



REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO DE MOA
“Dr. ANTONIO NUÑEZ JIMENEZ”

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO DE MASTER EN ELECTROMECÁNICA

PRECISIONES EN LA DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FORMA DE LAS ARENAS QUE SE ACARREAN MEDIANTE TRANSPORTADORES DE BANDA EN LA PICADORA MERECURE.

Autor: Claudio José Ricaurte Machado
Instituto Universitario de Tecnología
“Dr. Federico Rivero Palácio”
Caracas-Venezuela

Tutores: Dr. Aristides Legra Lobaina
Dr. Alberto Turro Breff
Instituto Superior Minero Metalúrgico
“Dr. Antonio Núñez Jiménez”
Moa-Cuba

Caracas 2009

RESUMEN

Se caracteriza teóricamente el tipo de geometría de la sección de la carga de arenas industriales en función de los ángulos de reposo máximo y tangencial, correspondientes a dicha sección. El factor de forma se calcula a través de expresiones obtenidas en función de dichos ángulos y el área de la sección se obtiene en función de la relación existente entre el ancho de la base de dicha sección y el correspondiente factor de forma. Teniendo en cuenta la Granulometría Promedio y la Humedad que caracterizan a las arenas industriales se establece una tipología de estas arenas (30 tipos). Para cada tipo de arena se determinaron experimentalmente los valores de los ángulos de reposo máximo y tangencial y en función de estos se estableció la geometría correspondiente y se calculó su factor de forma para indicar en qué medida se mejoró la precisión del cálculo del factor de forma K_f cuando se utiliza la expresión correcta, calculándose el error relativo porcentual. Como conclusiones principales del trabajo se tienen que la sección transversal de las arenas se comportó de forma parabólica, mientras que la de las piedras se comportó de forma hiperbólica. Se obtuvo un modelo que expresa el factor de forma de la sección para cada una de las geometrías en función de los ángulos de reposo máximo y tangencial de la sección.

Abstract

The kind of geometry of cross section belonging to industrial sand as a function of rest and tangential angles is characterized. The shape factor is computed using mathematical expressions obtained as a function of such angles and the cross section is calculated as a function of the width of the base and its corresponding shape factor, k_f . 30 different types of sand were characterized considering the average particles size and humidity. The experimental values of maximum rest and tangential angles were determined for each type of sand and with its values; the corresponding geometry and shape factor were determined in order to analyze how much the accurate of k_f , determining the relative error. As main conclusions, the cross section of different sands adopted the parabolic shape, while for stones the hyperbolic shape was predominant. A mathematical model that express the shape factor k_f for each type of geometry as function of rest and tangential angles was established.

INDICE		Pág.
Resumen		II
Índice		IV
Nomenclatura		VI
Introducción		1
CAPITULO 1: ESTADO ACTUAL DEL TEMA		6
1.1	Introducción.	6
1.2	Caracterización de los transportadores de banda.	6
1.3	Caracterización de los materiales a transportar.	12
1.4	Uso de los transportadores de banda en las industrias areneras. Caso Venezuela.	16
1.5	Principios generales para el diseño de transportadores de banda.	17
1.6	Análisis crítico de los métodos de cálculo del área de la sección transversal del material que se deposita sobre una banda plana de un transportador.	33
1.7	Conclusiones del capítulo	35
CAPITULO 2: DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FORMA DE LA CARGA EN UN TRANSPORTADOR DE BANDA PLANO.		36
2.1	Introducción	36
2.2	Caracterización de la geometría triangular y fórmula de cálculo del área correspondiente	36
2.3	Caracterización de la geometría parabólica y fórmula de cálculo del área correspondiente	38
2.4	Caracterización de la geometría parabólica cuadrática y fórmula de cálculo del área correspondiente.	41
2.5	Caracterización de la geometría semi-elíptica y fórmula de cálculo del área correspondiente.	43
2.6	Caracterización de la geometría hiperbólica y fórmula de cálculo del área correspondiente	46
2.7	Sistematización del cálculo del área de la sección de la carga en un transportador.	49
2.8	Conclusiones del capítulo	57
CAPITULO 3: CARACTERIZACIÓN DEL FACTOR DE FORMA PARA LAS ARENAS INDUSTRIALES.		58
3.1	Introducción.	58

3.2	Caracterización de las propiedades a evaluar en las arenas industriales venezolanas.	58
3.3	Diseño de experimentos.	59
3.4	Técnicas e instrumentación experimental.	64
3.5	Análisis de los resultados.	65
3.6	Conclusiones del capítulo	76
	Conclusiones generales.	78
	Recomendaciones	79
	Bibliografía.	80
	Anexos.	83

LISTADO DE TERMINOS

VARIABLE	DENOMINACIÓN	UNIDAD
m, M	Masa	Kg
k_h	Grado de homogeneidad	Adimensional
$a_{\min}$	Dimensión mínima de las partículas de una muestra	mm
$a_{\max}$	Dimensión máxima de las partículas de una muestra	mm
a'	Parámetro característico de una muestra	mm
G	Peso de la carga	kN
V_{ol}	Volumen	m^3
γ	Peso específico	kN/m^3
$k\gamma$	Relación de pesos específicos	Adimensional
C_a	Contenido de agua	Adimensional
ϕ	Ángulo de talud estático	Grado
ϕ_d	Ángulo de talud dinámico	Grado
Q	Productividad	$kN/h, m^3/h$
t	Tiempo	s
K_t	Factor de utilización	Adimensional
q	Peso por unidad de longitud	kN/m
v	Velocidad de transportación	m/s
A	Área	m^2
Ψ	Factor de llenado	Adimensional
C_0	Capacidad	m^3
p_a	Paso o separación entre contenedores	m
P_{ot}	Potencia	kW
h, H	Altura	m
η	Rendimiento	Adimensional
μ	Factor de resistencia al movimiento	Adimensional
d	Distancia	m
F	Resistencia al movimiento, fuerza	kN
θ	Ángulo de inclinación del transportador	Grado
K_f	Factor de forma	adimensional
G_g	Peso por unidad de longitud del órgano de tracción.	kN/m
G_r	Peso de las partes giratorias de los rodillos por unidad de longitud.	kN/m

VARIABLE	DENOMINACIÓN	UNIDAD
G_o	Peso de los contenedores de carga.	kN
L	Longitud	m
μ^*	Factor de resistencia al movimiento relacionado con el peso bruto de la carga	Adimensional
T_S	Tensión del órgano portador de la carga a la salida del tramo	kN
T_E	Tensión del órgano portador de la carga a la entrada del tramo	kN
μ'	Coeficiente de resistencia entre las ruedas deslizables y el órgano portador	Adimensional
μ''	Coeficiente de resistencia entre la barra guía y el órgano portador	Adimensional
R	Radio de curvatura del tramo curvo	m
K_θ	Factor de ángulo de inclinación	Adimensional
K_{IR}	Factor de irregularidad	Adimensional
K_V	Factor de velocidad de transportación	Adimensional
$K\phi$	Factor de ángulo de talud	Adimensional
b_0	Ancho de la sección de carga	m
B	Ancho de banda	m
ϕ_t	Ángulo de reposo tangencial	Grado, radian
ϕ_m	Ángulo de reposo máximo	Grado, radian
e	Error porcentual	Adimensional

INTRODUCCIÓN

El transporte de materiales a granel, se realiza en forma de vena continua, generalmente mediante el uso de transportadores de banda; los cuales por sus características particulares de diseño, construcción, operación, funcionamiento y mantenimiento resultan los sistemas más seguros, confiables y de más alto rendimiento.

En la República Bolivariana de Venezuela se ha generado en los últimos años un crecimiento importante en la demanda de arenas. (VenEconomía, 2006), tanto para la industria de la construcción, como para otros procesos industriales y tecnológicos. Esto ha provocado, entre otras cosas, la necesidad de diseñar, instalar, operar y mantener plantas procesadoras de material primario para la obtención de este necesario y valioso producto.

Para el acarreo seguro y confiable de grandes volúmenes de material a granel antes y después de las diversas etapas de procesamiento a la que debe ser sometido hasta la obtención de algunos tipos de arenas industriales, son de uso común los sistemas de acarreo mediante transportadores de banda. Dada la especial importancia que tienen estos sistemas en el proceso de explotación de algunas fuentes de arenas industriales y en muchas otras aplicaciones, se hace necesario generar y desarrollar conocimiento en torno a procedimientos eficientes de diseño, instalación, operación, funcionamiento, mantenimiento y evaluación general de dichos sistemas, con el fin de propiciar mejoras, que impacten, tanto su desempeño operacional, como energético.

La productividad de un sistema de acarreo por transportador de banda es uno de los parámetros principales relacionado con su diseño. Esta se calcula como (Oriol, 1995):

$$Q_T = 3600 A \gamma v$$

Donde Q_T corresponde a la productividad teórica ponderal horaria expresada en kN/h, A es el área de la sección de la carga expresada en m^2 , γ es el peso específico del material expresado kN/m^3 y v es la velocidad de transportación expresada en m/s. Se evidencia entonces la ineludible necesidad de calcular con precisión el valor de A .

La fórmula clásica de cálculo que se utiliza para calcular el área de dicha sección es (Funke, 1999):

$$A = K_f b_0^2$$

Donde b_0 es el ancho de la sección de la carga y K_f es el llamado coeficiente de forma cuyo valor para cada material puede encontrarse actualmente en tablas que tienen en cuenta el ángulo de reposo de cada material (Funke, 1999).

En el diseño de transportadores es de fundamental importancia determinar el ancho de la banda del transportador que se calcula como (Aguilar, 2002):

$$B = 1,1 \left(\sqrt{\frac{Q}{\gamma v K_f}} + 0,05 \right)$$

Donde Q es la productividad y v es la velocidad, propuestas por los diseñadores. Nótese que el peso específico γ y el coeficiente de forma K_f son las variables que en esta fórmula depende del material a transportar.

El coeficiente de forma K_f puede ajustarse experimentalmente si se conoce el ángulo de reposo de cada material a transportar. Este es el origen de las tablas que se muestran en (Aguilar, 2002).

En la actualidad para medir el ángulo de reposo, la sección de la carga es considerada siempre con forma geométrica triangular para el caso de transportadores de banda plana, lo cual constituye una insuficiencia porque esa forma geométrica de la sección puede ser triangular, elíptica, parabólica ó hiperbólica.

Esta insuficiencia puede precisarse en el hecho de que la forma geométrica (triangular, elíptica, parabólica, hiperbólica) de la sección transversal y la fórmula de cálculo correspondiente al coeficiente de forma no pueden establecerse solo a partir de b_0 y del ángulo de reposo tal como en la actualidad se mide.

Puede afirmarse entonces que los métodos actuales para calcular el factor de forma no siempre son **pertinentes** ya que, para ajustar el valor de K_f para secciones de carga de tipo

elíptica, parabólica ó hiperbólica, se usa el ángulo de reposo medido para el caso triangular. Esto provoca también falta de **precisión** en la determinación del valor de K_f ya que se ajustan fórmulas de cálculo que dependen de ese ángulo de reposo.

En particular este problema también está presente en la determinación del factor de forma para las arenas industriales y todo esto conduce a plantearse el siguiente **problema científico**:

“Los métodos conocidos hasta ahora para determinar el factor de forma de las arenas industriales que se acarrearán mediante transportadores de banda, presentan insuficiencias respecto a su pertinencia y precisión”.

Lo cual implica que el **tema de investigación** es: *“Diseño de transportadores de banda para arenas industriales”.*

Se tiene como **objeto de investigación** a los: *“Factor de forma de arenas industriales”.*

Luego se plantea como **objetivo general**: *“Establecer métodos pertinentes y precisos para calcular el factor de forma de los materiales, tales como las arenas industriales, que se acarrearán mediante transportadores de banda”;*

Y se establece como **campo de acción**: *“Método para determinar el factor de forma de las arenas industriales que se acarrearán mediante transportadores de banda”;*

La **hipótesis científica** que se asume en este trabajo es que: *“A partir de las caracterizaciones de los ángulos de reposo φ_m (ángulo máximo) y φ_t (ángulo tangencial) de los materiales a ser transportados por bandas planas, puede ser determinada de manera pertinente y precisa el valor del factor de forma del material”.*

Se espera la obtención de los siguientes **aportes**:

1. *Un método para determinar el factor de forma de cualquier material a transportar mediante una banda plana, si se conocen los ángulos de reposo φ_m (ángulo máximo) y φ_t (ángulo tangencial).*
2. *Los valores del factor de forma K_f para diferentes tipos de arenas industriales.*

Para el desarrollo de la investigación se tuvieron en cuenta las siguientes: **tareas.**

- A-** *Recopilar y sistematizar información sobre transportadores de banda.*
- B-** *Recopilar y sistematizar información sobre las características de la transportación de arenas industriales.*
- C-** *Determinar las relaciones que existen entre la forma geométrica de la sección transversal de la carga y los ángulos φ_m y φ_t .*
- D-** *Establecer el modelo matemático para determinar el factor de forma para cada una de los tipos de geometría de las secciones de la carga.*
- E-** *Determinar las fórmulas que permiten determinar el factor de forma para cada geometría de la sección transversal de la carga que se transporte por banda plana.*
- F-** *Desarrollar experimentos para determinar los valores de los ángulos φ_m y φ_t para cada tipo de arena industrial.*
- G-** *Caracterizar experimentalmente distintos tipos de arenas industriales y sus respectivos ángulos φ_m y φ_t .*
- H-** *Para cada tipo de arenas industriales, clasificar su sección de carga según el tipo de geometría (triangular, elíptica, parabólica, hiperbólica) y determinar su correspondiente valor del factor de forma.*

El contenido de este trabajo se presenta dividido en tres capítulos:

En el **Capítulo 1**, se aborda la caracterización de los transportadores de banda y de los materiales objeto de transportación, haciendo énfasis en el comportamiento de las arenas industriales. Se revisan los principios generales establecidos para el diseño de transportadores de banda, con especial interés en el cálculo del área de la sección transversal de la carga cuando esta es depositada sobre una banda plana.

En el **Capítulo 2**, se establece la formulación del cálculo del área de la sección transversal de la carga en un transportador de banda plana. Se caracteriza la sección transversal de la carga en función de la relación entre los ángulos φ_m y φ_t , se establece el factor de forma de una manera explícita a través de la ecuación de cálculo correspondiente, para cada uno de los casos de estudio. Se incorpora un diagrama de flujo que permite sistematizar la caracterización y el cálculo del área de la sección de la carga para cada caso. Al final se presenta una tabla que permite determinar el valor de K_f si se conocen los ángulos φ_m y φ_t .

En el **Capítulo 3**, se hace mención a la planificación de la técnica experimental empleada, se explican las técnicas y los procedimientos a través de los cuales se determinaron los valores de las propiedades que definen en el proceso tecnológico el tipo de arena (Humedad y la Granulometría Promedio), así como también se describen los equipos e instrumentos empleados en el desarrollo de la investigación. Se determinan de forma experimental, para muestras de arenas, las siguientes propiedades: la Humedad y la Granulometría Promedio y los ángulos φ_m y φ_t . A partir de estos resultados se establece para cada tipo particular de arena (caracterizada por su granulometría promedio y su humedad) el tipo de geometría de la sección de carga y el valor del factor de forma.

En los anexos incorporados se suministra información de los ensayos desarrollados que se considera de importancia para ampliar el conocimiento relativo a dichos ensayos.

Trabajos presentados por el autor.

1. Sistematización del cálculo de los principales parámetros para el diseño y selección de transportadores de banda. “Departamento de Mecánica, IUT “Dr. Federico Rivero Palacio”, Región Capital, Caracas-Venezuela. 2009

CAPÍTULO 1: ESTADO ACTUAL DEL TEMA.

1.1- Introducción

En el campo industrial, tecnológico y de servicio, el transporte continuo a distancias considerables, en trayectorias previamente definidas y bajo ciertas condiciones, de grandes cantidades de materiales a granel o por unidades, constituye una operación fundamental dentro del proceso productivo o de servicio correspondiente (Revista Tecnología Junio 2003).

En la gama de opciones de equipos y sistemas disponibles para satisfacer las necesidades de transportación continua de grandes volúmenes de material, los transportadores de banda constituyen los equipos o sistemas más utilizados gracias a su versatilidad y gran capacidad.

Para el cálculo o establecimiento de los principales parámetros de diseño y selección de transportadores de banda para el acarreo de material a granel, de sus equipos y componentes auxiliares, es necesario conocer con precisión las características, propiedades y el comportamiento de dicho material, donde destaca la forma geométrica que adopta dicha carga al ser depositada sobre el órgano portador ya que esta, caracteriza al área de la sección de dicha carga y esta su vez influye en forma directa o indirecta en parámetros determinantes como la productividad, la velocidad de transportación, el ancho de la banda, la potencia de accionamiento, la fuerza accionamiento y las tensiones entre otros.(Ricaurte, 2009. Revista Tecnología, N° 1 Junio 2003).

El **objetivo** del presente capítulo es establecer el estado del arte sobre la determinación del coeficiente de forma de los materiales que son transportados por bandas planas.

1.2- Caracterización de los transportadores de banda.

En el campo industrial, tecnológico y de servicio, el transporte, en forma periódica o continua de grandes cantidades de material, en unidades separadas o suelto, constituye una actividad que demanda, el uso de sistemas y equipos de gran capacidad, de alta

confiabilidad y seguros, que satisfagan los requerimientos y exigencias que les imponen los procesos industriales y las operaciones de servicio. El conjunto de máquinas disponibles para el transporte, tanto de materiales a granel como por unidades o paquetes, es considerablemente amplio y existen diversos aspectos de importancia a ser tomados en cuenta, tanto para su diseño, como para su selección. Un criterio amplio de clasificación para estas máquinas permite conformar dos grandes grupos (Alonzo, 2002. Lieberwirth, 1996. Lauhoff, 1987): las de transporte periódico (MTP) y las de transporte continuo (MTC).

Las máquinas de transporte periódico, se caracterizan por la entrega periódica de la carga en porciones separadas, condicionada por la capacidad de las mismas y tienen como condición de diseño, operación y funcionamiento, que el proceso de carga y de descarga, se realiza solo en las paradas de la máquina y se desarrolla a través de un ciclo de trabajo; el cual consiste en las siguientes operaciones: una parada para tomar la carga, el movimiento o traslado de dicha carga, una parada para liberar la carga y finalmente el movimiento, traslado o retorno sin carga, que le permite completar el ciclo de trabajo. (Oriol, 1995).

Son consideradas máquinas de transporte periódico: las grúas de pórticos, las grúas giratorias, los sistemas teleféricos, los elevadores, los montacargas, los camiones de volteo, los camiones roqueros y otros cargadores.

Las máquinas de transporte continuo (MTC), se caracterizan por su versatilidad en el transporte de carga a granel, piezas o bultos, depositados o no en contenedores, a través de una ruta o trayectoria preestablecida, sin que se produzcan paradas para tomar o descargar el material transportado. El movimiento continuo de la carga, la ausencia de paradas para cargar o descargar y la simultaneidad de movimiento del órgano transportador cargado y descargado durante el retorno, hacen de este tipo de máquinas, las más productivas; aspecto relevante para las industrias modernas, en las que son típicos, los desplazamientos continuos de grandes volúmenes de material y carga en general. (Alexandrov, 1976). Otro aspecto de relevancia de este tipo de máquinas es la facilidad y la sencillez del proceso de automatización y control de su ciclo de trabajo, con lo cual se garantiza una explotación industrial, tecnológica y de servicio, segura, confiable y de alto rendimiento.

Debido al amplio campo de aplicación de las máquinas de transporte continuo y a las formas tan variadas que presentan en el orden constructivo, de operación y funcionamiento, resulta imposible establecer una clasificación única para dichas máquinas; sin embargo es posible clasificarlas en función de los elementos y características que constituyen sus rasgos más representativos. Atendiendo a esto, se establece la siguiente estructura de clasificación (Oriol, 1995. Hinojosa, Camacho 2003. Grimmer, Kessler, 1992).

♦ **De acuerdo a la forma constructiva:**

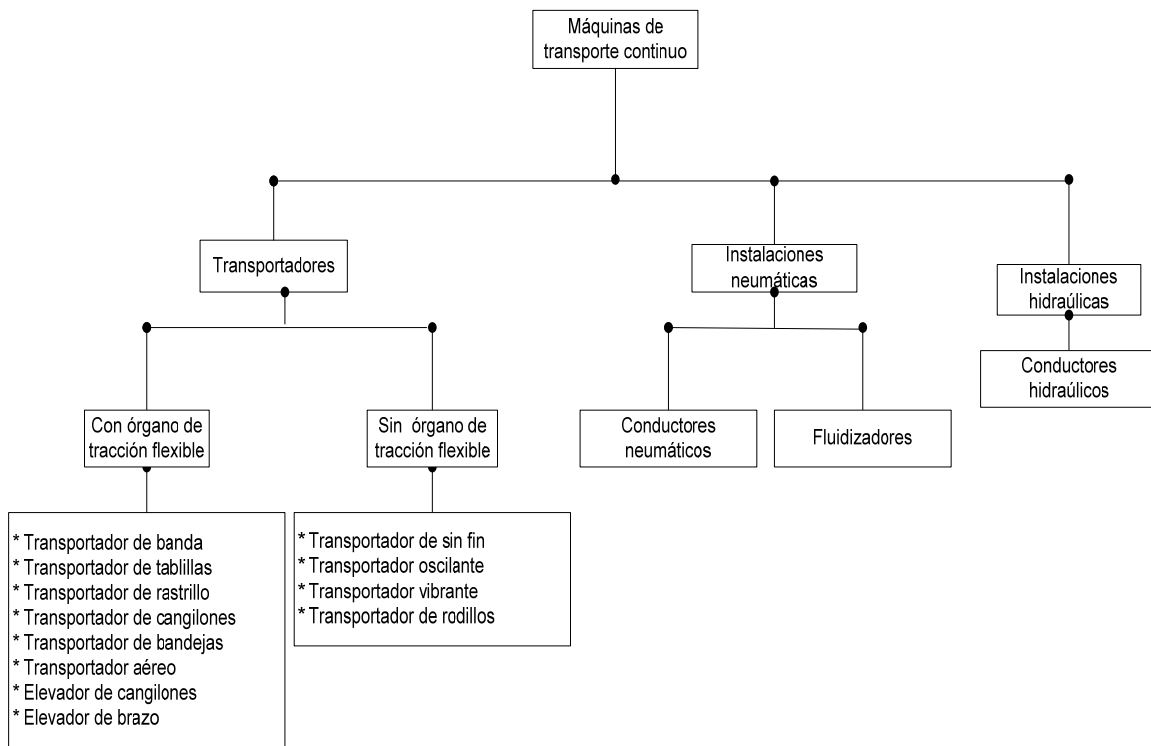


Figura.: 1.1- Clasificación de las máquinas de transporte continuo. (Oriol, 1995)

♦ **De acuerdo al tipo de carga que trasladan (Larrade & Miravete, 1996).**

- Transportadores de paquetes o bultos.
- Transportadores de carga a granel.

♦ **De acuerdo al plano en que se ubica la trayectoria o desplazamiento de la carga** (Larrade & Miravete, 1996).

- Transportadores horizontales.
- Transportadores verticales.
- Transportadores inclinados
- Transportadores de movimientos combinados.

♦ **De acuerdo a la posición del motor de accionamiento** (Larrade & Miravete, 1996).

- Transportadores de accionamiento en cabeza.
- Transportadores de accionamiento en cola.

♦ **De acuerdo al número de motores de accionamiento** (Rubber, 2006).

- Transportadores de accionamiento simple.
- Transportadores de accionamiento múltiple.

Dado que existe una gran variedad de máquinas de transporte continuo caracterizadas por las condiciones de diseño, operación, funcionamiento y mantenimiento; permite que para la solución de un problema de transportación en un complejo tecnológico industrial o de servicio, puedan seleccionarse adecuadamente diferentes tipos de máquinas.

Los principales aspectos a considerar para el establecimiento de la mejor alternativa de solución a un problema de transportación continua planteado existente en un complejo tecnológico, industrial o servicio, son (Larrade & Miravete, 1996).

- Garantizar el cumplimiento de las recomendaciones y exigencias técnicas del proceso tecnológico.
- Garantizar la mecanización y automatización total del proceso tecnológico.

- Garantizar la máxima eficiencia técnico-económica.
- Garantizar una operación, funcionamiento y mantenimiento con el mínimo impacto medio ambiental, tanto directo como indirecto.
- Asegurar el cumplimiento de las exigencias de seguridad, protección industrial y confortabilidad.
- Garantizar una rápida recuperación de la inversión inicial.

También es de importancia considerar los principales factores de carácter técnico que intervienen en la selección de una máquina de transporte continuo con la cual se pretenda satisfacer en forma eficiente los requerimientos de mecanización de un complejo industrial, tecnológico o de servicios. Dentro de estos se tienen (Rubber, 2006).

- *Las propiedades físico-mecánicas de la carga o materiales a transportar.*

Para la consideración de estas propiedades, es necesario conocer las condiciones y el estado en que debe conservarse y transportarse la carga, ya que algunas máquinas de transporte continuo, por su principio de diseño, operación y funcionamiento, generan el rompimiento o triturado del material que transportan y algunos de los componentes de dichas máquinas deben adecuarse en función de las condiciones y características del material o carga que se transporta.

- *La productividad de la máquina.*

La productividad de una máquina de transporte continuo corresponde a la cantidad de material a granel o por piezas que esta entrega por unidad de tiempo después de haberla transportado una distancia determinada, en una trayectoria previamente establecida.

- *La dirección, longitud y la forma del recorrido que realiza la carga durante el proceso de transportación.*

El principio de diseño, operación y funcionamiento de algunas máquinas de transporte continuo, permiten el cambio de dirección en la trayectoria de transportación de la carga y

admiten un largo recorrido, mientras que otras solo pueden garantizar la transportación en tramos cortos y en trayectorias rectas horizontales, verticales o de pendientes constantes.

- *Los métodos de carga y descarga del material.*

Algunas máquinas de transporte continuo requieren de equipos y accesorios especiales tanto para el proceso de carga como para el de descarga del material; en este sentido, la solución óptima corresponde aquella máquina de transportación que implique los menores trabajos y equipos complementarios para satisfacer los requerimientos de transportación del complejo tecnológico, industrial o de servicio correspondiente.

- *Las características del proceso tecnológico, industrial o de servicio y su relación con la transportación del producto.*

Para mecanizar la transportación en una línea tecnológica, industrial o de servicio y al mismo tiempo garantizar las operaciones que el proceso requiere, es determinante seleccionar un mecanismo de transportación que garantice el cumplimiento de las operaciones que se realizarán a la carga. En muchos procesos tecnológicos, industriales o de servicio, se requiere que durante el periodo de transportación la carga deba estar sometida a algunos procesos de transformación tales como, secado, lavado, pintado, entre otros, los cuales deben garantizarse cuando se selecciona el mecanismo de transportación.

- *Las condiciones específicas del medio en el cual se instalará el transportador.*

Este factor está relacionado básicamente con el lugar de ubicación del sistema de transportación continua ya que algunos transportadores en función de sus características de diseño, operación y funcionamiento deben operar a cielo abierto, bajo techo, en planta baja o en planta alta.

Las condiciones climáticas inciden tanto en material a transportar, como en los sistemas de transportación continua y en la ubicación que se dará a estos, pues determinados materiales no pueden humedecerse o exponerse al viento; además algunos transportadores

tales como los vibrátiles deben ser colocados en plantas bajas ya que requieren de fundaciones especiales para su instalación.

- *Las condiciones medioambientales y socioeconómicas que se deben garantizar.*

En algunos sistemas de transportación continua el derrame de material o carga en la trayectoria de transportación tiene impactos no deseados en el ambiente y en la seguridad de los trabajadores y del propio sistema tecnológico, industrial o de servicio así como también en el rendimiento económico del sistema por lo tanto la selección del un sistema de transportación continuo optimo debe garantizar la reducción a su mínima expresión del derrame de material o carga a lo largo de la trayectoria de transportación.

Los factores técnicos expuestos anteriormente permiten evaluar desde el punto de vista cualitativo diferentes alternativas para satisfacer acertadamente los requerimientos de transportación continua de un determinado proceso tecnológico, industrial o de servicio, sin embargo es posible que varias alternativas cumplan con las exigencias del proceso establecido. La selección del equipo óptimo de transportación entre las diferentes alternativas de solución que se planteen debe hacerse sobre una base cuantitativa, desarrollando los cálculos de las diferentes variables que intervienen en el proceso y comparar los resultados obtenidos con un conjunto de indicadores previamente establecidos, generalmente basados en normas de uso y aceptación local, regional, nacional o internacional. (Oriol, 1995).

Dentro del amplio grupo de máquinas de transporte continuo que existen, los transportadores de banda constituyen los sistemas más difundidos y empleados para satisfacer los requerimiento tecnológicos, industriales o de servicios relativos a la transportación de material a granel en forma de vena continua, en depósitos de carga o de paquetes en unidades separadas.

1.3- Caracterización de los materiales a transportar.

En general los materiales a transportar mediante el uso de máquinas de transporte continuo se dividen en dos grandes grupos (Larrade & Miravete, 1996); el primero está conformado

por los materiales a granel; tales como: los aglomerados de piedras, granos, carbón, turba, gravilla, arena, tierra, cemento, polvo, harinas, entre otros; este tipo de material, suele transportarse en forma de vena continua. El segundo grupo lo conforman, bultos paquetes o piezas, los cuales corresponden a todas aquellas cargas transportadas por unidades o por conjuntos de unidades, tales como: Las cajas, los bultos, los sacos, las vigas, las piezas de máquinas, productos semielaborados, entre otros. Este tipo de carga suelen transportarse distancias prudenciales y dicha transportación puede requerir de máquinas de transporte continuo o máquinas de transporte periódico. Las dimensiones, la forma y el peso de este tipo de carga permiten determinar los parámetros del órgano portador de la carga y la distancia de colocación o paso de la carga sobre dicho órgano, así como también la capacidad de los contenedores de carga que sean requeridos.

En el caso de los materiales a granel, para una correcta selección del tipo de máquina transportadora, la determinación de los equipos auxiliares que se requieren y una óptima evaluación de las variables y parámetros de diseño, selección, operación funcionamiento y mantenimiento, se hace necesaria e imprescindible la comprensión y el análisis de las características y propiedades tanto físicas, químicas y mecánicas, de dichos materiales. En tal sentido, se establecen como propiedades relevantes las siguientes (Larrade & Miravete, 1996).

Granulometría: Esta es una propiedad que permite determinar la distribución de las partículas de la carga, de acuerdo a sus dimensiones. Para determinar la granulometría generalmente se emplea el método de tamizado o cribado para partículas cuya dimensión característica sea mayor a 0,1 mm. El proceso de tamizado o cribado consiste en hacer pasar la muestra del material a granel a través de un conjunto de tamices o cribas para separar las partículas menudas de las gruesas de manera que se determinen porciones de dicho material de acuerdo al tamaño de sus partículas. Una vez separadas estas porciones se procede a pesarlas y a determinar el porcentaje en peso de cada una, en relación con el peso total de la muestra, obteniéndose de esta forma la granulometría del material analizado. Considerando una muestra de material de masa M (kg) y una porción de

material tamizada o cribada de masa m (kg), entonces es posible calcular la granulometría porcentual de la porción tamizada, a través de la siguiente ecuación (Galano, 2004).

$$Granulometría = \frac{m}{M} * 100 \quad \text{Ec. 1.1}$$

Grado de homogeneidad: Esta propiedad, está referida a la dimensión característica de las partículas que conforman una muestra de material a granel y se establece a través de la relación entre la dimensión característica de la partícula de mayor tamaño y la dimensión correspondiente de la partícula de menor tamaño. En general el grado de homogeneidad se calcula a través de la siguiente ecuación (Galano, 2004).

$$k_h = \frac{a_{m\grave{a}x}}{a_{m\grave{i}n}} \quad \text{Ec. 1.2}$$

En función del grado de homogeneidad las cargas a granel se establecen como, clasificadas, cuando $k_h < 2,5$ y no clasificadas, en el caso contrario

Granulometría Promedio: Es una propiedad G_p dada por la granulometría de aquellos materiales donde se presenta una homogeneidad cercana a la unidad. Los materiales que se obtienen en la retención mediante el proceso de tamizado tienen esta propiedad ya que el material mas fino no es retenido en el tamizado actual y el material más grueso fue retenido en el tamizado anterior.

Peso específico: Definido, como el peso del volumen ocupado por una porción o muestra de material (Galano. 2004). Para la determinación del peso específico de una muestra de material a granel, considere un recipiente cilíndrico de volumen V y de peso G_1 , como el mostrado en la figura 1.2.

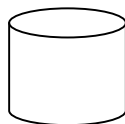


Figura 1.2- Recipiente cilíndrico de peso G_1

Al introducir la muestra de material en el recipiente, figura 1.3 y evaluar el peso total, se obtiene un peso G_2 .

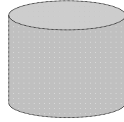


Figura 1.3- Recipiente cilíndrico contentivo de material a granel

Entonces el peso específico γ se determina por la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{G_2 - G_1}{V} \quad \text{Ec.1.3}$$

El peso específico de la carga a granel puede estar referido al material sin compactar dentro del cilindro o al material compactado dentro del mismo, esto permite establecer la relación de pesos específicos k_γ de la carga a granel, definido como **coeficiente de esponjamiento**; para el cual se tiene la siguiente ecuación (Galano, 2004).

$$k_\gamma = \frac{\gamma_{\text{compactado}}}{\gamma_{\text{sin compactar}}} \quad \text{Ec. 1.4}$$

Humedad: Se denomina así a la presencia de agua, no enlazada químicamente con el material, la cual se encuentra en forma de capa superficial rodeando a las partículas u ocupando los espacios libres entre estas (Galano, 2004). Para determinar el contenido de agua en una muestra de material se procede de la siguiente forma: Se determina el peso de la muestra con el contenido de agua (peso húmedo), luego esta muestra es secada en una estufa a una temperatura de aproximadamente 110 °C, durante 24 horas o más y se determina nuevamente su peso (peso seco); luego la humedad o contenido de agua de la muestra se calcula a través de la siguiente ecuación (Galano, 2004).

$$c_a = \frac{G_h - G_s}{G_s} * 100 \quad \text{Ec. 1.5}$$

En la cual se tiene que: $G_h \equiv$ peso húmedo y $G_s \equiv$ peso seco

Ángulo de reposo (φ): Es el ángulo que la superficie lateral de la carga forma con el plano horizontal cuando dicho material es depositado sobre una superficie plana y caracteriza el grado de intermovilidad de las partículas que conforman al material (Huertas, 2006). Este ángulo se define como estático cuando la carga se encuentra en reposo y como dinámico (φ_d) cuando la carga se encuentra en movimiento, oscilando o vibrando verticalmente. En ambos casos la magnitud del ángulo de reposo dependerá de las fuerzas de adherencia entre las distintas partículas que conforman al material y de las fuerzas de rozamiento que surgen durante el desplazamiento relativo de las partículas que lo conforman. La relación entre ángulo de reposo estático φ y el ángulo de reposo dinámico φ_d se expresa a través de la siguiente relación (Oriol, 1995).

$$\varphi_d = \frac{7}{20} \varphi \quad \text{Ec. 1.6}$$

Abrasividad: Entendida como la propiedad que tienen algunos materiales de desgastar la superficie con la cual se encuentran en contacto cuando existe movimiento relativo entre estos (Huertas, 2006). El grado de abrasividad de la carga a granel es función de la dureza, de la forma y de las dimensiones de las partículas que la conforman.

1.4- Uso de los transportadores de banda en las industrias areneras. Caso Venezuela.

En nuestro país existen más de 270 plantas procesadoras de material primario para la obtención de diversos tipos de arenas industriales las cuales se encuentran instaladas en diversos punto del territorio nacional. Estas plantas, en su totalidad, disponen de transportadores de banda para el acarreo de dicho material durante todas las etapas de su procesamiento. Los transportadores de banda utilizados en estas plantas suelen ser inclinados, de un solo tramo con trayectoria recta, de longitudes que oscilan entre los 18 y

60 m, con ancho de banda entre 0,6 y 2 mm, en función del tamaño del material que procesan; en su gran mayoría con accionamiento en cabeza (VenEconomía, 2006).

Casi todas las plantas procesadoras de material primario para la obtención de los distintos tipos de arenas industriales que se procesan y que se comercializan en Venezuela, están provistas de varios transportadores de banda con las características ya descritas.

A pesar de la sencillez constructiva de estos transportadores, el hecho de que en una planta existan varios de estos encarece considerablemente el monto de la inversión inicial, el costo de operación y el costo de mantenimiento de los mismos. Es por esto, que son de gran importancia las investigaciones que persigan la precisión en el cálculo, tanto de los parámetros de diseño, como los parámetros para la selección, operación y funcionamiento para la mayor eficiencia de estos sistemas.

1.5- Principios generales para el cálculo y diseño de transportadores de banda

Dentro de los parámetros fundamentales para el cálculo, diseño y selección de una máquina de transporte continuo por transportador de banda, se encuentran: la productividad, el ancho de banda, la velocidad de transportación, la potencia requerida, la fuerza de accionamiento, la tensión que se genera en cada uno de los puntos de la banda. También es importante destacar la importancia que tiene las características, propiedades y condiciones del material a transportar ya que estas condicionan los parámetros y selección de algunos dispositivos.

En toda la literatura consultada se establece que la productividad teórica Q_T de un transportador de banda, se expresa en términos de peso, volumen o masa de la carga por unidad de tiempo del ciclo de trabajo y representa la cantidad de material a granel (suelto), por piezas, bultos o paquetes que la máquina entrega en la respectiva unidad de tiempo después de haberlo transportado una distancia determinada, en una dirección dada, con una trayectoria previamente definida y bajo ciertas condiciones claramente establecidas. Dicha productividad se calcula en función del peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador, definida por q la cual se expresa en kN/m , de la velocidad lineal de transportación v medida en m/s ; bajo esta consideración la productividad teórica de un

transportador medida en (kN/h) viene dada por la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$Q_T = 3600 * q * v \quad \text{Ec. 1.7}$$

Donde q que corresponde al peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador de la misma y es una función directa del **área de la sección** de dicha carga, lo cual convierte a la productividad teórica Q_T , en un parámetro dependiente, también de dicha área. El peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador se establece a través de la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. Ricaurte 2009).

$$q = A * \gamma \quad \text{Ec. 1.8}$$

Siendo A el área de la sección de la carga en m^2 y γ el peso específico de material expresado en kN/m^3

Entonces, la productividad teórica de un transportador de banda, medida en kN/h queda expresada como (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$Q_T = 3600 * A * \gamma * v \quad \text{Ec. 1.9}$$

Cuando el material se transporta en depósitos o contenedores de capacidad C_0 expresada en m^3 , separados con un paso p_a , entre un contenedor y otro, medido en metro; entonces, el peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador de dicha carga q medido en kN/m se expresa por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006, Ricaurte, 2009).

$$q = \frac{C_0}{p_a} * \Psi * \gamma \quad \text{Ec. 1.10}$$

Con Ψ , como factor de llenado. Para este caso, la productividad teórica del transportador, expresada en kN /h, viene dada por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$Q_T = 3600 * \frac{C_0}{p_a} * \Psi * \gamma * v \quad \text{Ec. 1.11}$$

Cuando la carga se transporta en paquetes, piezas o bultos de peso G expresado en kN, con un paso p_a de separación entre una pieza y otra, expresado en m; entonces el peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador se expresa por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$q = \frac{G}{p_a} \quad \text{Ec. 1.12}$$

En función de lo anterior, la productividad teórica del transportador queda expresada como (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$Q_T = 3600 * \frac{G}{p_a} * v \quad \text{Ec. 1.13}$$

Finalmente debe establecerse una productividad de trabajo Q , para el diseño y selección de los transportadores de banda, tomando en cuenta factores que influyen en dicha productividad, tales como: la inclinación del transportador, la condición de carga, la velocidad de transportación y el ángulo de reposo de la carga. En la práctica del diseño se contemplan estos factores y se tiene como expresión general para la productividad de trabajo de un transportador de banda, la siguiente (Rubber, 2006).

$$Q = K_{\theta} * K_{IR} * K_v * K_{\varphi} * Q_T \quad \text{Ec. 1.14}$$

En la cual se tiene: Q : productividad ponderal de trabajo de trabajo (kN/h), K_{θ} : factor de ángulo de inclinación, K_{IR} : factor de irregularidad de la carga, K_v : factor de velocidad, K_{φ} : factor de ángulo de reposo, Q_T : productividad ponderal teórica (kN/h). (Rubber, 2006)

Cuando se requiere la productividad volumétrica de trabajo en (m³/h) la ecuación 1.14 se divide entre el peso específico del material correspondiente expresado en kN/m³.

Conocida la productividad de trabajo del transportador, es posible establecer a través de ecuaciones o tablas normalizadas el valor, tanto de la **velocidad de transportación** v , como del **ancho de la banda** B .

El ancho de la banda B es un parámetro fundamental para el diseño de los transportadores y es función directa de la productividad y de la velocidad de transportación pero también depende del peso específico del material γ y del factor de forma K_f . De ahí la importancia de determinar con precisión dicho factor.

Oriol, 1995 establece que el ancho de banda de un transportador puede expresarse a través de la siguiente ecuación

$$B = 1,1 \left(\sqrt{\frac{Q}{\gamma v K_f}} + 0,05 \right) \quad \text{Ec. 1.15}$$

En la cual Q corresponde a la productividad de trabajo en kN/s, γ corresponde al peso específico del material expresado en kN/m³, v corresponde a la velocidad de transportación en m/s y K_f corresponde al factor de forma.

Al obtener el valor de **B** este debe ajustarse a las medidas que ofertan los fabricantes y por tanto deberá recalcularse el valor real de **Q** (suponiendo invariante a v) mediante la

ecuación 1.14 y tomando $b_0 = 0,9 B - 0,05$ (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006): Si se mantiene invariante a Q entonces es posible calcular la velocidad real despejándola de la en la ecuación 1.14.

Dado que la productividad depende del **área de la sección de la carga**, es posible afirmar que, tanto la velocidad de transportación, como el ancho de la banda dependen también del área de la sección de la carga, cuestión esta, que justifica el interés por precisar la determinación del factor de forma.

En toda la literatura consultada se recomienda que para establecer la potencia de accionamiento de una máquina por transportador de banda es necesario considerar que la trayectoria en la cual debe desplazarse la carga puede ser horizontal, vertical, inclinada o mediante combinaciones de estas; que el punto de entrega de la carga puede estar al mismo nivel, por encima o por debajo del punto de recepción de dicha carga y que la trayectoria descrita por el transportador puede ser recta o curva.

- Una máquina de transporte continuo que debe elevar en trayectoria vertical, una carga horaria Q medida en kN/h, una altura H medida en metro (m), requerirá de una potencia efectiva $P_{OT (EFECTIVA)}$ medida en kilowatio (kW), dada por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. www.afther@eurobelt.com2007/08.www.info@norrubber.com/2008/02.www.dismet.com/industrial/rodilleria_tambores.html /2007/09).

$$P_{OT (EFECTIVA)} = \frac{Q * H}{3600} \quad \text{Ec. 1.16}$$

Si se considera la eficiencia (η) de la máquina, entonces la potencia del motor de accionamiento que se requiere, vendrá dada por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$P_{OT (MOTOR)} = \frac{P_{OT (EFECTIVA)}}{\eta} \quad \text{Ec. 1.17}$$

La potencia obtenida a través de la ecuación **1.17**, se emplea para la selección del motor de accionamiento de la máquina de transporte continuo en estudio.

- Una máquina de transporte continuo que debe transportar en trayectoria horizontal una carga horaria Q medida en kN/h, una distancia d medida en metro (m) requerirá de una potencia efectiva $P_{OT (EFECTIVA)}$ medida en kilowatio (kW), dada por (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. Ricaurte, 2009).

$$P_{OT (EFECTIVA)} = \frac{\mu * Q * d}{3600} \quad \text{Ec. 1.18}$$

Donde μ corresponde al factor de resistencia al movimiento.

Considerando la eficiencia de la máquina, la potencia del motor de accionamiento que se requiere vendrá dada por la ecuación **1.17**.

- Una maquina de transporte continuo que debe transportar simultáneamente una carga horaria Q medida kN/h, una distancia horizontal d medida en metro (m) y a una altura H medida en metro (m) a través de una trayectoria inclinada, requerirá de una potencia efectiva dada por la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. Ricaurte, 2009).

$$P_{OT (EFECTIVA)} = \frac{Q * [H + d * \mu]}{3600} \quad \text{Ec. 1.19}$$

Considerando la eficiencia de la máquina, la potencia del motor de accionamiento que se requiere vendrá dada por la ecuación **1.17**.

En forma sistematizada la potencia de accionamiento, requerida por un transportador de banda y que debe ser la suficiente para que éste desempeñe satisfactoriamente su función, se puede desglosar para cada porción del transportador de la siguiente forma. (Rubber, 2006).

- $P_{OT_1} \equiv$ Potencia necesaria para mover la banda descargada (Kw).

$$P_{OT_1} = C * \mu' * L * v [2 * G_g * \cos(\theta) + G_s + G_i] \quad \text{Ec.1.20}$$

En esta ecuación se tiene:

C- Coeficiente por aumento de roce debido a la suciedad acumulada en la banda o por resistencias imprevistas, **μ** - Coeficiente de roce en los rodillos de apoyo, **L**- Longitud del transportador (m), **v**- Velocidad de transportación (m/s), **G_g** - Peso de la banda por unidad de longitud (kN/m), **θ** - Ángulo de inclinación del transportador, **G_s** - Peso por unidad de longitud de las partes giratorias de los rodillos superiores (kN/m), **G_i** - Peso por unidad de longitud de las partes giratorias de rodillos inferiores (kN/m).

- $P_{OT_2} \equiv$ Potencia requerida, para vencer las resistencias de rozamiento que se oponen al movimiento de la carga (Kw).

Esta potencia viene dada por la siguiente ecuación (Rubber, 2006).

$$P_{OT_2} = \frac{C * \mu * L * Q}{3600} [\cos(\theta)] \quad \text{Ec.1.21}$$

- $P_{OT_3} \equiv$ Potencia requerida para elevar o bajar la carga (kW).

Esta potencia viene dada por la siguiente ecuación (Rubber, 2006):

$$P_{OT\ 3} = \pm \frac{Q * H}{3600} \quad \text{Ec. 1.22}$$

El signo positivo en la ecuación anterior se considera para los tramos ascendentes del transportador y el signo negativo se considera para los tramos descendentes. En dicha ecuación H corresponde a la altura a la cual se elevará o bajará la carga, expresada en metro.

- $P_{OT_4} \equiv$ Potencia absorbida para los equipos de descarga intermedia.

La suma algebraica de las cuatro potencias definidas anteriormente constituye la potencia de accionamiento que se requiere para cada porción del transportador (Rubber, 2006).

$$P_{OT\ (De\ .accionamiento\ .para\ .una\ .porción\ .dada\ .del\ .transportador)} = P_{OT\ 1} + P_{OT\ 2} + P_{OT\ 3} + P_{OT\ 4} \quad \text{Ec.1.23}$$

Al dividir dicha potencia entre el rendimiento (η) del sistema de accionamiento, se obtendrá la potencia del motor de accionamiento que se requiere. Esto es:

$$P_{OT(Del.motor.de.accionamiento)} = P_{OT(Total.de.accionamiento)} / \eta \quad \text{Ec.1.24}$$

Como puede observarse algunos términos de potencia dependen de la productividad del transportador y por lo tanto dicha potencia también es una función del factor de forma de la sección de la carga

- La resistencia total al movimiento en una máquina de transporte continuo se determina como la suma de las resistencias de sus partes componentes móviles. Es posible entonces definir un factor de resistencia al movimiento μ^* relacionado con el peso bruto de la carga transportada, entendiendo como tal a la suma, entre el peso del material transportado y el peso de las partes móviles del equipo transportador. (Larrade & Miravete, 1996).

- En una máquina de transporte continuo, que debe transportar un contenedor de peso G_0 , el cual contiene una carga de peso G , a través de un plano o trayectoria horizontal, como se muestra en la figura 1.4, la fuerza de tracción necesaria para vencer la resistencia que se opone al movimiento de la carga neta, viene dada por la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. Ricaurte, 2009).

$$F = (G_0 + G) * \mu^* \quad \text{Ec. 1.25}$$

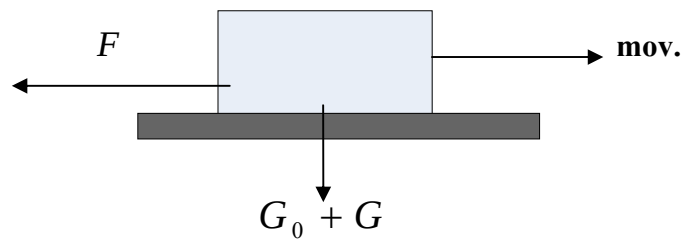


Figura. 1.4- Movimiento horizontal del contenedor y la carga (Ricaurte, 2009)

- Si el desplazamiento de la carga debe hacerse bajo las mismas condiciones, pero en forma ascendente a través de un plano inclinado un ángulo θ con respecto a la horizontal, como el mostrado en la figura 1.4, entonces la fuerza necesaria para vencer la resistencia al movimiento vendrá dada por la siguiente ecuación (Oriol, 1995).

$$F = (G + G_0) * \mu^* * \cos(\theta) + (G + G_0) * \sin(\theta) \quad \text{Ec. 1.26}$$

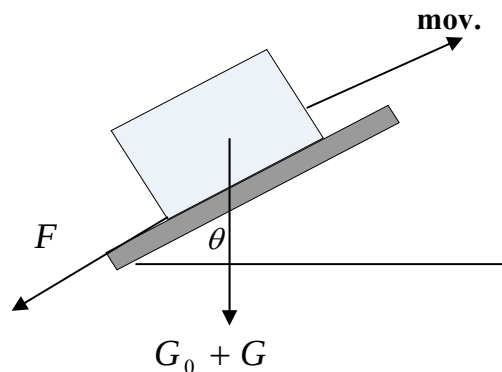


Figura. 1.5- Movimiento ascendente del contenedor y la carga por un plano inclinado. (Ricaurte, 2009)

- Para el mismo caso anterior, pero con la carga en movimiento descendente por el plano inclinado, como muestra la figura 1.6, se tendrá que la fuerza necesaria para vencer la resistencia al movimiento viene dada por la ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006. Ricaurte, 2009).

$$F = (G + G_0) * \mu * \cos(\theta) - (G + G_0) * \sin(\theta) \quad \text{Ec. 1.27}$$

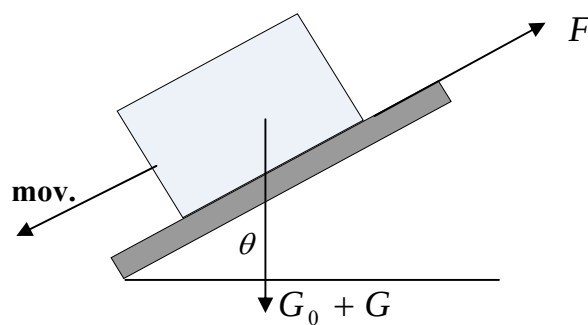


Figura. 1.6- Movimiento descendente del contenedor y la carga por un plano inclinado. (Ricaurte, 2009)

Entendiendo que la trayectoria por la cual se mueve el órgano de tracción flexible de una máquina de transporte continuo, está compuesta de tramos rectos, tramos curvos y puntos de viraje se hace necesario el análisis y el cálculo de la resistencia al movimiento que aporta cada uno de estos sectores a la resistencia al movimiento total del transportador.

En los tramos rectos y curvos del transportador se presentan resistencias distribuidas a lo largo de los mismos y en los puntos de viraje se presentan resistencias locales, puntuales o concentradas.

- En los tramos rectos cargados, la resistencia al movimiento se calcula a través de la siguiente ecuación general (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$F = [\pm (q + G_g) * \sin(\theta) + (q + G_g + G_r) * \mu * \cos(\theta)] * L \quad \text{Ec. 1.28}$$

En esta ecuación, el signo (+), corresponde al movimiento ascendente de la carga y el signo (-), corresponde al movimiento descendente de la carga.

Donde se tiene:

q : peso de la carga por unidad de longitud del órgano portador; G_g peso del órgano portador de la carga por unidad de longitud; G_r peso de las partes giratorias de los rodillos por unidad de longitud del órgano portador; y L longitud del tramo.

▪ Para los tramos rectos descargados la ecuación 1.27 se reduce a: (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$F = [\pm (G_g) * \text{Sen}(\theta) + (G_g + G_r) * \mu^* * \text{Cos}(\theta)] * L \quad \text{Ec. 1.29}$$

▪ Para los tramos horizontales cargados la ecuación 1.28 se reduce a: (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006):

$$F = [(q + G_g + G_r) * \mu^* * \text{Cos}(\theta)] * L \quad \text{Ec. 1.30}$$

▪ Para los tramos horizontales descargados la ecuación 1.28 se transforma a (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006):

$$F = [(G_g + G_r) * \mu^* * \text{Cos}(\theta)] * L \quad \text{Ec. 1.31}$$

En los tramos curvos, a la resistencia al movimiento que surge como resultado del peso de la carga y de las partes móviles, debe agregársele otra resistencia complementaria, que surge como consecuencia de la tensión del órgano de tracción y la aparición de fuerzas radiales que oprimen a este contra dicho el sector.

▪ La resistencia al movimiento en los tramos curvos se establece (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006) como la diferencia entre la tensión del órgano portador a la salida del tramo (T_s) y la tensión del órgano portador a la entrada de dicho tramo (T_E).

$$F = T_S - T_E \quad \text{Ec. 1.32}$$

▪ Dado que la tensión del órgano portador a la salida y la tensión del órgano portador a la entrada de un tramo curvo en un sector cargado e inclinado un ángulo θ respecto a la horizontal, se relacionan a través de la expresión (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$T_S = T_E * e^{\mu'' * \theta} + R * (q + G_g) * (e^{\mu'' * \theta} - 1) * \frac{\mu'}{\mu''} \quad \text{Ec.1.33}$$

Con:

μ'' - coeficiente de resistencia entre el órgano portador y la barra guía, R radio de giro del tramo curvo considerado, μ' coeficiente de resistencia entre las ruedas deslizables y el órgano.

▪ Entonces es posible expresar la resistencia al movimiento en los tramos curvos, en función de la tensión del órgano portador a la entrada de dicho tramo; sustituyendo la ecuación 1.33, en la ecuación 1.32, obteniendo la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$F = T_E * (e^{\mu'' * \theta} - 1) + R * (q + G_g) * (e^{\mu'' * \theta} - 1) * \frac{\mu'}{\mu''} \quad \text{Ec. 1.34}$$

▪ Para un tramo curvo descargado, la resistencia al movimiento se obtiene suprimiendo el valor q de la carga en la ecuación 1.34 obteniéndose para este caso la siguiente ecuación (Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006).

$$F = T_E * (e^{\mu'' * \theta} - 1) + R * G_g * (e^{\mu'' * \theta} - 1) * \frac{\mu'}{\mu''} \quad \text{Ec. 1.35}$$

En forma sistematizada las fuerzas principales que se generan en un transportador de banda se pueden desglosar de la siguiente forma (Rubber, 2006).

- **F₁**- fuerza necesaria para vencer las resistencias que se generan por rozamiento (kN), durante el movimiento de la banda descargada. Dado que la velocidad de la banda es constante, es posible establecer la relación entre la potencia necesaria para el movimiento de la banda descargada y la fuerza requerida; a través de la siguiente ecuación: (Rubber, 2006).

$$F_1 = \frac{P_{OT1}}{v} \quad \text{Ec. 1.36}$$

Sustituyendo la expresión correspondiente de la potencia se obtiene (Rubber, 2006).

$$F_1 = C * \mu * L * [2 * G_g * \cos(\theta) + G_s + G_i] \quad \text{Ec.1.37}$$

Es posible expresar esta fuerza como la suma de dos términos, uno de los cuales corresponderá a la fuerza necesaria para vencer el rozamiento de la banda sin carga en el ramal superior y el otro corresponderá a la fuerza necesaria para vencer el rozamiento de la banda sin carga en el ramal inferior. Es así como esta fuerza F_1 puede expresarse de la siguiente forma (Rubber, 2006).

$$F_1 = F_{1_{RSUP}} + F_{1_{RINF}} \quad \text{Ec. 1.38}$$

$$F_{1_{RSUP}} = Cx \mu x Lx [G_g x \cos(\theta) + G_s] \quad \text{Ec.1.38}$$

$$F_{1_{RINF}} = Cx \mu x Lx [G_g x \cos(\theta) + G_i] \quad \text{Ec.1.40}$$

- **F₂**- La fuerza necesaria para vencer las resistencias que se oponen al movimiento de la carga la cual viene dada por (Rubber, 2006).

$$F_2 = \frac{P_{OT2}}{v} \quad \text{Ec.1.41}$$

Sustituyendo la expresión correspondiente de la potencia se obtiene:

$$F_2 = \frac{1}{3600 * v} * C * \mu * L * Q * \cos(\theta) \quad \text{Ec.1.42}$$

- **F₃**- Fuerza necesaria para elevar o bajar la carga una altura H

$$F_3 = \frac{P_{OT3}}{v} \quad \text{Ec.1.43}$$

Sustituyendo la expresión correspondiente de la potencia se obtiene:

$$F_3 = \pm \frac{Q * H}{3600 * v} \quad \text{Ec.1.44}$$

- **F₄**- Fuerza necesaria para elevar o bajar el órgano portador de la carga una altura H

$$F_4 = \pm H * G_g \quad \text{Ec.1.45}$$

La fuerza neta para cada porción del transportador se obtiene a través de la suma algebraica de las cuatro fuerzas definidas anteriormente, esto es:

$$F_{Neta} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad \text{Ec.1.46}$$

Finalmente, la fuerza neta de accionamiento, para un transportador de banda viene dada por la sumatoria de la fuerza neta de cada porción (Rubber, 2006).

$$F_{Neta \text{ de accionamiento}} = \sum F_{Neta \text{ de cada porción}} \quad \text{Ec.1.47}$$

Es importante resaltar que en este caso, algunos términos de fuerza están expresados en función de la potencia, la cual a su vez quedó establecida como función directa de la

productividad y esta función directa del área de la sección de la carga, con lo cual queda también establecida la dependencia de la fuerza de accionamiento de dicha área.

La fuerza de accionamiento y el rozamiento entre la banda y la polea o tambor motriz generan tensiones en la banda, a la entrada y a la salida de dicha polea como se muestra en la figura 1.7.

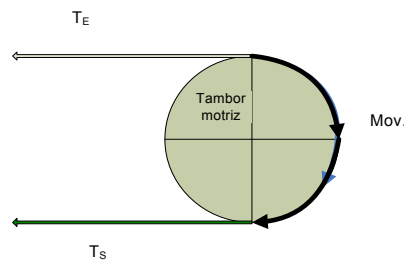


Fig. 1.7- Tensiones a la entrada y a la salida del tambor motriz o polea de accionamiento. (Ricaurte, 2009)

La diferencia entre estas dos tensiones resulta igual a la fuerza neta de accionamiento del transportador

$$T_E - T_S = F_{\text{Neta.de.accionamiento}} \quad \text{Ec.1.48}$$

La ecuación de Eytelwein-Euler establece la relación entre la tensión a la entrada y la tensión a la salida del tambor motriz o polea de accionamiento a través de la siguiente ecuación. (Rubber, 2006).

$$\frac{T_E}{T_S} = e^{\mu' \times \varphi} \quad \text{Ec.1.49}$$

Donde: μ' - corresponde al coeficiente de rozamiento entre la banda y el tambor motriz,
 φ - corresponde al ángulo de abrazado de la banda en el tambor motriz

Considerando que $T_E > T_S$ y combinando las ecuaciones 1.48 y 1.49 se obtienen las siguientes expresiones para la tensión de entrada al tambor de accionamiento y la tensión de salida de dicho tambor (Rubber, 2006).

$$T_E = F_{\text{Neta.de.accionamiento}} \times \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{e^{\mu' \times \varphi}}} \right]$$

Ec. 1.50

$$T_S = F_{Neta.de.accionamiento} \times \left[\frac{1}{e^{\mu' \times \varphi} - 1} \right]$$

Ec. 1.51

Conocidas las tensiones T_E y T_S , es posible determinar la tensión en el punto B de viraje o de cambio de dirección del tramo AB del transportador mostrado en la figura 1.8. Tomando en cuenta que dicha tensión puede expresarse como la suma de la tensión a la salida del tambor de accionamiento T_S y la tensión generada entre los puntos A y B de dicho tramo, la cual corresponde a la suma de las fuerzas que se generan a lo largo de este.

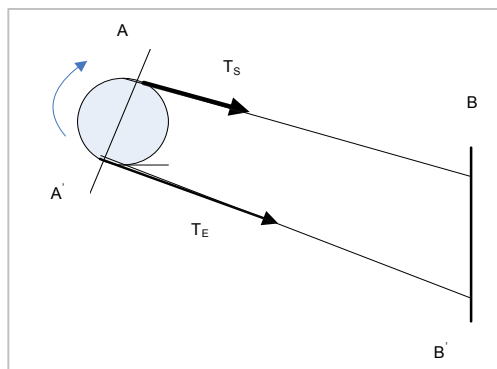


Fig. 28. Tensiones en los puntos de cambio de dirección de un transportador de banda. (Ricaurte, 2009)

En este caso la tensión en el punto B de cambio de dirección del transportador se expresa de la siguiente forma (Rubber, 2006)

$$T_B = T_S + T_{A/B}$$

Ec. 1.52

En la cual se tiene que (Rubber, 2006).

$$T_{A/B} = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)_{A/B}$$

Ec.1.53

En general la tensión en un punto siguiente de cambio de dirección del transportador viene dada por la suma de la tensión en el punto anterior y la tensión que se genera en el tramo considerado entre dichos puntos, la cual a su vez viene dada por la suma de las fuerzas que actúan en dicho tramo. Esto puede expresarse en forma general a través de la siguiente ecuación (Rubber, 2006).

$$T_{i+1} = T_i + T_{i/i+1} \quad \text{Ec. 1.54}$$

Donde:

$$T_{i/i+1} = (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)_{i/i+1} \quad \text{Ec.1.55}$$

Con $i=1,2,3,\dots,n$

Es importante destacar que como las tensiones en la banda están expresadas en función de la fuerza de accionamiento y por tanto esto las hace también dependientes del área de la sección de la carga y consecuentemente del factor de forma de dicha sección.

Otros parámetros de los dispositivos y accesorios que complementan el cálculo, diseño y selección de los sistemas de transportación por transportadores de banda, se obtienen de las normas y catálogos suministrados por distintas organizaciones y proveedores (Rubber, 2006).

1.6- Análisis crítico de los métodos de cálculo del área de la sección de la carga que se deposita sobre una banda plana de transportador.

A través del desarrollo del epígrafe anterior se pudo observar que los principales parámetros de diseño y operación de un transportador de banda, dependen; algunos en forma directa y otros en forma indirecta del **factor de forma de la sección de carga**, con lo cual queda establecida la importancia de este parámetro y justifica la necesidad de

caracterizar y calcular de forma rigurosa y precisa dicho factor; dado que la bibliografía revisada presenta imprecisiones en este sentido. A continuación se presenta la forma de calcular el área de la sección de la carga que se deposita sobre una banda plana planteada por los autores que tratan este tema de manera explícita:

Oriol & Aguilar (1995), establecen que la sección de una carga de material a granel que se deposita sobre una banda plana horizontal corresponde siempre a un triángulo de base igual $0,8 * B$ y cuya altura viene dada por $0,4 * B * \tan(\alpha)$ donde B corresponde al ancho de la banda expresada en metro y α corresponde al ángulo de reposo del material. **Esto significa que $A=0,16 B^2 \tan(\alpha)$ y por tanto se tiene que el K_f (función de α) no queda expresada de manera explícita en función de b_0 .**

Miravette & Larrade (1996). Alexandrov (1976), establecen que la sección de una carga de material a granel que se deposita sobre una banda plana horizontal corresponde siempre a un triángulo de base igual a $b_0=0,9 * B - 0,05 \text{ m}$ y cuya altura viene dada por

$$h = \frac{0,9 * B - 0,05}{2} * \tan(\alpha) = \frac{b_0}{2} * \tan(\alpha)$$

Donde B corresponde al ancho de la banda expresada en metro; y α corresponde al ángulo de reposo del material. En este caso se tiene que:

$$A = \frac{b_0^2 \tan(\alpha)}{4}$$

De lo que se deduce que:

$$K_f = \frac{\tan(\alpha)}{4}$$

Y esto significa que estos autores asumen que la sección de la carga es triangular.

Garofoli & Robles (2000), hacen referencia a la necesidad de estudiar la forma de la sección de la carga que se deposita sobre banda plana horizontal más allá de la forma triangular pero **no muestran los resultados de este estudio.**

Rubber (2006), establece que el cálculo de la productividad de un transportador de banda se fundamenta en el de la superficie que ocupa el material sobre dicha banda, pero **no establece fórmulas de cálculo para dicha superficie.**

1.7 Conclusiones del capítulo

(Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006). Plantean como conclusión general y coincidente que el área de la sección de una carga a granel cuando es depositada sobre la banda de un transportador es directamente proporcional al cuadrado del ancho de la sección de la base de la carga, pero no explican la forma de determinar con pertinencia y precisión dicho factor de proporcionalidad (factor de forma).

(Oriol, 1995. Larrade & Miravete, 1996. Alexandrov, 1976. Huertas, 2006. Rubber, 2006). Plantean que el cálculo de área de la sección de la carga que se deposita sobre una banda plana de un transportador se desarrolla bajo el supuesto de que dicha área tiene forma triangular.

CAPÍTULO 2: DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE FORMA DE LA CARGA EN UN TRANSPORTADOR DE BANDA PLANO.

2.1- Introducción:

El factor de forma de la sección de la carga a granel que se deposita sobre una banda plana de un transportador, es una variable que interviene en forma directa en el cálculo de algunos de los principales parámetros geométricos y de operación de dicho transportador, dentro de los cuales destaca el área de la sección de la carga, la productividad o capacidad de carga del mismo, el ancho de la banda, etc.

Este factor de forma es un parámetro asociado a la geometría de la sección de la carga y en la actualidad esta relación se establece a través del ángulo de reposo del material que se transporta. Sin embargo, en toda la literatura revisada no se encontró ninguna especificación que permita caracterizar de forma precisa y directa la geometría de la sección de la carga a granel depositada sobre una banda plana de un transportador y tampoco se registran expresiones que permitan establecer de manera precisa el referido factor de forma.

El **objetivo** del presente capítulo es establecer una caracterización del tipo de geometría de la sección de la carga referida, en función de los ángulos φ_m y φ_t , siendo φ_m el ángulo que se forma entre la horizontal y la línea que une a uno de los extremos en la base de la carga y el punto de máxima altura que esta alcanza y φ_t el ángulo entre la horizontal y la línea tangente al contorno de la carga, trazada en uno de los extremos de la base esta; ambos comprendidos entre 0 y 90 grados. También se desarrollan expresiones que permiten establecer de forma precisa, tanto el factor de forma correspondiente, como el área de la sección de la carga para cada una de las posibles formas geométricas que esta adopte.

2.2- Caracterización de la geometría triangular y fórmula de cálculo del área correspondiente.

El área de la sección de la carga resultará triangular, cuando el ángulo φ_m sea igual al ángulo a φ_t , como se muestra la Figura 2.1, donde:

b_0 , corresponde al ancho de la sección de la carga.

h , corresponde a la altura de la sección de la carga.

φ_m , representa el ángulo entre la horizontal o la base b_0 de la sección y la línea que une a uno de los extremos de dicha sección con el punto de altura máxima que esta alcanza.

φ_t , representa el ángulo entre la horizontal y la tangente a la superficie lateral de la carga trazada en uno de los puntos extremos de la base de dicha carga.

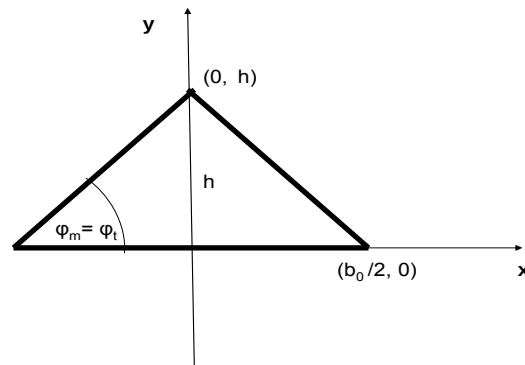


Figura 2.1- Carga en reposo de sección triangular.

Dado que en este caso, la sección de la carga es triangular, entonces, el área de dicha sección se obtiene a través de la ecuación (Swokowski, 2002. Nakamura, 2002).

$$A = \frac{b_0 * h}{2} \quad \text{Ec-2.1}$$

$$\text{Donde } h = \left(\frac{b_0}{2} \right) * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.2}$$

$$\text{Y al sustituirla en la ecuacion 2.1, se btiene: } A = \frac{b_0^2 * \tan(\varphi_m)}{4} \quad \text{Ec-2.3}$$

Para este caso se establece como factor de forma K_f al término $\frac{\tan(\varphi_m)}{4}$ que multiplica a b_0^2 .

2.3- Caracterización de la geometría parabólica y fórmula de cálculo del área correspondiente.

En este caso el área de la sección transversal de la carga corresponde a la comprendida entre el contorno de la carga y su base, como se observa en la Figura-2.1.

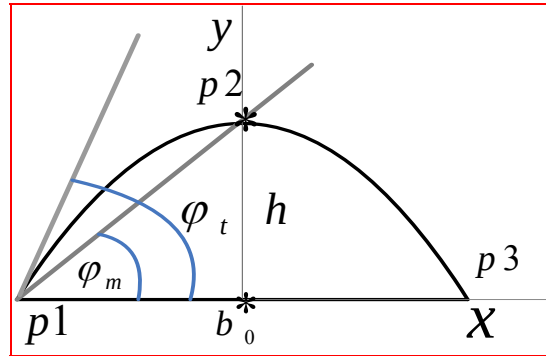


Figura 2.2- Carga en reposo de sección parabólica.

Esta curva puede considerarse como una parábola de orden n cuya ecuación corresponde a (Swokowski, 2002):

$$y = -a * (x)^n + c \quad \text{Ec-2.4}$$

Al evaluar esta ecuación en los puntos p_1 , p_3 , p_2 se obtiene:

$$\text{Para } p_1 = \left(-\frac{b_0}{2}, 0 \right)$$

$$0 = -a * \left(-\frac{b_0}{2} \right)^n + c \quad \text{Ec-2.5}$$

$$\text{Para } p_3 = \left(\frac{b_0}{2}, 0 \right)$$

$$0 = -a * \left(\frac{b_0}{2} \right)^n + c \quad \text{Ec-2.6}$$

Para $p_2 = (0, h)$, y recordando que $h = \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m)$, se obtiene que:

$$\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) = -a * (0)^n + c \quad \text{Ec-2.7}$$

$$\text{De la cual se obtiene que } c = \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.8}$$

Y sustituyendo la expresión de c de la ecuación 2.8, en la ecuación 2.5, se obtiene:

$$-a * \left(-\frac{b_0}{2} \right)^n + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) = 0 \quad \text{Ec-2.9}$$

De la cual se obtiene para el coeficiente a de la ecuación de la parábola la siguiente expresión:

$$a = \frac{\tan(\varphi_m)}{(-1)^n * \left(\frac{b_0}{2} \right)^{n-1}} \quad \text{Ec-2.10}$$

De forma similar, sustituyendo la expresión de c, en la ecuación 2.6, se obtiene:

$$-a * \left(\frac{b_0}{2} \right)^n + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) = 0 \quad \text{Ec-2.11}$$

$$a = \frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2} \right)^{n-1}} \quad \text{Ec-2.12}$$

Entonces la ecuación de la curva que caracteriza a la sección transversal de la carga y en este caso viene dada por:

$$y = -\frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2} \right)^{n-1}} * x^n + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.13}$$

El área de la sección transversal de la carga, se obtiene (Kreyszig, 2006. Nakamura, 2002) integrando la ecuación 2.13, entre los límites 0 y $\frac{b_0}{2}$.

Esto es:

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} y(x) dx \quad \text{Ec-2.14}$$

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[-\frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2} \right)^{n-1}} * x^n + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \right] dx \quad \text{Ec-2.15}$$

$$A = 2 * \left[- \frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^{n-1}} * \int_0^{\frac{b_0}{2}} x^n dx + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) * \int_0^{\frac{b_0}{2}} dx \right] \quad \text{Ec-2.16}$$

$$A = 2 * \left[- \frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^{n-1}} * \frac{x^{n+1}}{n+1} + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) * x \right] \quad \text{Ec-2.17}$$

Finalmente se obtiene, para el área de la sección transversal de la carga, la siguiente expresión:

$$A = \frac{1}{2} * \left(\frac{n}{n+1} \right) * b_0^2 * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.18}$$

Para este caso se establece como factor de forma K_f al término $\frac{1}{2} * \left(\frac{n}{n+1} \right) * \tan(\varphi_m)$ que multiplica a b_0^2 .

Para establecer la relación entre los ángulos φ_m y φ_t , que permita caracterizar esta sección de la carga se deriva con respecto a x la ecuación 2.13, obteniéndose:

$$\frac{dy}{dx} = -n * \frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^{n-1}} * x^{n-1} \quad \text{Ec-2.19}$$

La cual al ser evaluada en $x = -\frac{b_0}{2}$, conduce a:

$$\frac{dy}{dx} = n * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.20}$$

Por definición se sabe que (Swokowski, 2002. Pérez, 2002).

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.21}$$

Entonces, igualando los segundos miembros de las ecuaciones 2.20 y 2.21, se obtiene:

$$\tan(\varphi_t) = n * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.22}$$

$$\text{De la ecuación anterior se tiene que: } n = \frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} \quad \text{Ec-2.23}$$

Debido a la necesidad de que la curva exprese la simetría axial de la sección de la carga, este valor de n debe aproximarse a la relación $n = 2 * \left(\frac{j}{u}\right)$, siendo j y u , números naturales.

2.4- Caracterización de la geometría parabólica cuadrática y fórmula de cálculo del área correspondiente.

La ecuación general en este caso, puede escribirse de la siguiente forma (Swokowski, 2002. Pérez, 2002).

$$y = -a * x^2 + b * x + c \quad \text{Ec-2.24}$$

Tomando como referencia la **Figura 2.2**, se deduce que $b = 0$, y que la curva pasa por los puntos: p_1 , p_3 y p_2 ; al evaluar dicha curva en estos puntos se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Para } p_1 &= \left(-\frac{b_0}{2}, 0\right) \\ 0 &= -a * \left(-\frac{b_0}{2}\right)^2 + c \end{aligned} \quad \text{Ec-2.25}$$

$$\begin{aligned} \text{Para } p_3 &= \left(\frac{b_0}{2}, 0\right) \\ 0 &= -a * \left(\frac{b_0}{2}\right)^2 + c \end{aligned} \quad \text{Ec-2.26}$$

Para $p_2 = (0, h)$ y tomando en cuenta que $h = \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m)$, se tiene que

$$p_2 = \left[0, \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m)\right]$$

Entonces:

$$\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) = -a * (0)^2 + c \quad \text{Ec-2.27}$$

Despejando de esta ecuación el valor de c se obtiene: $c = \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m)$ **Ec-2.28**

Sustituyendo esta expresión de c, en la ecuación 2.25 o en la ecuación 2.25, se obtiene

$a = \frac{2 * tg(\varphi_m)}{b_0}$. Entonces, sustituyendo adecuadamente, las expresiones de a y de c en

la ecuación general de la parábola cuadrática resulta:

$$y = -\frac{2 * tg(\varphi_m)}{b_0} * x^2 + \frac{b_0}{2} * tg(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.29}$$

El área de la sección transversal de la carga, se obtiene integrando esta ecuación (Kreyszig, 2006), entre los límites 0 y $\frac{b_0}{2}$. Entonces:

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} y(x) dx \quad \text{Ec-2.30}$$

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[-\frac{2 * \tan(\varphi_m)}{b_0} * x^2 + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \right] dx \quad \text{Ec-2.31}$$

$$A = 2 * \left[-\frac{2 * \tan(\varphi_m)}{b_0} * \int_0^{\frac{b_0}{2}} x^2 dx + \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) * \int_0^{\frac{b_0}{2}} dx \right] \quad \text{Ec-2.32}$$

Al integrar y evaluar adecuadamente la expresión anterior, entre los límites indicados, se obtiene para el área, la siguiente expresión:

$$A = \frac{1}{3} * b_0^2 * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.33}$$

Para este caso se establece como factor de forma K_f al término $\frac{1}{3} * \tan(\varphi_m)$ que multiplica a b_0^2 .

Para establecer la relación entre los ángulos φ_m y φ_t , que permita caracterizar la sección de la carga en este caso particular, se deriva con respecto a x la ecuación 2.29, obteniéndose:

$$\frac{dy}{dx} = -4 * \frac{\tan(\varphi_m)}{b_0} * x \quad \text{Ec-2.34}$$

Que al ser evaluada en $x = -\frac{b_0}{2}$, conduce a:

$$\frac{dy}{dx} = 2 * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.35}$$

Por definición se sabe que:

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.36}$$

Entonces, igualando los segundos miembros de las ecuaciones 2.35 y 2.36, se obtiene la relación entre los ángulos φ_m y φ_t , que permite caracterizar la sección de la carga en este caso particular.

$$\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} = 2 \quad \text{Ec-2.37}$$

2.5- Caracterización de la geometría semi-elíptica y fórmula de cálculo del área correspondiente.

El área de la sección de la carga será semi-elíptica, como se indica en la **Figura 2.3**, cuando $\varphi_m < \varphi_t$ pero $\varphi_t \approx 90^\circ$.

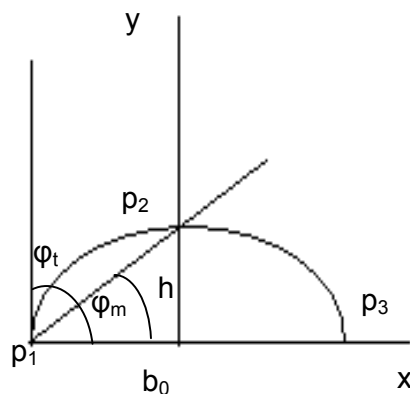


Figura 2.3- Carga en reposo de sección semi elíptica.

Considerando la ecuación canónica de esta curva (Swokowski, 2002. Pérez, 2002), se tiene:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{Ec-2.38}$$

De la **Figura 2.3** se establece que:

$$a = -\frac{b_0}{2} \quad \text{Ec-2.39}$$

$$h = \frac{b_0}{2} \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.40}$$

Sustituyendo los segundos miembros de las ecuaciones 2.39 y 2.40, en la ecuación 2.38, se obtiene:

$$\frac{x^2}{\left(-\frac{b_0}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^2 * \tan^2(\varphi_m)} = 1 \quad \text{Ec-2.41}$$

De la cual, al despejar y se obtiene:

$$y = \pm \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 * \tan^2(\varphi_m) - x^2 * \tan^2(\varphi_m) \right]^{1/2} \quad \text{Ec-2.42}$$

Finalmente es posible expresar a y como:

$$y = \pm \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{1/2} * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.43}$$

El área de la sección transversal de la carga, se obtiene integrando adecuadamente y(x), entre los límites 0 y $\frac{b_0}{2}$ (Kreyszig, 2006), esto es:

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} y(x) dx \quad \text{Ec-2.44}$$

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} * \tan(\varphi_m) dx \quad \text{Ec-2.45}$$

$$A = 2 * \tan(\varphi_m) * \int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx \quad \text{Ec-2.46}$$

$$\int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x}{2} * \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{b_0^2}{8} * \text{sen}^{-1} \left(\frac{2x}{b_0} \right) \quad \text{Ec-2.47}$$

Al evaluar esta expresión, entre los límites de integración correspondientes se obtiene:

$$\int_0^{\frac{b_0}{2}} \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx = \frac{b_0^2}{16} * \pi \quad \text{Ec-2.48}$$

Entonces el área correspondiente a la sección de la carga en este caso, viene dada por:

$$A = 2 * \tan(\varphi_m) * \frac{b_0^2}{16} * \pi \quad \text{Ec-2.49}$$

Al simplificar la ecuación anterior se obtiene:

$$A = \frac{\pi}{8} * b_0^2 * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.50}$$

Para este caso se establece como factor de forma K_f al término $\frac{\pi}{8} * \tan(\varphi_m)$ que multiplica a b_0^2 .

Para establecer la relación entre los ángulos φ_m y φ_t , se deriva con respecto a x la ecuación 2.42:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 * \tan^2(\varphi_m) - x^2 * \tan^2(\varphi_m) \right]^{-\frac{1}{2}} * 2x * \tan^2(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.51}$$

Al simplificar la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{x * \tan(\varphi_m)}{\left[\left(\frac{b_0}{2} \right)^2 - x^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Ec-2.52}$$

Y evaluando la ecuación anterior en $x = -\frac{b_0}{2}$, se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{Ec-2.53}$$

Por definición se sabe que: $\frac{dy}{dx} = \tan(\varphi_t)$, entonces esto conduce a que:

$$\tan(\varphi_t) = 0 \quad \text{Ec-2.54}$$

Considerando $\varphi_t \in I$, se obtiene que $\varphi_t = 90^\circ$

2.6- Caracterización de la geometría hiperbólica y fórmula de cálculo del área correspondiente.

El área de la sección de la carga será hiperbólica, como se indica en la **Figura 4**, cuando $\varphi_m > \varphi_t$. La ecuación correspondiente a esta hipérbola viene dada por la expresión (Swokowski., 2002):

$$(x + x_0) * (y + y_0) = p \quad \text{Ec-2.55}$$

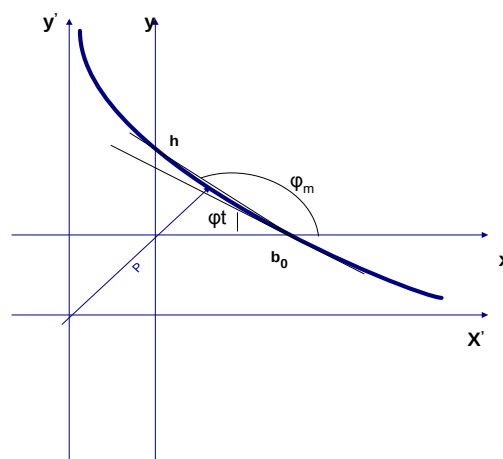


Figura 2.4- Carga en reposo de sección hiperbólica.

Esta hipérbola pasa por el punto $\left(\frac{b_0}{2}, 0\right)$ y al evaluar dicha ecuación en este punto se

$$\text{obtiene: } \left(\frac{b_0}{2} + x_0\right) * y_0 = p \quad \text{Ec-2.56}$$

de la ecuación anterior se tiene que:

$$y_0 = \frac{p}{\frac{b_0}{2} + x_0} \quad \text{Ec-2.57}$$

También, la hipérbola pasa por el punto $(0, h)$ y tomando en cuenta que

$$h = \left(\frac{b_0}{2}\right) * \tan(\varphi_m), \text{ al evaluarla, en este punto se obtiene:}$$

$$x_0 * \left[\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) + y_0\right] = p \quad \text{Ec-2.58}$$

De la cual se obtiene que:

$$y_0 = \frac{p}{x_0} - \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.59}$$

Al igualar los segundos miembros de las ecuaciones 2.57 y 2.59 se obtiene que:

$$\frac{p}{\frac{b_0}{2} + x_0} = \frac{p}{x_0} - \frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.60}$$

De la cual, manipulando los términos adecuadamente, se obtiene que:

$$p = x_0 * \left(\frac{b_0}{2} + x_0\right) * \tan(\varphi_m) \quad \text{Ec-2.61}$$

Derivando la ecuación 2.55 con respecto a x se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{p}{(x + x_0)^2} \quad \text{Ec-2.62}$$

Esta derivada evaluada en el punto $\left(\frac{b_0}{2}, 0\right)$, es igual a la tangente del ángulo entre la horizontal y la recta tangente a la curva en dicho punto. En base a esto se establece que:

$$\tan(180^\circ - \varphi_t) = -\frac{p}{\left(\frac{b_0}{2} + x_0\right)^2} \quad \text{Ec-2.63}$$

Recordando que:

$$\tan(180^\circ - \varphi_t) = -\tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.64}$$

La ecuación 2.63, puede escribirse de la siguiente forma:

$$\tan(\varphi_t) = \frac{p}{\left(\frac{b_0}{2} + x_0\right)^2} \quad \text{Ec-2.65}$$

$$\text{De esta ecuación se obtiene: } p = \left[\frac{b_0}{2} + x_0\right]^2 * \tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.66}$$

Al igualar los segundos miembros de las ecuaciones 2.61 y 2.66, se obtiene:

$$x_0 * \left(\frac{b_0}{2} + x_0\right) * \tan(\varphi_m) = \left(\frac{b_0}{2} + x_0\right)^2 * \tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.67}$$

De esta ecuación, manipulando adecuadamente sus términos, se obtiene:

$$x_0 = \frac{\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \quad \text{Ec-2.68}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación 2.61 o en la ecuación 2.66, se obtiene:

$$p = \left[\frac{\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right]^2 * \tan(\varphi_t) \quad \text{Ec-2.69}$$

Sustituyendo las expresiones de x_0 (Ec-2.68) y de p (Ec-2.69) en la ecuación 2.57 o en la ecuación 2.59, se obtiene para y_0 la siguiente expresión:

$$y_0 = \frac{\frac{b_0}{2} * \tan(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \quad \text{Ec-2.70}$$

El área de la sección de la carga, se obtiene integrando (adecuadamente) la ecuación:

$$y = \frac{p}{x + x_0} - y_0, \text{ entre los límites } 0 \text{ y } \frac{b_0}{2}. \text{ Esto es:}$$

$$A = 2 * \int_0^{\frac{b_0}{2}} \left(\frac{p}{x + x_0} - y_0 \right) dx \quad \text{Ec-2.71}$$

Integrando evaluando adecuadamente se obtiene:

$$A = 2 * p * \ln \left(1 + \frac{b_0}{2 * x_0} \right) - y_0 * b_0 \quad \text{Ec-2.72}$$

Sustituyendo en esta ecuación las expresiones de x_0 , p y de y_0 dadas por las ecuaciones 2.68, 2.68 y 2.70, respectivamente, y manipulando adecuadamente los términos se obtiene para el área la siguiente expresión:

$$A = \frac{b_0^2}{2} * \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} * \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\} \quad \text{Ec-2.73}$$

Para este caso se establece como factor de forma K_f al término

$$\frac{1}{2} * \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} * \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\} \quad \text{Ec-2.74}$$

2.7- Sistematización del cálculo del área de la sección de la carga en un transportador.

La tabla 2.1 muestra en resumen, las relaciones entre los ángulos φ_m y φ_t , que permite caracterizar la forma geométrica de la sección de la carga para cada uno de los casos estudiados. Ahora se puede decidir cual es la fórmula pertinente para cada caso.

Tabla 2.1-Relación entre φ_m y φ_t , que permite caracterizar la geometría de la sección de la carga.

Relación entre φ_m y φ_t	Forma geométrica de la sección de la carga.
Si $\varphi_m = \varphi_t$	Triangular
Si $\varphi_m > \varphi_t$	Hiperbólica
Si $\varphi_m < \varphi_t$ pero $\varphi_t \ll 90^\circ$ entonces se calcula $n = 2 * \left(\frac{j}{u} \right) \approx \frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)}$, considerando que j y $u \in N$	Parabólica de orden n
Si $\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} = 2$	Parabólica de orden 2
Si $\varphi_m < \varphi_t$ y $\varphi_t \approx 90^\circ$	Semi-elíptica

En las tablas 2.2 y 2.3 se presentan de forma ordenada y sistémica, las expresiones obtenidas, tanto para el factor de forma K_f como para el área A correspondientes a cada geometría que adopta una sección de carga.

Tabla 2.2- Expresiones del factor de forma K_f para cada una de las secciones de la carga.

Geometría	Expresiones para el factor de forma K_f para cada geometría de sección de la carga	
Triangular	$K_f = \frac{\tan(\varphi_m)}{4}$	
Parabólica	Grado n	$K_f = \frac{1}{2} * \left(\frac{n}{n+1} \right) * \tan(\varphi_m)$
	Grado 2	$K_f = \frac{1}{3} * \tan(\varphi_m)$
Semi-elíptica	$K_f = \frac{\pi}{8} * \tan(\varphi_m)$	
Hiperbólica	$K_f = \frac{1}{2} * \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} * \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\}$	

Con fines prácticos en la tabla 2.4 se presentan los valores de K_f calculados para diverso valores de φ_m y φ_t dados en radianes.

Tabla 2.3- Valores de K_f en función de φ_m y φ_t dados en radianes. .

φ_m	φ_t	K_f	φ_m	φ_t	K_f	φ_m	φ_t	K_f
0,1	0,1	0,02508367	0,1	0,6	0,04375088	0,1	1,1	0,04772991
0,2	0,1	0,03355575	0,2	0,6	0,07818791	0,2	1,1	0,09187591
0,3	0,1	0,03788059	0,3	0,6	0,10650934	0,3	1,1	0,13362923
0,4	0,1	0,04054536	0,4	0,6	0,13065343	0,4	1,1	0,17396202
0,5	0,1	0,04238318	0,5	0,6	0,15187488	0,5	1,1	0,21372492
0,6	0,1	0,04375088	0,6	0,6	0,1710342	0,6	1,1	0,25372158
0,7	0,1	0,04482743	0,7	0,6	0,18875491	0,7	1,1	0,29477483
0,8	0,1	0,04571279	0,8	0,6	0,20551516	0,8	1,1	0,33779614
0,9	0,1	0,04646756	0,9	0,6	0,2217052	0,9	1,1	0,38387149
1	0,1	0,04713096	1	0,6	0,23766647	1	1,1	0,43438195
1,1	0,1	0,05998798	1,1	0,6	0,25372158	1,1	1,1	0,49118991
1,2	0,1	0,0718148	1,2	0,6	0,27020082	1,2	1,1	0,55694937
1,3	0,1	0,08686937	1,3	0,6	0,28747006	1,3	1,1	0,63566022
1,4	0,1	0,1086451	1,4	0,6	0,30596522	1,4	1,1	0,73373511
1,5	0,1	0,15061851	1,5	0,6	0,32624069	1,5	1,1	0,86224298
0,1	0,2	0,03355575	0,1	0,7	0,04482743	0,1	1,2	0,04828388
0,2	0,2	0,05067751	0,2	0,7	0,08169405	0,2	1,2	0,0939508
0,3	0,2	0,06123037	0,3	0,7	0,11312294	0,3	1,2	0,13806404
0,4	0,2	0,06850838	0,4	0,7	0,14074737	0,4	1,2	0,18155397
0,5	0,2	0,07392466	0,5	0,7	0,16568748	0,5	1,2	0,22529959
0,6	0,2	0,07818791	0,6	0,7	0,18875491	0,6	1,2	0,27020082
0,7	0,2	0,08169405	0,7	0,7	0,2105721	0,7	1,2	0,31725458
0,8	0,2	0,08468305	0,8	0,7	0,23164702	0,8	1,2	0,36764863
0,9	0,2	0,08731023	0,9	0,7	0,25242416	0,9	1,2	0,42289352
1	0,2	0,08968212	1	0,7	0,27332345	1	1,2	0,48502618
1,1	0,2	0,09187591	1,1	0,7	0,29477483	1,1	1,2	0,55694937
1,2	0,2	0,08340913	1,2	0,7	0,31725458	1,2	1,2	0,64303791
1,3	0,2	0,11267064	1,3	0,7	0,34133013	1,3	1,2	0,75030551
1,4	0,2	0,15491134	1,4	0,7	0,36772316	1,4	1,2	0,8908586
1,5	0,2	0,23694086	1,5	0,7	0,39740679	1,5	1,2	1,08767909
0,1	0,3	0,03788059	0,1	0,8	0,04571279	0,1	1,3	0,04880782
0,2	0,3	0,06123037	0,2	0,8	0,08468305	0,2	1,3	0,0959551
0,3	0,3	0,07733406	0,3	0,8	0,11893597	0,3	1,3	0,14243619
0,4	0,3	0,0893184	0,4	0,8	0,14986046	0,4	1,3	0,18919055
0,5	0,3	0,09875147	0,5	0,8	0,17846293	0,5	1,3	0,23718002
0,6	0,3	0,10650934	0,6	0,8	0,20551516	0,6	1,3	0,28747006

φ_m	φ_t	K_f	φ_m	φ_t	K_f	φ_m	φ_t	K_f
0,7	0,3	0,11312294	0,7	0,8	0,23164702	0,7	1,3	0,34133013
0,8	0,3	0,11893597	0,8	0,8	0,25740964	0,8	1,3	0,40037467
0,9	0,3	0,12418413	0,9	0,8	0,28332372	0,9	1,3	0,46678071
1	0,3	0,12903823	1	0,8	0,30992237	1	1,3	0,54365066
1,1	0,3	0,13362923	1,1	0,8	0,33779614	1,1	1,3	0,63566022
1,2	0,3	0,13806404	1,2	0,8	0,36764863	1,2	1,3	0,75030551
1,3	0,3	0,11597908	1,3	0,8	0,40037467	1,3	1,3	0,90052561
1,4	0,3	0,17907046	1,4	0,8	0,4371809	1,4	1,3	1,11088308
1,5	0,3	0,30129388	1,5	0,8	0,47978685	1,5	1,3	1,43459471
0,1	0,4	0,04054536	0,1	0,9	0,04646756	0,1	1,4	0,04931394
0,2	0,4	0,06850838	0,2	0,9	0,08731023	0,2	1,4	0,09793108
0,3	0,4	0,0893184	0,3	0,9	0,12418413	0,3	1,4	0,14683404
0,4	0,4	0,1056983	0,4	0,9	0,15828928	0,4	1,4	0,19702887
0,5	0,4	0,11916934	0,5	0,9	0,19054596	0,5	1,4	0,24962999
0,6	0,4	0,13065343	0,6	0,9	0,2217052	0,6	1,4	0,30596522
0,7	0,4	0,14074737	0,7	0,9	0,25242416	0,7	1,4	0,36772316
0,8	0,4	0,14986046	0,8	0,9	0,28332372	0,8	1,4	0,4371809
0,9	0,4	0,15828928	0,9	0,9	0,31503955	0,9	1,4	0,51758341
1	0,4	0,16626126	1	0,9	0,34827581	1	1,4	0,61382128
1,1	0,4	0,17396202	1,1	0,9	0,38387149	1,1	1,4	0,73373511
1,2	0,4	0,18155397	1,2	0,9	0,42289352	1,2	1,4	0,8908586
1,3	0,4	0,18919055	1,3	0,9	0,46678071	1,3	1,4	1,11088308
1,4	0,4	0,18796527	1,4	0,9	0,51758341	1,4	1,4	1,44947093
1,5	0,4	0,35207793	1,5	0,9	0,57839175	1,5	1,4	2,05430287
0,1	0,5	0,04238318	0,1	1	0,04713096	0,1	1,5	0,03940133
0,2	0,5	0,07392466	0,2	1	0,08968212	0,2	1,5	0,07960404
0,3	0,5	0,09875147	0,3	1	0,12903823	0,3	1,5	0,12147606
0,4	0,5	0,11916934	0,4	1	0,16626126	0,4	1,5	0,16603051
0,5	0,5	0,13657562	0,5	1	0,2022179	0,5	1,5	0,21453249
0,6	0,5	0,15187488	0,6	1	0,23766647	0,6	1,5	0,2686599
0,7	0,5	0,16568748	0,7	1	0,27332345	0,7	1,5	0,33076587
0,8	0,5	0,17846293	0,8	1	0,30992237	0,8	1,5	0,40433812
0,9	0,5	0,19054596	0,9	1	0,34827581	0,9	1,5	0,49486297
1	0,5	0,2022179	1	1	0,38935193	1	1,5	0,61159258
1,1	0,5	0,21372492	1,1	1	0,43438195	1,1	1,5	0,77155931
1,2	0,5	0,22529959	1,2	1	0,48502618	1,2	1,5	1,01008158
1,3	0,5	0,23718002	1,3	1	0,54365066	1,3	1,5	1,41454232
1,4	0,5	0,24962999	1,4	1	0,61382128	1,4	1,5	2,27682361
1,5	0,5	0,39267342	1,5	1	0,70125493			

A continuación se presenta una tabla que sistematiza las fórmulas de cálculo:

Tabla 2.4- Expresiones del área A para cada geometría de seccion de la carga. .

Expresiones del área A para cada geometría de seccion de la carga		
Geometría		
Triangular		$A = b_0^2 * \frac{\tan(\varphi_m)}{4}$
Parabólica	Grado n	$A = b_0^2 * \frac{1}{2} * \left(\frac{n}{n+1} \right) * \tan(\varphi_m)$
	Grado 2	$A = b_0^2 * \frac{1}{3} * \tan(\varphi_m)$
Semi-elíptica		$A = b_0^2 * \frac{\pi}{8} * \tan(\varphi_m)$
Hiperbólia		$A = b_0^2 * \frac{1}{2} * \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} * \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) * \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\}$

En la figura 2.5 se muestra el diagrama de flujo que sistematiza los procedimientos para el cálculo del área de la seccion de la carga para cada caso estudiado.

DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DE LA SECCIÓN DE LA CARGA EN UN TRANSPORTADOR DE BANDA PLANA PARA EL ACARREO DE MINERALES

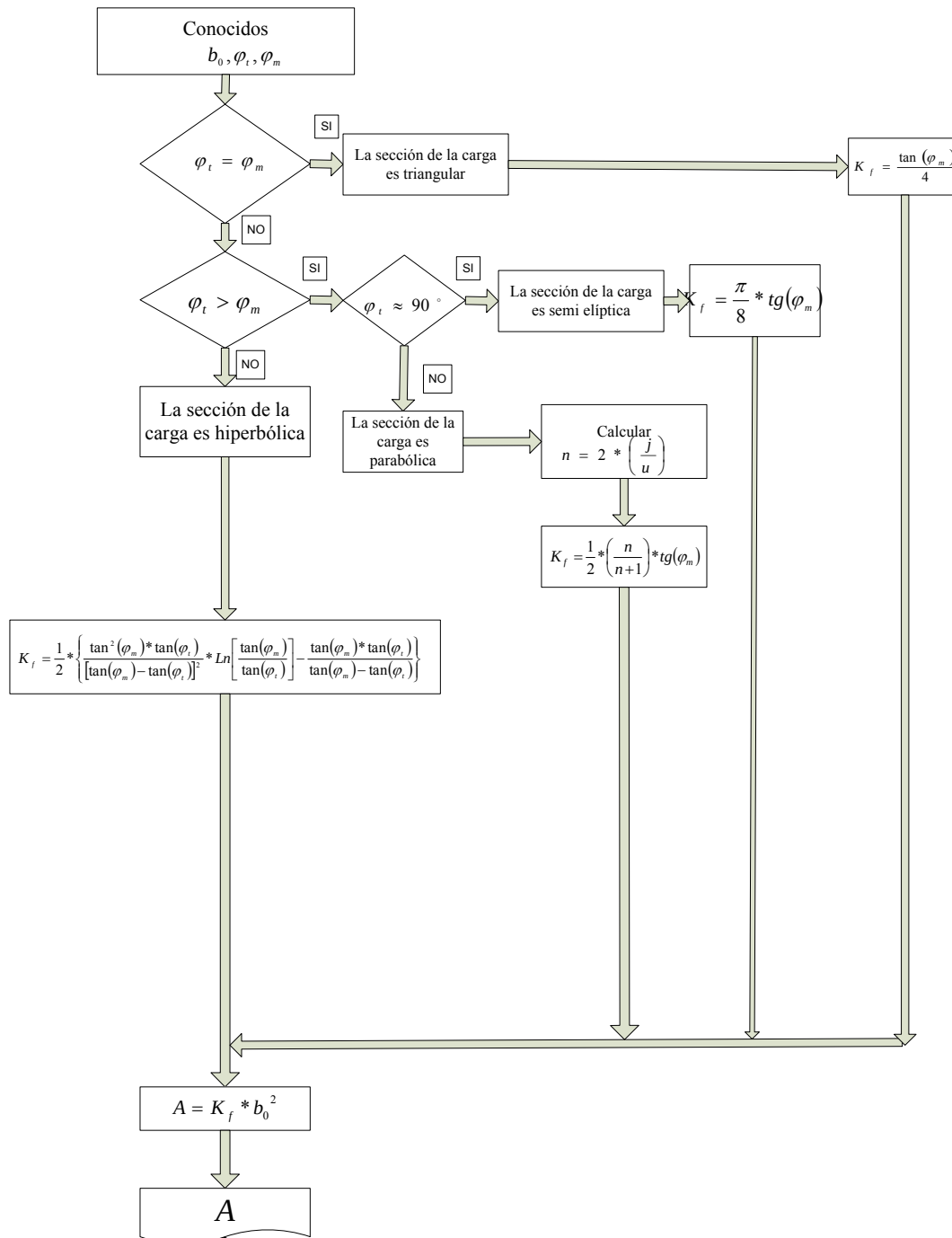


Figura 2.5- Diagrama de flujo para el cálculo del área de la sección de la carga.

Es conveniente destacar las **mejoras de precisión** que se obtienen cuando se utilizan las fórmulas pertinentes en cada caso. Para ello es posible observar en la tabla 2.5 el error relativo porcentual que se comete cuando se considera el valor tringular K_{fT} (esto es, cuando se asume que $\varphi_t = \varphi_m$) en lugar del valor real K_{fR} (Legra, 1999).

Ec-2.75

$$e = 100 \frac{K_{fR} - K_{fT}}{K_{fR}}$$

Tabla 2.5- Valores del error relativo e en función de φ_m y φ_t dados en radianes.

φ_m	φ_t	e	φ_m	φ_t	e	φ_m	φ_t	e
0,1	0,1	0,00	0,1	0,6	42,67	0,1	1,1	47,45
0,2	0,1	-51,02	0,2	0,6	35,18	0,2	1,1	44,84
0,3	0,1	-104,15	0,3	0,6	27,39	0,3	1,1	42,13
0,4	0,1	-160,69	0,4	0,6	19,10	0,4	1,1	39,24
0,5	0,1	-222,24	0,5	0,6	10,07	0,5	1,1	36,10
0,6	0,1	-290,93	0,6	0,6	0,00	0,6	1,1	32,59
0,7	0,1	-369,74	0,7	0,6	-11,56	0,7	1,1	28,57
0,8	0,1	-463,10	0,8	0,6	-25,25	0,8	1,1	23,80
0,9	0,1	-577,98	0,9	0,6	-42,10	0,9	1,1	17,93
1	0,1	-726,11	1	0,6	-63,82	1	1,1	10,37
1,1	0,1	-718,81	1,1	0,6	-93,59	1,1	1,1	0,00
1,2	0,1	-795,41	1,2	0,6	-137,99	1,2	1,1	-15,46
1,3	0,1	-936,64	1,3	0,6	-213,26	1,3	1,1	-41,67
1,4	0,1	-1234,13	1,4	0,6	-373,74	1,4	1,1	-97,55
1,5	0,1	-2240,59	1,5	0,6	-980,60	1,5	1,1	-308,86
0,1	0,2	25,25	0,1	0,7	44,04	0,1	1,2	48,05
0,2	0,2	0,00	0,2	0,7	37,97	0,2	1,2	46,06
0,3	0,2	-26,30	0,3	0,7	31,64	0,3	1,2	43,99
0,4	0,2	-54,29	0,4	0,7	24,90	0,4	1,2	41,78
0,5	0,2	-84,75	0,5	0,7	17,57	0,5	1,2	39,38
0,6	0,2	-118,75	0,6	0,7	9,39	0,6	1,2	36,70
0,7	0,2	-157,76	0,7	0,7	0,00	0,7	1,2	33,63
0,8	0,2	-203,97	0,8	0,7	-11,12	0,8	1,2	29,98
0,9	0,2	-260,83	0,9	0,7	-24,81	0,9	1,2	25,50
1	0,2	-334,15	1	0,7	-42,45	1	1,2	19,73
1,1	0,2	-434,62	1,1	0,7	-66,63	1,1	1,2	11,81
1,2	0,2	-670,94	1,2	0,7	-102,69	1,2	1,2	0,00
1,3	0,2	-699,25	1,3	0,7	-163,83	1,3	1,2	-20,02
1,4	0,2	-835,68	1,4	0,7	-294,17	1,4	1,2	-62,70
1,5	0,2	-1387,86	1,5	0,7	-787,09	1,5	1,2	-224,12
0,1	0,3	33,78	0,1	0,8	45,13	0,1	1,3	48,61
0,2	0,3	17,23	0,2	0,8	40,16	0,2	1,3	47,19
0,3	0,3	0,00	0,3	0,8	34,98	0,3	1,3	45,71

φ_m	φ_t	e		φ_m	φ_t	e		φ_m	φ_t	e
0,4	0,3	-18,34		0,4	0,8	29,47		0,4	1,3	44,13
0,5	0,3	-38,30		0,5	0,8	23,47		0,5	1,3	42,42
0,6	0,3	-60,58		0,6	0,8	16,78		0,6	1,3	40,50
0,7	0,3	-86,14		0,7	0,8	9,10		0,7	1,3	38,31
0,8	0,3	-116,43		0,8	0,8	0,00		0,8	1,3	35,71
0,9	0,3	-153,69		0,9	0,8	-11,19		0,9	1,3	32,51
1	0,3	-201,73		1	0,8	-25,63		1	1,3	28,38
1,1	0,3	-267,58		1,1	0,8	-45,41		1,1	1,3	22,73
1,2	0,3	-365,75		1,2	0,8	-74,91		1,2	1,3	14,30
1,3	0,3	-676,46		1,3	0,8	-124,92		1,3	1,3	0,00
1,4	0,3	-709,44		1,4	0,8	-231,55		1,4	1,3	-30,48
1,5	0,3	-1070,07		1,5	0,8	-634,78		1,5	1,3	-145,74
0,1	0,4	38,13		0,1	0,9	46,02		0,1	1,4	49,13
0,2	0,4	26,03		0,2	0,9	41,96		0,2	1,4	48,25
0,3	0,4	13,42		0,3	0,9	37,73		0,3	1,4	47,33
0,4	0,4	0,00		0,4	0,9	33,22		0,4	1,4	46,35
0,5	0,4	-14,61		0,5	0,9	28,32		0,5	1,4	45,29
0,6	0,4	-30,91		0,6	0,9	22,86		0,6	1,4	44,10
0,7	0,4	-49,61		0,7	0,9	16,58		0,7	1,4	42,74
0,8	0,4	-71,77		0,8	0,9	9,15		0,8	1,4	41,12
0,9	0,4	-99,03		0,9	0,9	0,00		0,9	1,4	39,13
1	0,4	-134,18		1	0,9	-11,79		1	1,4	36,57
1,1	0,4	-182,35		1,1	0,9	-27,96		1,1	1,4	33,06
1,2	0,4	-254,19		1,2	0,9	-52,06		1,2	1,4	27,82
1,3	0,4	-375,99		1,3	0,9	-92,92		1,3	1,4	18,94
1,4	0,4	-671,14		1,4	0,9	-180,05		1,4	1,4	0,00
1,5	0,4	-901,30		1,5	0,9	-509,51		1,5	1,4	-71,61
0,1	0,5	40,82		0,1	1	46,78		0,1	1,5	36,34
0,2	0,5	31,45		0,2	1	43,49		0,2	1,5	36,34
0,3	0,5	21,69		0,3	1	40,07		0,3	1,5	36,34
0,4	0,5	11,30		0,4	1	36,43		0,4	1,5	36,34
0,5	0,5	0,00		0,5	1	32,46		0,5	1,5	36,34
0,6	0,5	-12,62		0,6	1	28,04		0,6	1,5	36,34
0,7	0,5	-27,09		0,7	1	22,96		0,7	1,5	36,34
0,8	0,5	-44,24		0,8	1	16,94		0,8	1,5	36,34
0,9	0,5	-65,34		0,9	1	9,54		0,9	1,5	36,34
1	0,5	-92,54		1	1	0,00		1	1,5	36,34
1,1	0,5	-129,82		1,1	1	-13,08		1,1	1,5	36,34
1,2	0,5	-185,41		1,2	1	-32,58		1,2	1,5	36,34
1,3	0,5	-279,68		1,3	1	-65,64		1,3	1,5	36,34
1,4	0,5	-480,65		1,4	1	-136,14		1,4	1,5	36,34
1,5	0,5	-797,78		1,5	1	-402,72				

Cuando $e > 0$ se tiene que el valor real K_{fR} es menor que el valor triangular asumido K_{fT} y esto trae como consecuencia que el área calculada tendrá mayor valor que el área verdadera

por tanto la productividad y otros parámetros que dependen del área estarán sobredimensionados. Intuitivamente se evidencia que el transportador diseñado bajo estas condiciones será más costoso y menos eficiente.

Por el contrario, cuando $e < 0$ entonces el valor real K_{fR} es mayor que el valor triangular asumido K_{fT} y esto trae como consecuencia que el área calculada tendrá menor valor que el área verdadera. En este caso puede intuirse que el transportador está subdimensionado y por tanto propenso a fallas prematuras..

2.8 Conclusiones del capítulo

No toda carga a granel que se deposita sobre una superficie plana horizontal, adoptará forma triangular en su sección.

La forma de la sección de la carga a granel que se deposita sobre una superficie plana horizontal, es función de la relación entre los ángulos φ_m y φ_t .

Es posible establecer el factor de forma de la sección de la carga en función de los ángulos de reposo máximo y mínimo correspondientes.

CAPÍTULO 3: CARACTERIZACIÓN DEL FACTOR DE FORMA PARA LAS ARENAS INDUSTRIALES.

1.5- Introducción:

En el capítulo anterior se ha establecido que es posible encontrar fórmulas pertinentes y precisas para determinar el área de la sección de la carga de un transportador de banda si se conocen los ángulos φ_m y φ_t del material. Es obvio que cada material tendrá valores específicos que dependerán de sus propiedades.

El presente capítulo tiene como **objetivo** establecer los valores de K_f para diversos tipos de arenas industriales a partir de la determinación experimental de los valores φ_m y φ_t .

3.2- Caracterización de las propiedades a evaluar de las arenas industriales venezolanas.

Dentro de las principales propiedades físico-mecánicas de las arenas industriales venezolanas que tienen influencia en el comportamiento de los ángulos de reposo definidos como φ_t y φ_m , que permiten caracterizar la forma geométrica de la sección de la pila de carga, establecer acertadamente el factor de forma y calcular con precisión el área de dicha sección, se encuentran la granulometría promedio y la humedad, entre otras.

La composición granulométrica corresponde a la distribución cuantitativa de las partículas que conforman a una muestra de material a granel en función de su tamaño. Para determinar la granulometría se emplea el método de tamizado, el cual consiste en cernir las muestras a través del juego de tamices estándar correspondiente y en determinar la masa porcentual del material retenido en cada uno de estos, respecto a la masa de la muestra.

El procedimiento que se sigue para determinar la composición granulométrica de cada una de las muestras de material consiste en tomar la muestra y determinar su masa total inicial (M) en una balanza, luego, habiendo seleccionado y distribuido adecuadamente el juego de tamices a utilizar se procede a vaciar el material de la muestra en el tamiz de orificios de mayor tamaño para dar inicio al proceso de cernido en la máquina correspondiente durante un tiempo de 4 min. Luego se procede a recopilar de forma precisa sobre el material

retenido en cada uno de los tamices y se determina posteriormente la masa (m) de cada una de las porciones correspondientes. Para cada una de las porciones se determina la composición granulométrica a través de la siguiente relación (COVENIN. Norma 254-1998).

$$\text{Composición granulométrica} = \frac{m}{M} * 100$$

La Granulometría Promedio G_p es una propiedad dada por la granulometría de aquellos materiales donde se presenta una homogeneidad cercana a la unidad. Los materiales que se obtienen en la retención mediante el proceso de tamizado tienen esta propiedad ya que el material más fino no es retenido en el tamizado actual y el material más grueso fue retenido en el tamizado anterior.

La humedad que nos interesa es el contenido de agua no enlazada que tiene el material, es decir, la diferencia de la masa del material húmedo y la masa del material seco. Esta agua está presente en las superficies de las partículas y en el espacio entre partículas.

3.3- Diseño de los experimentos.

El experimento se dividió en dos grupos. El primer experimento A se realizó con las arenas y el segundo P con las piedras. En ambos casos se siguieron los siguientes pasos:

1. Se tomaron tres muestras de material de (8000g para cada muestra de piedra y de 2000g para cada muestra de arena). Las muestras de arena se pasaron inicialmente por el tamiz #200 que permitió eliminar de estas las partículas no mayores a 0.075mm. Con el material resultante se tomaron tres muestras que se denominaron **A1, A2 y A3** las cuales se tamizaron en una tamizadora para agregado fino. De forma similar, de las piedras se seleccionaron tres muestras que se denominaron **P1, P2 y P3** las cuales se tamizaron en una tamizadora para agregado grueso.

El proceso de tamizado de las arenas permitió obtener: tres porciones de material que se denominaron A11, A21 y A31 con granulometría promedio de 4,76mm; tres porciones de material que se denominaron A12, A22 y A32 con granulometría promedio de 2,38mm y tres porciones de material que se denominaron A13, A23, A33 con granulometría promedio de 1,68mm.

El proceso de tamizado de las piedras permitió obtener: tres porciones P11, P21 y P31 de material con granulometría promedio de 25,4mm; tres porciones P12, P22 y P32 de material con granulometría promedio de 19,05mm y tres porciones P13, P23, P33 de material con granulometría promedio de 12,7mm.

2. Se unieron las porciones de igual granulometría tanto de las arenas como de las piedras de manera que se obtuvo para los experimentos posteriores las siguientes muestras de materiales identificadas como AD1, AD2, AD3 para las arenas y PD1, PD2, PD3 para las piedras, de la siguiente forma :
 - $AD1 = A11 + A21 + A31$
 - $AD2 = A12 + A22 + A32$
 - $AD3 = A13 + A23 + A33$
 - $PD1 = P11 + P21 + P31$
 - $PD2 = P12 + P22 + P32$
 - $PD3 = P13 + P23 + P33$
3. A cada muestra AD1, AD2, AD3, PD1, PD2 y PD3 se les siguió un proceso de humedecimiento total y un proceso de secado controlado por las etapas: H0 (totalmente húmedo), H1 (dos horas de secado), H2 (cuatro horas de secado), H3 (seis horas de secado) y H4 (veinte y cuatro horas de secado). Para cada muestra y cada etapa se determinó la humedad.
4. En cada etapa H0,...,H4 y para cada muestra AD1, AD2, AD3, PD1, PD2 y PD3 se conformaron pilas y se realizaron mediciones de las variables:
 - a. b_0 : Ancho de la pila en su base.

- b. h : Altura máxima de la pila.
 - c. φ_m : Ángulo máximo de a pila
 - d. φ_t : Ángulo tangencial de la pila
5. Las conformación de pilas y las mediciones para cada par (AD1,H0), (AD1,H1), ..., (PD3,H4) se repitieron en 15 ocasiones con el fin de descartar en las mediciones la influencia de factores importantes no controlados .

En esta experimentación el diseño que se ha presentado resulta suficiente para establecer la tipología de las arenas industriales respecto a la granulometría promedio y la humedad así como los valores de los ángulos φ_m y φ_t para cada tipo de arena industrial.

3.4- Técnicas e instrumentación experimentales.

Para determinar la granulometría de las muestras de arena se utilizó un juego de tamices normalizados para ensayos; disponibles en el laboratorio de Materiales de Construcciones Civiles del IUT Región Capital, cuya designación, según la norma venezolana COVENIN 254-1998 es la siguiente: # 4, # 8, # 12, # 16, # 30, # 50, # 100 como se muestra en la figura 3.1 y a los cuales le corresponden los siguientes valores dimensionales promedio: 4,76mm; 2,38mm; 1,9mm; 1,68mm; 0,595mm; 0,297mm; 0,149mm. Es importante señalar que este juego de tamices no posee razón constante entre cada par de medidas consecutivas.



Figura 3.1- Juego de tamices para agregado fino.

Para establecer la granulometría de las muestras de piedras se utilizó un juego de tamices normalizados para ensayos; disponibles en el laboratorio de Materiales de Construcciones Civiles de IUT Región Capital, cuyos valores dimensionales promedios son: 25,4mm; 19,05mm; 12,7mm; 9,51mm; 6,35mm; 4,76mm. Como muestra la figura 3.2. Este juego de tamices no posee razón constante entre cada par de medidas consecutivas.



Figura 3.2- Juego de tamices para agregado grueso

Con este arreglo de tamices se procedió a tamizar de forma automática en dos tamizadoras eléctricas una **Modelo L150 Teyler**. Para agregado fino, con capacidad para 2000 g de material. Fabricada por la empresa **Gilson Screen Company**; con capacidad para una serie de seis tamices más el fondo como se muestra en la figura 3.3 y la otra **Modelo TS-2** para agregado grueso con capacidad para 8000 g de material. Fabricada por la empresa **Gilson Screen Company**; la cual está constituida por una serie de seis tamices cuyas medidas dimensionales normalizadas corresponden a: 1" (25,4 mm), 3/4 " (19,05 mm), 1/2 " (12,7 mm), 3/8 " (9,51 mm), 1/4 " (6,35 mm) y el tamiz N° 4 (4,76 mm) como se muestra en la figura 3.4.



Figura 3.3- Tamizadora Modelo Teyler L150.



Figura 3.4- Tamizadora Modelo Teyler TS-2

Las muestras de arena A1, A2 y A3 fueron tamizadas en la tamizadora **Modelo Teyler L150** para agregado fino. y la muestras de piedra P1, P2 y P3 en la tamizadora **Modelo Teyler TS-2** para agregado grueso. El tiempo de duración del tamizado para cada una de las muestras fue de 4 minutos el cual se registró y controló mediante el uso de un cronómetro, todo esto siguiendo las recomendaciones de la norma citada anteriormente.

Para la arena, de cada uno de los tamices se recolectaron las porciones de material retenido A11, A12, A13, A21, A22, A23, A31, A32 y A33, encontrándose que las porciones de mayor cantidad correspondieron a los tamices # 4, # 8 y # 12 entre los cuales se retuvo el 88,347% de la masa total de las muestras, por tal razón se decidió tomar como porciones para análisis posteriores la suma de cada una de las porciones retenidas en cada uno de estos tamices; a estas sumas se les denominó AD1, AD2 y AD3 respectivamente. De manera semejante se obtuvieron para las piedras las sumas PD1, PD2 y PD3 correspondientes a los tamices de dimensiones 25,4mm; 19,05mm; 12,7mm.

Para determinar la **humedad inicial** de cada una de las muestras con la granulometría correspondiente se procedió a colocar en remojo con agua destilada durante 24 horas cada una de estas, para luego determinar su masa en estado húmedo para lo cual se utilizó una balanza de alta precisión **Marca OHAUS. Modelo Explorer** con una capacidad de 20000g y una medida mínima de 0,1g y seguidamente se procedió a someterla a secado a una temperatura constante de 110 °C en un horno **Marca MEMMERT. Modelo SCHWABACH 854** durante otras 24 horas, al final de las cuales se procedió a determinar la masa de cada muestra en estado seco. La diferencia entre valor de la masa húmeda y el valor de la masa seca correspondiente, dividida entre el valor de la masa seca, resulta en el contenido porcentual de humedad presente en la muestra. Bajo procedimientos similares se determinó la **humedad parcial** en los tiempos considerados H1, H2, H3 y H4 para cada una de las muestras.

Para generar las pilas de material requeridas y poder medir las variables b_o , h , φ_m y φ_t en cada muestra y para cada humedad, se utilizaron cilindros huecos de plástico con diámetros de 76,2 mm y 152,4 mm y alturas de 150 mm y 200 mm para las arenas y las piedras respectivamente. Dichos cilindros fueron llenados, sin apilar con el material de la muestra correspondiente a cada caso de estudio y fueron levantados en posición vertical y con cuidado dejando caer dicho material sobre la banda de goma, generándose de esta forma la pila a ser estudiada. Sobre dichas pilas se midieron: el ancho, la altura y los ángulos tangencial y máximo correspondientes. El ancho y la altura de cada pila se midieron con reglas y escuadras graduadas, los ángulos se midieron con el uso de goniómetros o

transportadores de ángulo de alta precisión **Marca Mitutuyo. Modelo 187-908**. Con un rango de medición de 0° a 360° y con una medida mínima de 5 min y transportadores graduados

3.5- Análisis de de los resultados.

Los resultados obtenidos para dos muestras estudiadas se indican en las tablas 3.1 y 3.2

Tabla 3.1 Composición granulométrica de la arena

Clase mm	ARENA			% Granulometría
	Muestra A1	Muestra A2	Muestra A3	
	Masa (g) 1585,4	Masa (g) 1286	Masa (g) 1843,9	
	Masa retenida (g)	Masa retenida (g)	Masa retenida (g)	
+4,76	A11: 843,4	A21: 575,4	A31: 891,7	48,763
-4,76+2,38	A12: 449,5	A22: 318,1	A32: 493,5	26,615
-2,38+1,68	A13: 107,4	A23: 96,8	A33: 129,8	7,113
-1,68	185,1	295,7	328,9	17,508

Tabla 3.2 Composición granulométrica de la piedra

Clase mm	Piedras			% Granulometría
	Muestra P1	Muestra P2	Muestra P3	
	Masa (g) 8000	Masa (g) 8000	Masa (g) 8000	
	Masa retenida (g)	Masa retenida (g)	Masa retenida (g)	
+25,4	P11: 843,6	P21: 837,4	P31: 891,6	10,719
-25,4+19,05	P12: 4246,4	P22: 4345,7	P32: 4493,3	54,522
-19,05+12,7	P13: 2530,5	P23: 2533,7	P33: 2412,4	31,152
-12,7	379,5	283,2	202,7	3,606

Después de realizar la experimentación se obtuvieron los resultados que aparecen en los Anexos A,B,...,H.

De la tabla del Anexo C se obtienen los resultados mostrados en la tabla 3.3 y en la figura 3.5 que indican el comportamiento de la humedad en relación con la granulometría y el tiempo de secado para las arenas:

Tabla 3.3 Comportamiento de la humedad para diferentes granulometría y períodos de secado de la arena

Granulometría en cm	Horas T de secado	Humedad H por ciento
+ 0,476	0	11,635
+ 0,476	2	7,617
+ 0,476	4	4,662
+ 0,476	6	3,034
+ 0,476	24	1,818
+ 0,238	0	12,369
+ 0,238	2	9,023
+ 0,238	4	6,843
+ 0,238	6	4,888
+ 0,238	24	4,056
+ 0,168	0	14,242
+ 0,168	2	10,233
+ 0,168	4	7,674
+ 0,168	6	6,378
+ 0,168	24	6,025

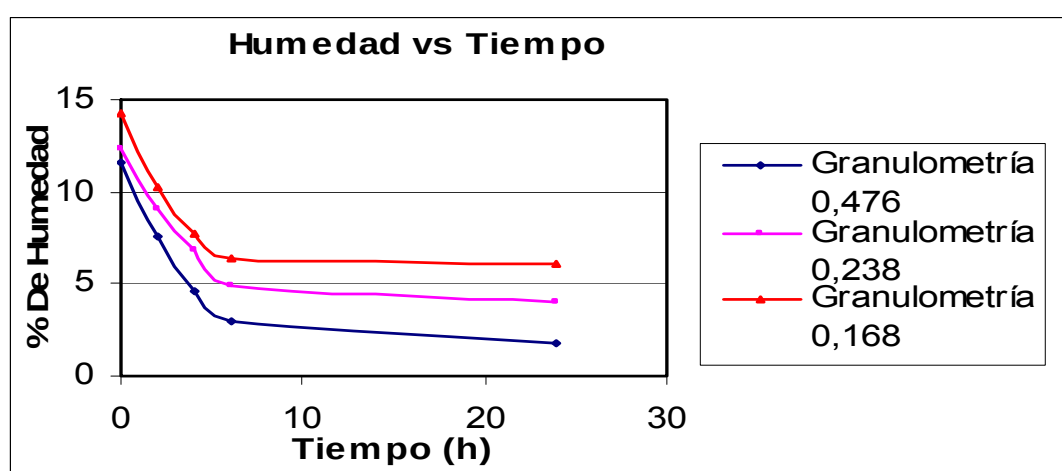


Figura 3.5- Comportamiento de la humedad en relación con la granulometría y el tiempo de secado para las arenas:

Como puede apreciarse en la figura 3.5 las muestras de arena de mayor granulometría promedio disminuyen su humedad más rápidamente pero tardan más tiempo en alcanzar una humedad estable.

De manera análoga, de la tabla del Anexo A se obtienen los resultados mostrados en la tabla 3.4 y representados en la figura 3.6 que muestran el comportamiento de la humedad en relación con la granulometría y el tiempo de secado para las piedras:

Tabla 3.4 Comportamiento de la humedad para diferentes granulometría y períodos de secado de la piedra

Granulometría en cm	Horas T de secado	Humedad H por ciento
+ 2,54	0	3,0029
+ 2,54	2	1,401
+ 2,54	4	0,35
+ 2,54	6	0,00564
+ 2,54	24	0,000138
+ 1,905	0	6,536
+ 1,905	2	4,719
+ 1,905	4	2,786
+ 1,905	6	0,961
+ 1,905	24	0,218
+ 1,27	0	7,876
+ 1,27	2	6,791
+ 1,27	4	5,051
+ 1,27	6	2,26
+ 1,27	24	0,576

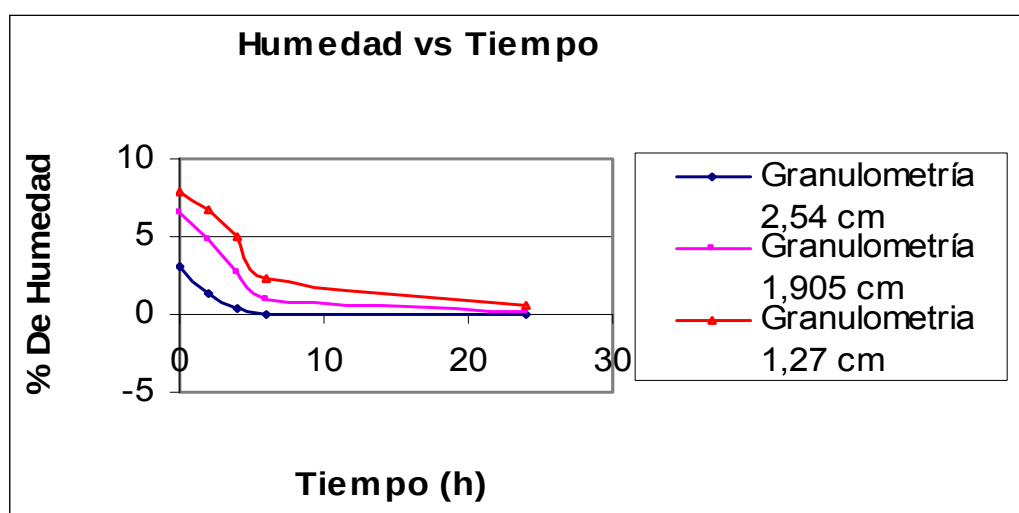


Figura- 3.6. Comportamiento de la humedad en relación con la granulometría y el tiempo de secado para las piedras:

Como puede apreciarse en la figura 3.6 las muestras de piedra con mayor granulometría promedio disminuyen su humedad mas rápidamente que las muestras de piedra de menor granulometría promedio. También es importante destacar que las muestras de piedra desprendieron casi el total de su humedad durante el proceso de secado al que fueron sometidas.

Nótese que estos resultados muestran que el secado es un punto que en investigaciones futuras podrá ser investigado con profundidad ya que de la tipología (dadas por la granulometría promedio y humedad) de las arenas y piedras depende el valor de los ángulos φ_m y φ_t .

A continuación se mostrarán los resultados de un análisis estadístico básico que argumenta la baja variabilidad de los ángulos en las arenas cuando se realizaron 15 repeticiones.

Se verá primero el comportamiento del ángulo máximo:

Tabla 3.5 Comportamiento estadístico del ángulo máximo (φ_m) a través del Promedio (φ_m promedio), la Desviación Estándar (DE) y el Coeficiente de Variación (CV) para las arenas.

Granulometría	Humedad	φ_m promedio	DE	CV
0,476	11,635	36,58	4,45	12,16
0,238	12,369	35,3	2,31	6,55
0,168	14,242	38,3	4,96	12,96
0,476	7,617	35,57	2,15	6,06
0,238	9,023	36,8	2	5,43
0,168	10,233	37,93	1,92	5,05
0,476	4,662	33,97	3,37	9,91
0,238	6,843	36,9	2,15	5,82
0,168	7,674	31,97	1,59	4,96
0,476	3,034	33,37	3,38	10,14
0,238	4,888	31,83	1,93	6,07
0,168	6,378	30,4	1,91	6,28
0,476	1,818	33,37	3,38	10,14
0,238	4,056	31,83	1,93	6,07
0,168	6,025	30,4	1,91	6,28

Nótese que el coeficiente de variación indica variación relativa de φ_m en las 15 repeticiones de cada experimento que no es mayor de un 13% lo cual puede interpretarse como un indicador de la estabilidad de los resultados de las mediciones de φ_m .

Ahora se mostrará el comportamiento del ángulo tangencial. Para las arenas:

Tabla 3.6 Comportamiento estadístico del ángulo tangencial (φ_t) a través del Promedio (φ_t promedio), la Desviación Estándar (DE) y el Coeficiente de Variación (CV) para la arena

Granulometría	Humedad	φ_t promedio	DE	CV
0,476	11,635	49,59	2,45	4,93
0,238	12,369	46,99	3,91	8,32
0,168	14,242	51,97	3,61	6,94
0,476	7,617	46	4,52	9,83
0,238	9,023	52,37	2,85	5,44
0,168	10,233	52,62	0,86	1,63
0,476	4,662	51,63	2,29	4,43
0,238	6,843	51,57	2,21	4,29
0,168	7,674	42,3	1,71	4,04
0,476	3,034	49,25	3,51	7,12
0,238	4,888	42,33	1,95	4,61
0,168	6,378	39,3	1,93	4,92
0,476	1,818	49,25	3,51	7,12
0,238	4,056	42,33	1,95	4,61
0,168	6,025	39,3	1,93	4,92

También en este caso el coeficiente de variación indica una variación relativa de φ_t no mayor que el 10% en las 15 repeticiones de cada experimento con las arenas.

La variabilidad o el comportamiento de los ángulos φ_m y φ_t en función de la humedad y para cada granulometría considerada de las arenas se muestran en las figuras 3.7, 3.8 y 3.9.

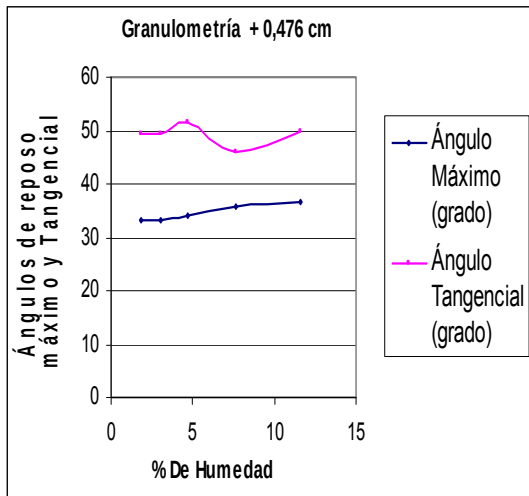


Figura 3.7- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría + 0,476 cm

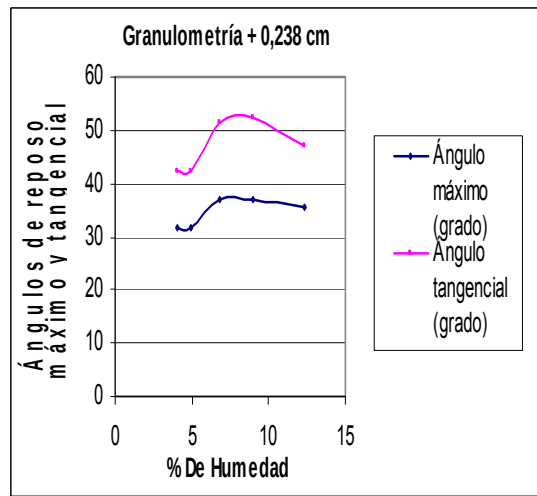


Figura 3.8- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría + 0,238 cm

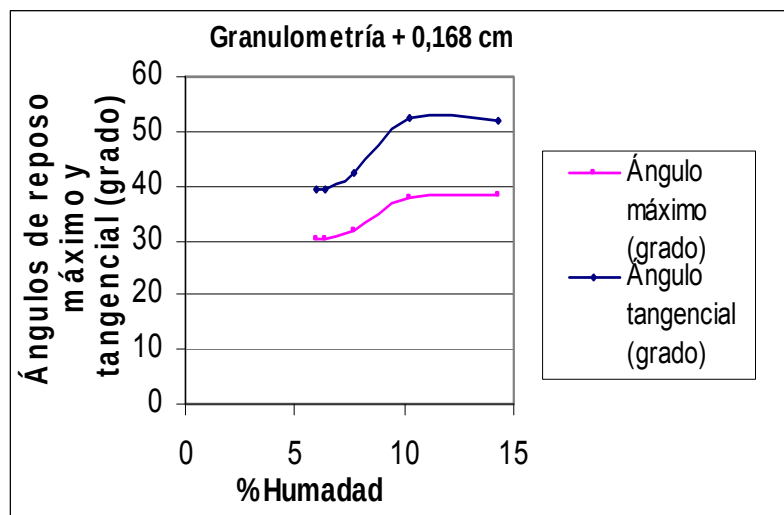


Figura 3.9- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría + 0,168 cm

Es posible apreciar en estas curvas que a medida que disminuye la granulometría promedio se aprecia menor irregularidad en los ángulos φ_m y φ_t .

De forma similar para las piedras se muestran los resultados del análisis estadístico básico que argumenta la baja variabilidad de los ángulos φ_m y φ_t cuando se realizaron 15 repeticiones.

Tabla 3.7 Comportamiento estadístico del ángulo máximo (φ_m) a través del Promedio (φ_m promedio), la Desviación Estándar (DE) y el Coeficiente de Variación (CV) para las piedras.

Granulometría	Humedad	φ_m promedio	DE	CV
2,54	3,0029	42,72	1,79	4,19
1,905	6,536	38,82	4,01	10,34
1,27	7,876	32,07	2,91	9,09
2,54	1,401	43,23	1,91	4,41
1,905	4,719	41,77	2,04	4,89
1,27	6,791	40,93	2,46	6
2,54	0,35	39,47	2,5	6,32
1,905	2,786	35,43	2,18	6,15
1,27	5,051	31,83	1,48	4,66
2,54	0,00564	39,1	1,67	4,27
1,905	0,961	33,8	1,1	3,25
1,27	2,26	32,33	1,29	3,99
2,54	0,00138	42,52	1,16	2,72
1,905	0,218	36,73	1,89	5,14
1,27	0,576	40,57	1,33	3,29

El coeficiente de variación indica una variación relativa de φ_m que no es mayor de un 10% en las 15 repeticiones de cada experimento lo cual indica la estabilidad de los resultados.

Ahora se mostrará el comportamiento de los ángulos tangenciales.

Tabla 3.8 Comportamiento estadístico del ángulo tangencial (φ_t) a través del Promedio (φ_t promedio), la Desviación Estándar (DE) y el Coeficiente de Variación (CV) para la piedra.

Granulometría	Humedad	φ_t promedio	DE	CV
2,54	3,0029	9,9	1,38	13,92
1,905	6,536	13,01	0,97	7,42
1,27	7,876	10,42	0,99	9,46
2,54	1,401	13,7	1,47	10,76
1,905	4,719	12,89	0,79	6,11
1,27	6,791	12,8	0,53	4,12
2,54	0,35	9,44	1,24	13,13
1,905	2,786	11,33	0,77	6,82
1,27	5,051	11,46	0,71	6,21
2,54	0,00564	10,92	0,77	7,06
1,905	0,961	11,17	0,69	6,13
1,27	2,26	9,84	0,91	9,2
2,54	0,00138	8,83	0,48	5,44
1,905	0,218	9,8	0,41	4,14
1,27	0,576	11,79	0,52	4,41

Dado que el coeficiente de variación indica hasta un 13,92% de variación relativa de φ_t en las 15 repeticiones de cada experimento, entonces puede asumirse una estabilidad aceptable en los resultados de las mediciones.

La variabilidad o el comportamiento de los ángulos φ_m y φ_t en función de la humedad y para cada granulometría considerada de las piedras se muestran en las figuras 3.10, 3.11 y 3.12.

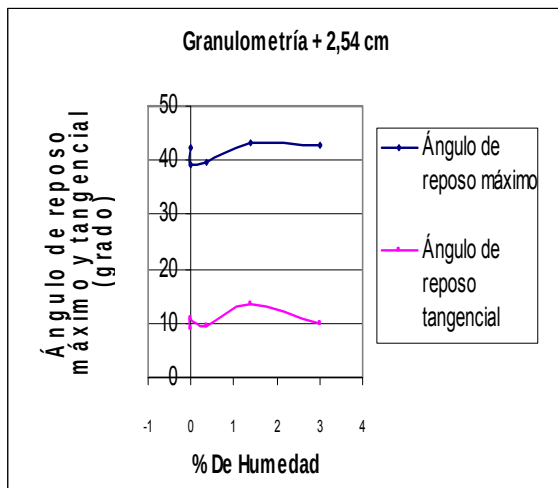


Figura 3.10- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría +2,54 cm

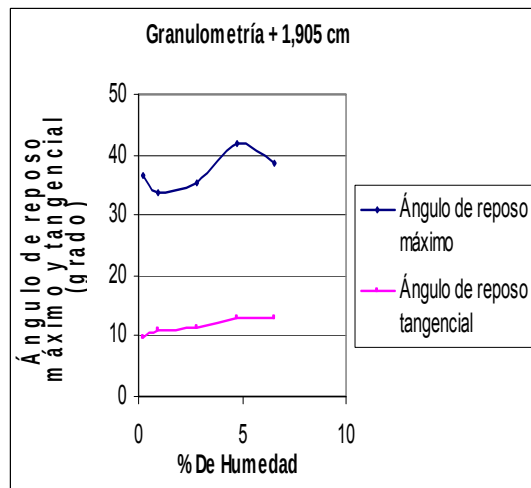


Figura 3.11- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría +1,905 cm.

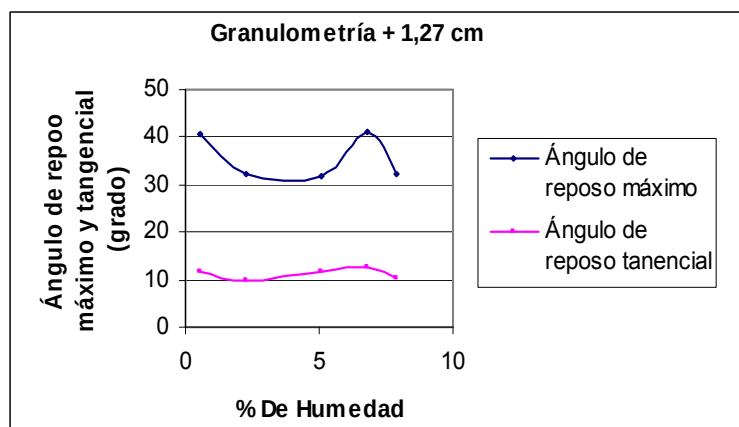


Figura 3.12- Comportamiento de φ_m y φ_t para la granulometría +1,27 cm

Es posible apreciar en las figuras 3.10, 3.11 y 3.12 que existe mayor uniformidad en los valores de los ángulos φ_m y φ_t para las muestras de piedras de mayor granulometría promedio.

Sin embargo lo más importante es asociar a cada tipo de arena (definidas en función de la granulometría promedio y de la humedad) el valor del factor de forma correcto en dependencia de los valores del ángulo tangencial y del ángulo máximo. Ese resultado se muestra en la tabla 3.9, donde la columna e indica el error porcentual que se evita lo cual señala los correspondientes mejoras que se obtendrán en el cálculo de la productividad y otros parámetros que se determinan cuando se diseña un transportador de banda de lo cual se infiere un importante impacto económico positivo.

Tabla 3.9 Factor de forma K_f para cada tipología de arena industrial dadas por el ángulo tangencial (φ_t) y el ángulo máximo φ_m .

Granulometría Promedio en cm	Humedad en %	φ_m promedio en grados	φ_t promedio en grados	K_{fR}	K_{fT}	%e
2,54	3,0029	42,72	9,90	0,0817	0,0436	46,595
1,905	6,536	38,82	13,01	0,0817	0,0578	29,299
1,27	7,876	32,07	10,42	0,0782	0,0460	41,210
2,54	1,401	43,23	13,70	0,0847	0,0609	28,048
1,905	4,719	41,77	12,89	0,0817	0,0572	29,973
1,27	6,791	40,93	12,80	0,0817	0,0568	30,479
2,54	0,35	39,47	9,44	0,0817	0,0416	49,123
1,905	2,786	35,43	11,33	0,0782	0,0501	35,945
1,27	5,051	31,83	11,46	0,0782	0,0507	35,190
2,54	0,00564	39,10	10,92	0,0817	0,0482	40,963
1,905	0,961	33,80	11,17	0,0782	0,0494	36,873
1,27	2,26	32,33	9,84	0,0782	0,0434	44,550
2,54	0,00138	42,52	8,83	0,0782	0,0388	50,337
1,905	0,218	36,73	9,80	0,0782	0,0432	44,779
1,27	0,576	40,57	11,79	0,0782	0,0522	33,271
0,476	11,635	36,58	49,59	0,2217	0,2936	-32,452
0,238	12,369	35,30	46,99	0,2055	0,2680	-30,413
0,168	14,242	38,30	51,97	0,2524	0,3196	-26,640
0,476	7,617	35,57	46,00	0,2055	0,2589	-25,977
0,238	9,023	36,80	52,37	0,2217	0,3243	-46,270
0,168	10,233	37,93	52,62	0,2524	0,3272	-29,645
0,476	4,662	33,97	51,63	0,2217	0,3158	-42,427

Granulometría Promedio en cm	Humedad en %	φ_m promedio en grados	φ_t promedio en grados	K_R	K_T	%e
0,238	6,843	36,90	51,57	0,2217	0,3151	-42,121
0,168	7,674	31,97	42,30	0,1888	0,2275	-20,489
0,476	3,034	33,37	49,25	0,2217	0,2901	-30,870
0,238	4,888	31,83	42,33	0,1888	0,2277	-20,615
0,168	6,378	30,40	39,30	0,1657	0,2046	-23,490
0,476	1,818	33,37	49,25	0,2217	0,2901	-30,870
0,238	4,056	31,83	42,33	0,1888	0,2277	-20,615
0,168	6,025	30,40	39,30	0,1657	0,2046	-23,490

En la tabla 3.10 se calcula **(para mostrar el impacto técnico económico correspondiente)** el ancho de banda B para un transportador plano que debe transportar 14700 kN/h de una arena con las condiciones de granulometría y humedad dadas, cuyo peso específico se considera en promedio 19,6 kN/m³ y cuya velocidad de transportación corresponde a 3 m/s.

Tabla 3.10- Ancho de banda B y condición de diseño para un caso de estudio

Granulometría cm	Humedad en %	φ_m	φ_t	B_T	B_R	Condición
2,54	3,0029	42,72	9,9	1442,74	1069,1458	sobredimensionado
1,905	6,536	38,82	13,01	1261,11	1069,1458	sobredimensionado
1,27	7,876	32,07	10,42	1406,94	1091,5925	sobredimensionado
2,54	1,401	43,23	13,7	1229,22	1051,0238	sobredimensionado
1,905	4,719	41,77	12,89	1266,91	1069,1458	sobredimensionado
1,27	6,791	40,93	12,8	1271,31	1069,1458	sobredimensionado
2,54	0,35	39,47	9,44	1476,80	1069,1458	sobredimensionado
1,905	2,786	35,43	11,33	1350,18	1091,5925	sobredimensionado
1,27	5,051	31,83	11,46	1342,62	1091,5925	sobredimensionado
2,54	0,00564	39,1	10,92	1374,90	1069,1458	sobredimensionado

Granulometría cm	Humedad en %	φ_m	φ_t	B _T	B _R	Condición
1,905	0,961	33,8	11,17	1359,67	1091,5925	sobredimensionado
1,27	2,26	32,33	9,84	1447,05	1091,5925	sobredimensionado
2,54	0,00138	42,52	8,83	1525,94	1091,5925	sobredimensionado
1,905	0,218	36,73	9,8	1449,95	1091,5925	sobredimensionado
1,27	0,576	40,57	11,79	1323,97	1091,5925	sobredimensionado
0,476	11,635	36,58	49,59	589,93	670,6425	subdimensionado
0,238	12,369	35,3	46,99	614,94	694,44843	subdimensionado
0,168	14,242	38,3	51,97	567,72	631,98798	subdimensionado
0,476	7,617	35,57	46	624,72	694,44843	subdimensionado
0,238	9,023	36,8	52,37	564,04	670,6425	subdimensionado
0,168	10,233	37,93	52,62	561,74	631,98798	subdimensionado
0,476	4,662	33,97	51,63	570,86	670,6425	subdimensionado
0,238	6,843	36,9	51,57	571,42	670,6425	subdimensionado
0,168	7,674	31,97	42,3	662,77	722,12996	subdimensionado
0,476	3,034	33,37	49,25	593,16	670,6425	subdimensionado
0,238	4,888	31,83	42,33	662,45	722,12996	subdimensionado
0,168	6,378	30,4	39,3	695,82	767,11508	subdimensionado
0,476	1,818	33,37	49,25	593,16	670,6425	subdimensionado
0,238	4,056	31,83	42,33	662,45	722,12996	subdimensionado
0,168	6,025	30,4	39,3	695,82	767,11508	subdimensionado

La tabla anterior muestra que tomando el ancho de banda B como referencia para el diseño del transportador y calculando dicho ancho tomando en cuenta la consideración de que la sección de la carga es triangular en el caso de las piedras (agregados grueso) resulta un

transportador subdimensionado y presto a fallas prematuras ya que el ancho de banda que se obtiene bajo esta consideración resulta menor que el ancho de banda calculado tomando en cuenta la nueva propuesta de que la sección de la carga es función de los ángulos de reposo φ_m y φ_t . En el caso de las arenas (agregados finos) se puede observar que resulta un transportador sobredimensionado con su consecuente impacto económico.

3.6- Conclusiones del capítulo

Las arenas conocidas como agregados fino (arenas) requieren en función inversa a su granulometría promedio más tiempo para desprender el contenido de agua no enlazada que se encuentra en su superficie o dentro de los espacios libre entre las partículas que la conforman.

Las arenas conocidas como agregados grueso (piedras) requieren en función directa a su granulometría promedio menos tiempo para desprender el contenido de agua no enlazada que se encuentra en su superficie o dentro de los espacios libre entre las partículas que la conforman.

CONCLUSIONES GENERALES

- 1- La geometría de la sección de una carga a granel que se deposita sobre una banda plana de un transportador se caracteriza por la relación existente entre los ángulos de reposo máximo φ_m y tangencial φ_t que presente dicha sección.
- 2- Es posible establecer el factor de forma del material a transportar solo en función de los ángulos máximo φ_m y tangencial φ_t correspondientes.
- 3- Los ángulos máximo y tangencial de una carga a granel que se deposita sobre la banda de un transportador plano dependen fundamentalmente de las propiedades físico mecánicas del material.
- 4- Para el caso de las arenas a medida que disminuye la granulometría promedio se aprecia menor irregularidad en los valores medidos de los ángulos φ_m y φ_t , no así en el caso de las piedras donde se aprecia mayor uniformidad en los valores medidos de los ángulos φ_m y φ_t para las muestras de mayor granulometría promedio.
- 5- La determinación del factor de forma bajo la consideración de que la sección de la carga es triangular genera en algunos casos sobredimensionamiento de los parámetros del sistema, con su consecuente impacto económico y en otros casos genera subdimensionamiento de los parámetros, con su consecuente impacto en fallas prematuras del sistema.

RECOMENDACIONES

1. Continuar el estudio de la relación de los ángulos máximo y tangencial con las propiedades físico-mecánicas de las arenas industriales.
2. Estudiar la relación de los ángulos máximo y tangencial con propiedades físico-mecánicas para otros materiales tales como las lateritas, el carbón, granos, etc. que se acarreen mediante transportadores de bandas.

BIBLIOGRAFÍA

- 1- **Aguilar Parés Francisco.** Monografía Máquinas de Transporte Continuo. CUJAE. Habana. Cuba. 2002
- 2- **Alexandrov, A. Kuleshov.** Investigación y establecimiento de los regímenes de la transportación. Dshezkazgan GMK. Leningrado, 1986
- 3- **Aldana S. Eugenio y Legrá L. Angel.** Optimización de la productividad y la fineza de la molienda en la planta de preparación de minerales de la empresa “Cmdte Ernesto Che Guevara”. Centro de Investigación de la Laterita, Moa, Holguín, 1996.
- 4- **Alonzo D.** Transportadores Convencionales. *Http/www.geocites .com/ingenieriadlplata.* Mayo 2002.
- 5- **Funke, H. et al.** Design and Operating Performance of a Long-distance Belt Conveyor System with Horizontal Curves and Simultaneous Material Transport in the Upper and Lower Strands, Part 2. Cement-Lime-Gypsum International, Volume 52, Number 12. 1999.
- 6- **Galano Matos C.** Análisis del sistema de transporte del mineral sólido desde la descarga de los secaderos hasta la descarga de los silos en la planta ferro níquel. Tutores: Ing. Oscar Nápoles Hernández, Ing. Nelson Mora, Ing. Benigno Leiva. Trabajo de diploma. ISMMM Departamento de mecánica. Moa-2004
- 7- **Grimmer, K.-J. and Kessler, F.** The Design of Belt Conveyors with Horizontal Curves. Bulk Solids Handling, 12 (1992), No.4, pp.557-563
- 8- **Hinojosa Heber, Camacho Federico.** Desarrollo de software para diseño de bandas transportadoras. Revista Tecnológica. Vol.16, No.1, Junio 2003. **(SOFTWARE)**
- 9- **Huertas Hugo.** Faja tubular, solución para el transporte de materiales a granel. II Congreso de Ingeniería Mecánica ASME Perú. Lima, 15 y 16 de septiembre de 2006. ARPL Tecnología Industrial S.A. Av. Carlos Villarán 508, Oficina 401, Lima 13, Perú. hhuertas@arpl.com. <http://enginzone.com.pe/>
- 10- **Kreyszig E.** Matemáticas Avanzadas Para Ingeniería. Volumen I. Editorial LIMUSA.

2006

- 11- **Kuehl R.** Diseño de Experimentos. Thomson 2001. Segunda Edición.
- 12- **Larrade E. Miravete A.** Transportadores y Elevadores. Editorial Reverté. Primera Edición. 1996
- 13- **Lauhoff H.** *Control de Velocidad en Correas Transportadoras - ¿Realmente Ahorra Energía?*. Vol. 25 (2005) No. 6.Revista. Bulk Solids Handling (Manejo de Sólidos a Granel). Alemania. www.synergy-eng.com/spanish/pdf/
- 14- **Lauhoff, H.** *Belt Conveyors for Horizontal Curves – The Key to Reducing Material Handling Costs.* Cement-Lime-Gypsum International, Volume 40, Number 4. April 1987.
- 15- **Legra Lobaina A A.** *Metodología para el Pronóstico, Planificación y Control de la Minería en Yacimientos Lateríticos.* Tesis de Doctorado. ISMMM. Holguín, Cuba, 1999.
- 16- **Legra Lobaina A. A, Silva Diéguez O.** *La Investigación Científica: Concepos y Reflexiones.* ISMMM. Moa. Cuba. Inscrito en el CENDA: 2384-2007. Año 2008.
- 17- **Lieberwirth Dr Holger.** *Design of Belt Conveyors with Horizontal Curves.* Manager Projects for Material Handling Systems. Krupp Frdertechnik GmbH, Franz-Schubert-Strasse 1-3, D-47226 Duisberg, Germany. 1996.
- 18- **M. Alexandrov.** Aparatos y Maquinas de Elevación y Transporte. Editorial Mir. Moscú 1976
- 19- **Nakamura, S.** Análisis numérico y visualización grafica con MATLAB. México: Editorial Prentice Hall. 2002.
- 20- **COVENIN.** Norma 254-1998. Cedazos de Ensayo. FONDONORMA 1998
- 21- **Oriol G., Aguilar F.** Máquinas de Transporte Continuo. Tomo I. Editorial Pueblo y Educación. La Habana Cuba 1992.
- 22- **Pérez, C.** MATLAB y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería. México: Editorial Prentice Hall. 2002.
- 23- **Ricaurte, C.** Sistematización del cálculo de los principales parámetros para el diseño y selección de transportadores de banda. “Departamento de Mecánica, IUT “Dr. Federico Rivero Palacio”. Caracas-Venezuela. 2009
- 24- **Revista Tecnología,** N° 1, VOL 16J. Junio 2003

- 25- **Rubber, N.** Bandas transportadoras. Manual de Selección. España: 2006.
- 26- **Swokowski, Cloc.** Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica. Thomson Learning 2002. Décima Edición.
- 27- **VenEconomía** Revista Venezolana (VE), 2006
- 28- <http://www.info@norrubber.com> /2008/02
- 29- <http://www.afther@eurobelt.com> /2007/08