - C \cdot \dot{m} \cdot \left(\frac{\theta^{i,j} - \theta^{i-1,j}}{h} \right) \right] \quad 3.5$$

La ecuación recurrente 3.5 es válida para $0 \leq j \leq n-1$; $1 \leq i \leq m$. A partir de ella el valor de θ^{j+1} puede ser obtenido mediante θ^j y θ^{j-1} . Puesto que las condiciones iniciales $\theta(0, \tau)$ y $\theta(x, 0)$ indispensables para la solución unívoca de 1 son conocidas, entonces los valores de la función de malla θ^{ij} para $i = 0$ y $j = 0$ son conocidos y, por tanto, es fácil ver que organizando los cálculos capa a capa se pueden obtener a partir de (3.5) todos

los valores de θ^{ij} si se calculan adecuadamente los valores de f_M^{ij} . Este último depende a través de (3.3) de otros parámetros del sistema.

De forma análoga pueden ser escritas las fórmulas recurrentes que se deducen de aplicar el esquema en diferencias a la ecuación 2.43 la cual caracteriza la transferencia de calor de la pared al agua.

$$\rho_{agua} \cdot C_{agua} A_{agua} \frac{\partial \theta_{agua}(x,t)}{\partial t} + C_{agua} \dot{m}_{agua}(x,t) \frac{\partial \theta_{agua}(x,t)}{\partial x} + K_5 \theta_{agua}(x,t) = K_2 \theta_p(x,t) + K_4 \theta_{aire}(x,t) \quad 2.43$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.1) y (3.2) en la ecuación 2.43 se obtiene la ecuación:

$$\rho_{agua} \cdot C_{agua} A_{agua} \left(\frac{\theta_{agua}^{i,j+1} - \theta_{agua}^{i,j}}{\tau} \right) + C_{agua} \dot{m}_{agua} \left(\frac{\theta_{agua}^{i,j} - \theta_{agua}^{i-1,j}}{h} \right) + K_5 \theta_{agua}^{i,j}(x,t) = K_2 \theta_p^{i,j}(x,t) + K_4 \theta_{aire}^{i,j}(x,t) \quad 3.6$$

Luego asumiendo que:

$$f_{agua}^{i,j} = K_2 \theta_p^{i,j} + K_4 \theta_{aire}^{i,j} \quad 3.7$$

Se obtiene la ecuación:

$$\rho_{agua} C_{agua} A_{agua} \left(\frac{\theta_{agua}^{i,j+1} - \theta_{agua}^{i,j}}{\tau} \right) + C_{agua} \dot{m}_{agua} \left(\frac{\theta_{agua}^{i,j} - \theta_{agua}^{i-1,j}}{h} \right) + K_5 \theta_{agua}^{i,j} = f_{agua}^{i,j} \quad 3.8$$

Finalmente agrupando términos semejantes la ecuación que se obtiene sería:

$$\theta_{agua}^{i,j+1} = \theta_{agua}^{i,j} + \frac{\tau}{\rho_{agua} C_{agua} A_{agua}} \left[f_{agua}^{i,j} - K_5 \theta_{agua}^{i,j} - C_{agua} \dot{m}_{agua} \left(\frac{\theta_{agua}^{i,j} - \theta_{agua}^{i-1,j}}{h} \right) \right] \quad 3.9$$

Para la solución de la ecuación parabólica 2.29 pueden emplearse varios esquemas. Hay que señalar que la elección adecuada del esquema en diferencias es de gran importancia, pues diferencias a primera vista no substanciales pueden conducir a grandes variaciones en sus propiedades.

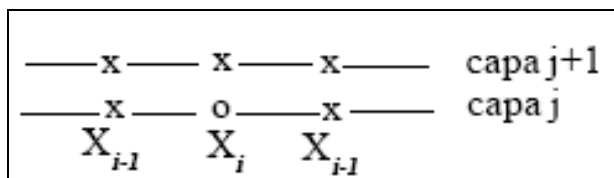


Figura 3.2: Esquema simétrico de seis puntos.

El esquema que se propone es el simétrico de seis puntos, según la figura 3.2. Para este caso se tendrán las siguientes aproximaciones a los operadores diferenciales:

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial t}(xi, tj) = \frac{\theta_p^{i,j+1} - \theta_p^{i,j}}{\tau}; \quad 0 \leq j \leq n-1 \quad 3.10$$

$$\frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2}(xi, tj) = \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_p^{i+1,j+1} - 2\theta_p^{i,j+1} + \theta_p^{i-1,j+1}}{h^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_p^{i+1,j} - 2\theta_p^{i,j} + \theta_p^{i-1,j}}{h^2} \right); \quad 0 \leq j \leq n-1 \quad 3.11$$

Aunque la aproximación de (3.11) a las segundas derivadas resulta algo más complicada que otras posibles, ella garantiza una convergencia y estabilidad superior. Aplicando (3.10) y (3.11) a la ecuación 2.29 se obtiene la ecuación:

$$C_p M_p \frac{\partial \theta_p}{\partial t} + C_p M_p a \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial x^2} + K_3 \theta_p = K_1 \theta + K_2 \theta_{agua} \quad 2.29$$

Luego asumiendo que:

$$f_p^{i,j} = K_1 \theta^{i,j} + K_2 \theta_{agua}^{i,j} \quad 3.12$$

Se obtiene la ecuación:

$$C_p M_p (\theta_p^{i,j+1} - \theta_p^{i,j}) + C_p M_p \left[\frac{a\tau}{2h^2} (\theta_p^{i+1,j+1} - 2\theta_p^{i,j+1} + \theta_p^{i-1,j+1}) + \frac{a\tau}{2h^2} (\theta_p^{i+1,j} - 2\theta_p^{i,j} + \theta_p^{i-1,j}) \right] + K_3 \theta_p^{i,j} = f_p^{i,j} \quad 3.13$$

Separando en la expresión (3.13) los valores que corresponden a las distintas capas y agrupándose, se obtiene la ecuación:

$$-\theta_P^{i,j} + \frac{a\tau}{2h^2} \theta_P^{i+1,j+1} + \left(1 - \frac{a\tau}{h^2}\right) \theta_P^{i,j+1} + \frac{a\tau}{2h^2} \theta_P^{i-1,j+1} = \frac{\tau}{C_p M_p} f_P^{i,j} + (1 - \alpha K_3) \theta_P^{i,j} - \frac{a\tau}{2h^2} (\theta_P^{i+1,j} - 2\theta_P^{i,j} + \theta_P^{i-1,j})$$

3.14

Debe notarse que de la ecuación (3.14) no puede extraerse una expresión explícita para los componentes i, j ; es decir, no puede obtenerse ninguna fórmula recurrente que permita, una vez calculada la capa j , calcular directamente la capa siguiente: Sin embargo, la ecuación se cumple para $1 \leq i \leq m-1$, de modo que si se asume que los valores de la capa j se conocen, la ecuación 3.14 constituye un sistema de $m - 1$ ecuaciones lineales para el cálculo.

Las ecuaciones en diferencias (3.5, 3.9, 3.14) constituyen el sistema de ecuaciones por resolver para obtener el estado del objeto. Estas ecuaciones poseen diferentes características, pues como se apreció, la solución del sistema se reduce al cálculo mediante fórmulas recurrentes, mientras que para la (3.14) en cada capa se debe resolver un sistema tridiagonal de $m + 1$ ecuaciones con $m + 1$ incógnitas. Sin embargo, ninguna de estas ecuaciones puede ser resuelta por separado, los términos independientes garantizan la interconexión entre ellos y cualitativamente expresan las influencias mutuas, que, desde el punto de vista físico, ocurren en el proceso. Como puede apreciarse, estas interconexiones se definen por las funciones f_M, f_P, f_{agua} . Los valores sobre la malla de estas funciones forman una matriz de “interferencias” que lleva implícita la realidad física de intercambio que ocurre en el enfriador.

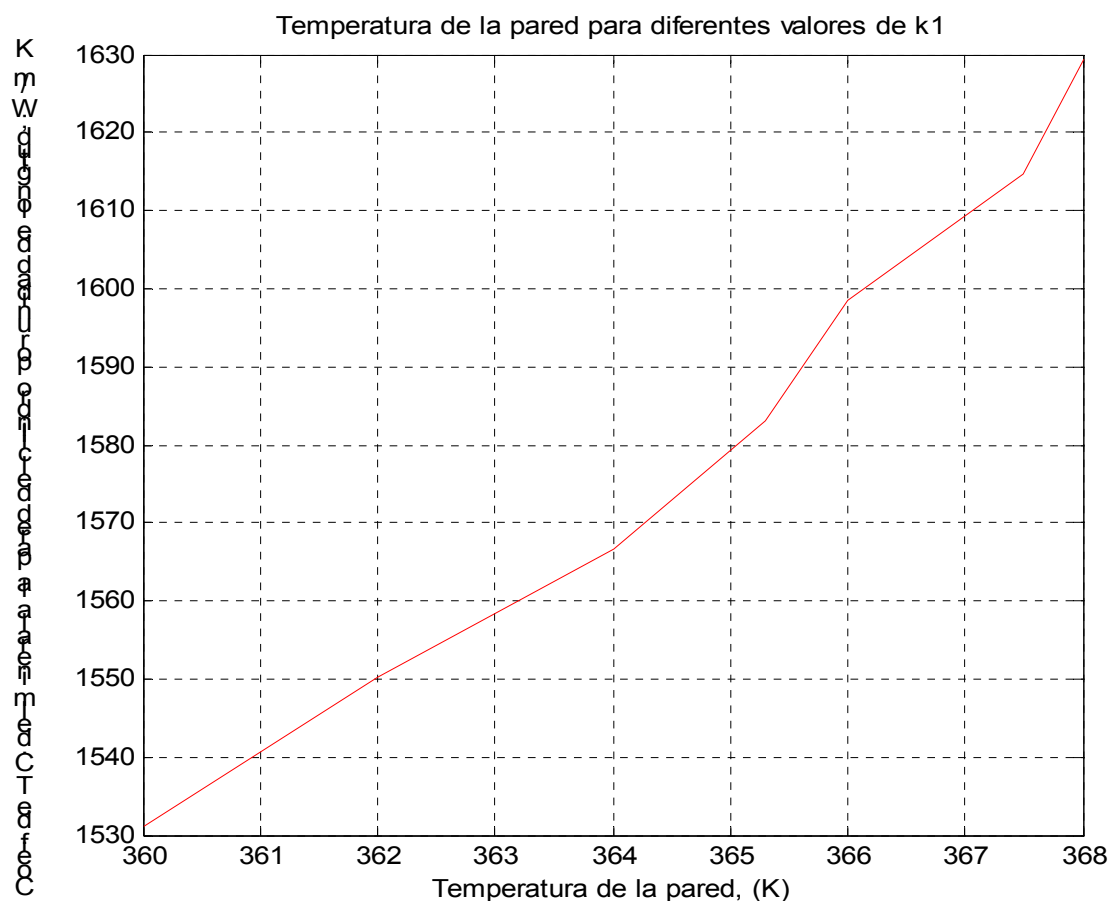
3.3 Programación de los cálculos

Para la confección de un programa que permita la realización de los cálculos con la mayor brevedad posible se utilizó el software profesional Matlab 7.1 por las disímiles ventajas que el mismo ofrece, además de la basta experiencia que poseen los profesores de la facultad en el trabajo con el mismo.

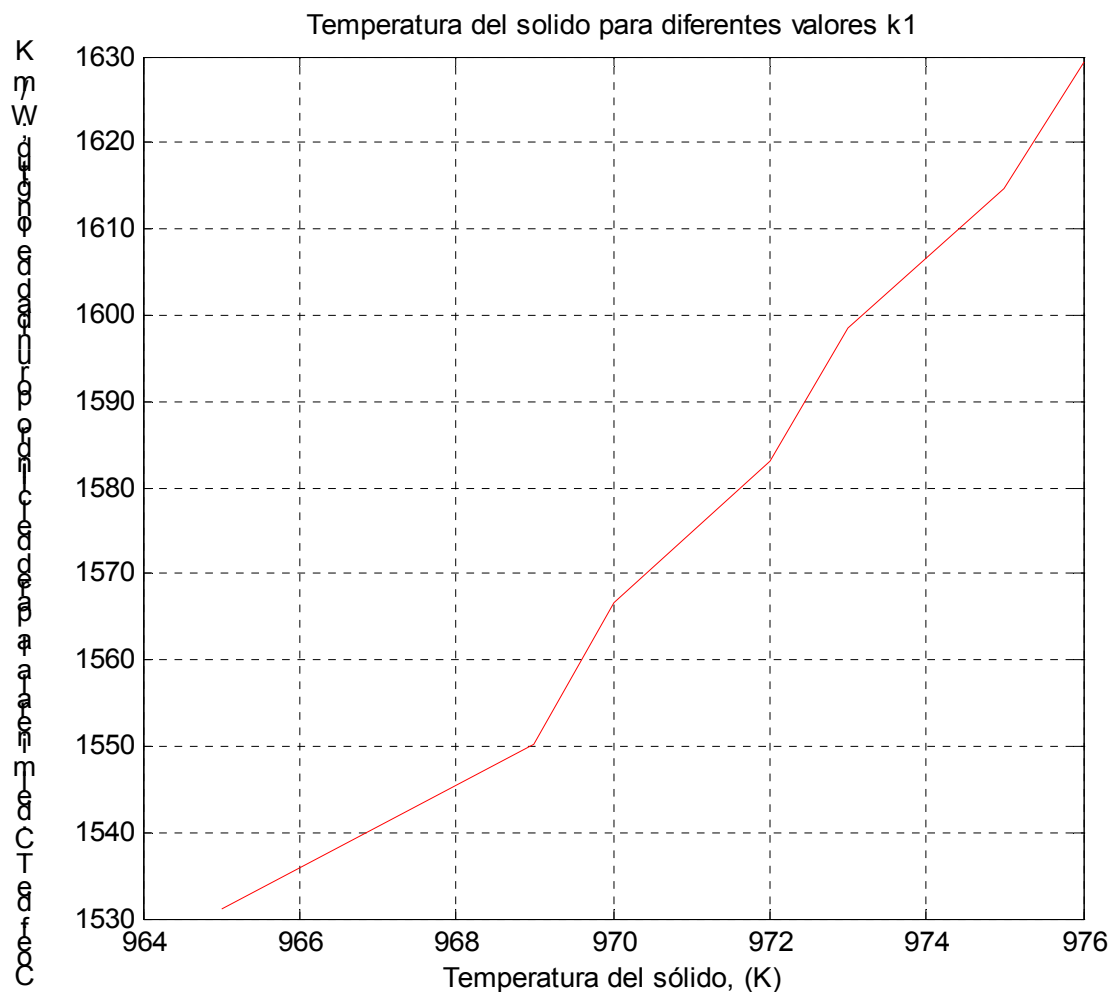
Para llevar a cavo la programación con el mismo se introdujeron todas las ecuaciones que permiten determinar los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud que aparecen en el capítulo II. **Ver anexo # 3.**

3.4 Análisis del diagnóstico térmico

Figura 3.3 Temperatura de la pared para diferentes valores de K1



En la figura anterior se observa que con el aumento de la temperatura de la pared del cilindro también aumenta el coeficiente ($K1$). Debido a que la temperatura de la pared nunca alcanzará valores superiores a la del mineral en el interior del cilindro por lo tanto al disminuir la variación de temperatura aumenta el $K1$ es decir se ofrece menos resistencia térmica a la transferencia de calor.

Figura 3.4 Temperatura del sólido para diferentes valores de K1

Esta figura representa la comparación de la temperatura del mineral respecto al coeficiente (K_1), donde se puede apreciar el aumento de ambos simultáneamente.

3.5 Valoración técnico - económica

Toda investigación científica debe tener implícita una valoración económica, que demuestre si es factible la aplicación de los resultados obtenidos.

En este trabajo, no se ha obtenido un resultado como tal puesto que la misma no finaliza aquí, La misma es solo el inicio de una de las formas de un trabajo más amplio y multidisciplinario.

Por todo lo antes expuesto se considera que el mismo tiene un aporte económico ya que un software tiene un alto costo a nivel internacional, de aquí la importancia económica de este trabajo.

3.6 Conclusiones

El algoritmo general de la solución del modelo puede formarse como sigue:

1. La capa $j=0$ se determina para las condiciones iniciales.
2. Una vez conocida la capa $j=k$, entonces con los valores de esa capa se calcula la matriz de interferencia, es decir, los valores de f_M , f_{agua} , f_P , a partir de las fórmulas 3.3, 3.7 y 3.12. Una vez obtenida la matriz de interferencia, los valores de θ , θ_{agua} , en la capa $k+1$ se calculan a partir de la fórmula recurrente 3.5, 3.9, los valores de θ_P en la capa $k+1$ se obtienen resolviendo el sistema lineal tridiagonal conformado por la ecuación 3.14 definidas para $1 \leq i \leq m-1$.

CONCLUSIONES GENERALES

1. La bibliografía consultada aborda criterios aislados sobre la temática tratada, solo Góngora (2004) ha realizado un modelo matemático que se acerca al proceso real del enfriamiento de mineral.
2. En el capítulo II queda establecido el procedimiento del cálculo para la evaluación del proceso de enfriamiento de mineral en cilindros horizontales rotatorios.
3. Se confeccionó un programa en el Matlab 7.1 que permite determinar en el menor tiempo posible los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud.
4. Para programar la solución de las ecuaciones diferenciales es necesario primeramente, resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que conforman el modelo.



RECOMENDACIONES

1. Continuar con el estudio de la temática en cuestión contribuyendo al perfeccionamiento de la metodología propuesta
2. Darle seguimiento a la programación agregando a este el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
3. Convertir el trabajo en material de estudio para los estudiantes de ingeniería mecánica en la asignatura de Transferencia de Calor.
4. Agregar en el plan de estudio un curso en el cual se pongan de manifiestos los conocimientos básicos sobre la programación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Caraballo, T. Ecuaciones en Derivadas Parciales con perturbaciones estocásticas. Artículo. Universidad de Sevilla. (1989).
2. Chang, A. Una Visión Sobre las Reservas Estratégicas de Eficiencia Metalúrgica en la Tecnología Carbonato – Amoniacal. Minería y Geología.16 (1): 13 – 19, 1999.
3. Columbié, A. Modelación matemática del proceso de calcinación del carbonato básico de níquel en el horno tubular rotatorio. Tesis doctoral. ISMMANJ, Moa.2001.
4. Conductividad térmica http://es.wikipedia.org/wiki/Conductividad_térmica
5. Correa, N. Balance energético en el enfriador de mineral en la planta de Hornos de reducción de la Empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Ramón, Gonzáles Marrero. Trabajo de Diploma. Moa: ISMM, 2000.43p.
6. a) Díaz, A. Balances de energía calorífica en coordenadas rectangulares aplicando ecuaciones discretas obtenidas en un volumen de control. Artículo. Universidad de oriente Santiago de Cuba. (2004).
6. b) Díaz, A. Estudio de la solución de ecuaciones diferenciales parciales para la aplicación de condiciones limites de transferencia de calor en coordenadas cilíndricas. Artículo. Universidad de oriente Santiago de Cuba. (2004).
6. c) Díaz, A. Estudio comparativo de la solución de ecuaciones diferenciales parciales en coordenadas cilíndricas aplicadas a la transferencia de calor utilizando balances de calor no estacionarios y pseudoestacionarios. Artículo. Universidad de oriente Santiago de Cuba. (2004).
6. d) Díaz, A. Estudio de la aproximación en la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales utilizando el esquema de discretización totalmente implícito aplicado a la transferencia de calor por convección. Artículo. Universidad de oriente Santiago de Cuba. (2004).
7. Faires, V. Termodinámica. La Habana: Edición Revolucionaria, 1991.
8. Fernández, P. Ingeniería térmica y de fluidos, 2000.
9. Góngora E. Modelación físico matemática del proceso de enfriamiento de mineral en cilindros rotatorios de la planta hornos de reducción de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara. Tesis de Maestría. ISMMANJ. Moa. 2004.

10. García, M. Morales, Y. Rabell, D. Valle, M.. Evaluación de los enfriadores de mineral de la Empresa CMDTE "Ernesto Che Guevara" de moa, 2000.
11. Guzmán D. Modelación, simulación y control del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso de lixiviación carbonato amoniacal. Tesis doctoral. ISMMANJ. Moa, Cuba. 2001.
12. Incropera, F. Fundamentals of heat and mass transfer. Tercera edición. La Habana: Editorial pueblo y Educación, 2003 Tomo I, II, III.
13. Manual de operaciones de la planta hornos de reducción de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara, 1985.
14. Mesarovich, M. Fundamentación de la Teoría General de los Sistemas. Editorial MIR. URSS, pp. 422 – 436, 1996.
15. Ostachuk, A. Paolo, L. Orlando, U. Una manera simple de determinar la conductividad térmica de los materiales. Universidad Nacional de General San Martín – Julio 2000.
16. Retirado, Y. Modelación matemática del proceso de enfriamiento de mineral laterítico en la empresa Comandante Ernesto Che Guevara. Tesis de grado ISMMANJ. Moa, 2004.
17. Rohsenow, W. M., M "A method of correlating heat transfer data for surface boiling liquids". Trans. ASME, 74, 969, 1952.
18. Tecnología química Vol. XX, No. 1, 2000.

ANEXOS

Anexo # 1 Vista frontal del enfriador.



Anexo # 2 Propiedades del agua a diferentes temperaturas.

Temperatura	Densidad	Calor específico	Viscosidad	Tensión superficial
t	ρ agua	Cp	∞	σ agua
(°C)	(kg/m ³)	(kJ/kg.K)	(Pa.s)	(N/m)
0	999,8	4,2176	1,79E-03	0,07564
5	1000	4,2076	1,55E-03	0,074935
10	999,7	4,1976	1,31E-03	0,07423
15	999,1	4,1897	1,15E-03	0,07349
20	998,2	4,1818	1,00E-03	0,07275
25	997	4,1801	9,00E-04	0,071975
30	995,6	4,1784	7,98E-04	0,0712
35	994,1	4,17845	7,25E-04	0,0704
40	992,2	4,1785	6,53E-04	0,0696
45	990,2	4,17955	6,00E-04	0,06877
50	988,1	4,1806	5,47E-04	0,06794
55	985,7	4,18245	5,07E-04	0,06709
60	983,2	4,1843	4,67E-04	0,06624
65	980,6	4,1869	4,35E-04	0,065355
70	977,8	4,1895	4,04E-04	0,06447
75	974,9	4,1929	3,79E-04	0,06357
80	971,8	4,1963	3,54E-04	0,06267
85		4,20065	3,34E-04	0,061735
90	965,3	4,205	3,15E-04	0,0608
95		4,21045	2,98E-04	0,059855
100	958,4	4,2159	2,82E-04	0,05891

Fuente: <http://www.ucm.es/info/Geofis/practicas/propiedades%20agua.pdf>.

Anexo # 3 Programación de los cálculos

```
clear,clc
Mm=10.65; %Flujo másico del mineral (kg/s);
dM=3300; %Densidad del mineral (kg/m^3);
n1=0.125; %Número de revoluciones del cilindro
T=[976 975 973 972 970 969 965]; %Temperatura del mineral(K);
Tp=[368 367.5 366 365.3 364 362 360]; %Temperatura de la pared(K);
Ts=518.71; %Temperatura a la que sale el mineral (K);
Tfagua=353; %Temperatura del agua en la piscina (K);
Tsat=373.15; %Temperatura de saturación del agua (K);
Taire=305.15; %Temperatura de saturación del aire(K);
Lanmate=58; %Conductividad térmica del material (W/m*K);
R1=1.52; %Radio interior del cilindro (m);
R2=1.54; %Radio exterior del cilindro (m);
L=32.54; %Longitud del enfriador (m);
Lp=31;% Longitud de la piscina (m);
Di=2*R1; %Diámetro interior del enfriador (m);
De=2*R2; %Diámetro exterior del enfriador (m);
Sigma=5.67*10^-8; %Constante de Stefan-Bolztman (W/m^2*K^4);
Es=0.90; %Emisividad del sólido;
Langases=0.247 %Conductividad térmica de los gases (W/m*K)
On=1;
A=2*3.14*R2^2
VM=5.78*Di*On*n1 %Velocidad lineal del mineral dentro del cilindro
(m/s);
Betta=acosd((3*Mm/(2*R1^2*dM*VM))^(1/3))
Al=2*R1*sind(Betta)
%=====
%El calor del sólido a la pared se transmite por conducción, convección
y radiación, de la pared del sólido a la pared cubierta y del sólido a
la pared descubierta.
%=====
K=1.13; %Coeficiente de no uniformidad de la temperatura del mineral;
Cpm=[970 970 970 970 970 970 970]; %Calor específico del
mineral(J/kg*K);
```

```
F=800; %Masa (a granel) del mineral (kg/m^3);
Lanmine= [0.34 0.33 0.32 0.31 0.30 0.29 0.28]; %Conductividad térmica
del mineral (W/m*K);
hg=4.36*Langases/Di %Coeficiente de transferencia de calor por
convección del sólido al gas; (W/m^2 K);
Ep=0.90; %Emisividad de la pared;
Alfapcs=K*sqrt(Cpm.*Lanmine*F*n1)+[Sigma*((Es*Ep)/1/Es+1/Ep-1)*((T.^4-
Tp.^4)/(T-Tp))] %Coeficiente de transferencia de calor por conducción y
radiación del mineral a la pared cubierta (W/m^2*K);
Alfapds=hg+Sigma*Es*Ep*((T.^4-Tp.^4)/(T-Tp)) %Coeficiente de
transferencia de calor por convección y radiación del mineral a la
pared descubierta (W/m^2 K);
Apcs=(2*3.14*Di*Betta)/360 % Área de la pared cubierta por el sólido;
(m^2);
Apds=3.14*Di*[1-((2*Betta)/360)] % Área de la pared descubierta por el
sólido; (m^2);
Kl=Alfapcs*Apcs+Alfapds*Apds %Coeficiente de transferencia de calor del
mineral a la pared del cilindro por unidad de longitud (W/m K);
%=====
%Balance térmico para la pared.
%Determinación del coeficiente de transferencia de calor total de la
pared dentro del agua.
vespec=1.005*10^-3; %Volumen específico del agua (m^3/kg);
dagua=1/vespec
Miu=769*10^-6; %Coeficiente dinámico de viscosidad (N*s/m^2);
Vagua=(3.14*n1/30)*R2 %Velocidad del fluido (m/s);
Rel=dagua*Vagua*De/Miu %Número de Reynolds;
kf=0.668; %Conductividad térmica del fluido (W/m*K);
C=0.027; %Constantes para flujo por el exterior de cilindros;
M=0.805; %Constantes para flujo por el exterior de cilindros;
Alfacagua=[kf*(C*Rel^(M)*2.45^(1/3))]/De %Coeficiente de transferencia
de calor por convección (W/m^2*K);
Hagua=1;
TTpca=(2*acosd(1-Hagua/R2))/180 % Área del enfriador que está sumergido
en el agua;
```

```
%=====
%Determinación del coeficiente de transferencia de calor total de la
pared fuera del agua.
%=====
Miuf=279*10^-6; %Coeficiente dinámico de viscosidad (N*s/m^2);
hfg=2257*10^3; %Calor latente de vaporización a 100 grados Celsius
(J/kg);
g=9.807; %Aceleración de la gravedad (m/s^2);
vliq=1.044*10^-3; %Volumen específico del líquido a 373.15K (m^3/kg);
dliq=1/vliq %Densidad del líquido (kg/m^3);
vv=1.679; %Volumen específico del vapor (m^3/kg);
dv=1/vv %Densidad del vapor (kg/m^3);
Sigmas=58.9*10^-3; %Tensión superficial (N/m);
Cp1=4.217*10^3; %Calor específico del líquido (J/kg*K);
Csf=0.0130; %Constante que depende de la combinación de superficie
líquido;
n=1;
TTpda=(360-2*acosd(1-(Hagua/R2)))/180 % Área de la superficie no
sumergida en el agua;
K2=1/log(De/Di)/(2*3.14*Lanmate)+(1/A*3.14*Alfacagua*De) % Coeficiente
de transferencia de calor a través de la pared del horno por unidad de
longitud al agua de la piscina (W/m*K);
K3=K1+K2
Vaire=2.2; %Velocidad del aire (m/s);
vaire=15.89*10^-6; %Aceleración del aire (m/s^2);
Reaire=Vaire*De/vaire
DAB=0.26*10^(-4); % Coeficiente de difusión de masa(m^2/s);
Sc=vaire/DAB %Número de Schmidt;
Sh=0.0296*Reaire^(4/5)*Sc^(1/3)%número de Sherwood;
hm=(Sh*DAB)/Lp %Coeficiente de transferencia de masa (m/s);
vva=27.90; %Volumen específico del vapor de agua a 32 grados celcius
(m^3/kg);
dva=1/vva %Densidad del vapor (kg/m^3)
vvas=4.683; %Volumen específico del vapor de agua saturado a 70 grados
celcius (m^3/kg);
```

```
dvas=0.214; %Densidad del vapor (kg/m^3);
hfgv=2329*10^3; %Calor latente de vaporización a 72 grados celcius
(J/kg);
Aagua=Lp*De %Área ocupada por el agua (m^2)
Alfaagua=hfgv*hm*(dvas-dva)/(Tfagua-Taire) %Coeficiente de
transferencia de calor por convección del agua al medio (W/m^2*K)
K4=Alfaagua*Aagua %Coeficiente superficial de transferencia de calor
del agua al medio por unidad de longitud; (W/m K)
K5=K2+K4
Na=hm*(dvas-dva) %Flujo de agua que se evapora (kg/s);
qevap=Alfaagua*(Tfagua-Taire) %Cantidad de calor que entrega el agua al
medio (W);
figure(1);
plot(Tp,Kl,'r-');
grid;
xlabel('Temperatura de la pared, (K)');
ylabel('Coef. de T.C.del mineral a la pared del cilindro por unidad de
longitud; W/m K');
title('Temperatura de la pared para diferentes valores de kl');
figure(2);
plot(T,Kl,'r-');
grid;
xlabel('Temperatura del sólido, (K)');
ylabel('Coef. de T.C.del mineral a la pared del cilindro por unidad de
longitud; W/m K');
title('Temperatura del solido para diferentes Tp y kl=1');
```