

**REPÚBLICA DE CUBA  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO  
Dr. ANTONIO NUÑEZ JIMÉNEZ  
FACULTAD METALURGIA ELECTROMECAÁNICA  
DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**

**Tesis en opción al Título de Master en  
Electromecánica**

**DETERMINACIÓN DEL GRADIENTE DE PRESIÓN EN EL  
HIDROTRANSPORTE DE PULPA LATERÍTICA**

**Ing. Michel Rodríguez Ismar**

**“Año 59 de la Revolución”**

**Moa 2017**

**REPÚBLICA DE CUBA  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO  
Dr. ANTONIO NUÑEZ JIMÉNEZ  
FACULTAD METALURGIA ELECTROMECAÁNICA  
DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**

**Tesis en opción al Título de Master en  
Electromecánica**

**DETERMINACIÓN DEL GRADIENTE DE PRESIÓN EN EL  
HIDROTRANSPORTE DE PULPA LATERÍTICA**

**Ing. Michel Rodríguez Ismar**

**Tutores: Prof. Tit. Ing. Raúl Izquierdo Pupo, Dr. C.**

**Prof. Asist. Ing. Rodney Martínez Rojas, Ms. C.**

**“Año 59 de la Revolución”**

**Moa 2017**

## **DECLARACIÓN DE AUTOR**

---

Yo: Ing. Michel Rodríguez Ismar

Autor de esta Tesis de Maestría, certifico su propiedad intelectual a favor del ISMM de Moa, el cual podrá hacer uso del mismo con la finalidad que estime conveniente.

-----  
*Firma del autor*  
Ing. Michel Rodríguez Ismar

-----  
*Firma del tutor*  
Dr. C. Ing. Raúl Izquierdo Pupo

-----  
*Firma del tutor*  
Ms. C. Ing. Rodney Martínez Rojas

**Pensamiento:**

Si quieres vivir una vida mejor y feliz, ácala a una meta, no a una persona o un objeto.

**A. Einstein**

***Dedicatoria:***

Dedico este trabajo a todas las personas que amo y quiero en especial a mi madre Grisel Ismar Bordonado, a mi padre José Manuel Rodríguez Gámez, a mi hermano Carlos Manuel Rodríguez Ismar. También le dedico este resultado a mi familia en general mis abuelos, primos y tíos, por último se lo dedico a mi novia María.

### ***AGRADECIMIENTOS:***

Quisiera agradecer en primer lugar a Dios por darnos fuerza, protección, amor, inteligencia y todas las virtudes con que nacimos. Quisiera también agradecer a mi familia querida que son muy importantes para mí, a mis compañeros de trabajo del departamento de Ingeniería Mecánica los cuales me ayudaron mucho en mi trabajo, a mis tutores Raul Izquierdo Pupo y Rodney Martínez Rojas los cuales me han tutorado desde pregrado. Quisiera agradecer a los diplomantes que he tutorado, los cuales me han ayudado mucho para que este documento se esté presentando hoy, y a los compañeros de trabajo que han servido de tutor y oponentes de estos trabajos de tesis en este caso a Reineris Montero Laurencio.

Se agradece la colaboración de los compañeros de la planta de Espesadores de Pulpa de la fábrica Comandante Pedro Sotto Alba por el apoyo brindado en las mediciones de presión y durante el muestreo, así como a los compañeros del laboratorio del Centro de Investigaciones del Níquel y de la empresa Comandante Ernesto Che Guevara por su labor en la caracterización granulométrica y reológica de la pulpa laterítica.

Por último quisiera agradecer a la Revolución Cubana y al ISMMM por haberme formado y darme la oportunidad de realizarme como profesional en la ciencia que trabajo.

Gracias.

Michel Rodríguez Ismar

## RESUMEN

Se estudió el comportamiento reológico de pulpas lateríticas con 41; 42,5 y 44 % de sólido en peso y a temperatura de 27 °C para determinar los gradientes de presión en una tubería horizontal y en régimen laminar a fin de validar, en función del comportamiento reológico, la metodología de cálculo utilizada para este tipo de fluido. Se realizaron experimentos (granulométricos, reológicos y de gradiente de presión) y se compararon los valores de los gradientes obtenidos por esta vía con los valores teóricos de la metodología utilizada. Los resultados revelaron un tamaño medio de las partículas de 2,8  $\mu\text{m}$  en la pulpa, lo que explica el comportamiento plástico de la misma, así como que el modelo Herschel-Bulkley describe en un 87 % a un 97 % su comportamiento reológico. Para las condiciones específicas establecidas en este estudio la metodología aplicada es efectiva, con un error relativo promedio inferior al 4,6 % clasificándola como una pulpa homogénea. El modelo experimental obtenido, relaciona la caída de presión en función del número de revoluciones del motor de la bomba y el porcentaje de sólido en peso en la pulpa explicando el 96,3 % de variabilidad del fenómeno de hidrotransporte, demostrándose la cercanía en el caso del modelo teórico y el modelo experimental.

## **SUMMARY**

The rheological behavior of laterite slurries with 41; 42,5 and 44 % solids and at a temperature of 27 °C was analyzed to determine the pressure gradients in a horizontal pipeline in laminar flow in order to validate the calculation methodology for this type of fluid based on the rheological behavior. Experiments (particle size, rheological and pressure gradient) were carried out. The resulting gradient values were compared with theoretical values from the methodology used. The results revealed an average particle size of 2,8  $\mu\text{m}$  in the slurry, which explains the plastic behavior of the slurry. In addition the Herschel-Bulkley model describes 87 % to a 97 % of the slurry's rheological behavior. The methodology applied is considered to be effective for the specific conditions established for this investigation with an average relative error less than 4,6 %, as a matter of fact it was classified as a homogeneous slurry. The experimental model obtained, relates the pressure drop as a function of the speed of rotation of the pump's motor and the percent concentration by weight in the slurry explaining the 96,3 % variability of the hydrotransport phenomenon, demonstrating the proximity in the case of the theoretical model and the experimental model.



## Contenido

INTRODUCCIÓN .....	1
MARCO TEÓRICO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN.....	7
1.1 Introducción.....	7
1.2 Revisión bibliográfica.....	7
1.3 Reología de las pulpas.....	15
1.3.1 Pulpas Newtonianas .....	16
1.3.2 Pulpas no Newtonianas.....	16
1.4 Flujo de dos fases líquido-sólidos .....	20
1.4.1 Regímenes de flujo en la pulpa .....	20
1.4.2 Tipos de flujo de pulpas .....	22
1.4.3 Flujo heterogéneo de pulpas que sedimentan en tuberías horizontales .....	25
1.4.4 Velocidad de transición y velocidad crítica.....	25
1.4.5 Velocidad de sedimentación ( $v_s$ ).....	27
1.4.6 Velocidad crítica de transición viscosa ( $v_c$ ) para pulpas homogéneas .....	30
1.5 Caída de presión.....	30
1.6 Conclusiones del capítulo .....	32
MATERIALES Y MÉTODOS.....	33
2.1 Introducción.....	33
2.2 Descripción de la instrumentación y el equipamiento tecnológico de los tanques espesadores .....	33
2.2.1 Descripción de la instrumentación .....	34
2.3 Material .....	35
2.3.1 Análisis granulométrico .....	35
2.3.2 Análisis reológico de la pulpa laterítica.....	36
2.3.3 Determinación de la densidad de la pulpa, del líquido dispersante y de los sólidos ...	37
2.3.4 Determinación de la velocidad de sedimentación.....	38
2.4 Clasificación del flujo de la pulpa laterítica por tuberías .....	40
2.4.1 Determinación de la velocidad de transición viscosa .....	41
2.5 Determinación de la caída de presión en una sección de tubería .....	42

2.5.1 Modelo matemático de pérdidas de presión en el hidrot transporte de fluidos Herschel-Bulkley .....	44
2.5.2 Gradiente de presión durante el hidrot transporte .....	47
2.6 Diseño de experimento .....	49
2.6.1 Formulación de la hipótesis estadística .....	50
2.6.2 Matriz del experimento .....	50
2.7 Conclusiones del capítulo .....	51
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL HIDROTRANSPORTE DE LA PULPA LATERÍTICA..	52
3.1 Introducción .....	52
3.2 Granulometría de la pulpa laterítica .....	52
3.2.1 Comportamiento reológico de la pulpa laterítica.....	53
3.2.2 Comportamiento de la viscosidad aparente .....	55
3.2.3 Densidad de la pulpa, el líquido dispersante y de los sólidos .....	57
3.2.4 Velocidad de sedimentación de la pulpa laterítica.....	58
2.3 Comportamiento del flujo de la pulpa laterítica por tuberías horizontales .....	61
3.3.1 Velocidad crítica de transición viscosa .....	62
3.4 Resultados de los cálculos del gradiente de presión .....	63
3.4.1 Correlación entre el coeficiente de fricción y el número de Reynolds modificado .....	67
3.5 Resultados del diseño de experimento de caída de presión .....	69
3.5.1 Análisis de varianza para la caída de presión experimental .....	69
3.6 Modelo matemático para estimar la potencia necesaria en el hidrot transporte de fluidos Herschel-Bulkley .....	73
3.7 Valoración económica .....	74
3.8 Impacto medioambiental .....	77
3.9 Conclusiones del capítulo .....	77
CONCLUSIONES GENERALES.....	79
RECOMENDACIONES .....	80

## INTRODUCCIÓN

En la fábrica de Níquel + Cobalto “Comandante Pedro Sotto Alba” en la planta de Espesadores de Pulpa existen instalaciones industriales de hidrotransporte que su función es el bombeo de la pulpa laterita (mezcla de agua industrial + mineral laterítico) a Lixiviación. La cual se succiona por un sistema de bombeo y es transportada por vía hidráulica.

En sus inicios esta planta se diseñó para que la pulpa laterita fuera transportada por gravedad a través de cajas distribuidoras con una diferencia de nivel de hasta 16 m a los precalentadores para ser almacenada y posteriormente sometida al proceso de Lixiviación. El diseño concebido demostró que era necesario instalar un sistema de bombeo que garantizara el suministro de la pulpa cruda con mayor eficiencia a los precalentadores de mineral, ya que el fluido ejercía mucha resistencia.

Estas instalaciones trabajan actualmente comprobado por las experiencias en un régimen operacional de alto consumo energético debido fundamentalmente a la sedimentación existente en las líneas de transferencia de este mineral, entre otros factores a la densidad del fluido a transportar, la variedad de las propiedades fisicoquímicas y mecánicas de estas mezclas, que les confiere propiedades específicas a los flujos en su movimiento por las tuberías.

Poseer conocimientos necesarios sobre cómo está compuesta la pulpa laterita, así como de sus propiedades de explotación cuando se utiliza a escala industrial en la fábrica “Comandante Pedro Sotto Alba” es un tema de mucho interés en este estudio investigativo. La selección correcta de modelos matemáticos apropiados para la evaluación técnica de la pulpa depende en específico de la granulometría, la densidad y las características reológicas, entre otras (Martínez, Izquierdo & Pompa 2014).

Con el objetivo de atenuar el problema de la sedimentación y que no se interrumpiera el proceso se proyectó una nueva línea. Actualmente el sistema cuenta con dos líneas de transferencia del mineral, una de 450 mm (18 pulgadas) de diámetro y la otra de 500 mm (20 pulgadas) respectivamente y aún el problema persiste demostrándose que con la disminución del diámetro de la tubería no fue suficiente para eliminar el problema actual; además la instalación cuenta de cinco espesadores convencionales y uno de

alto rendimiento, incluyendo las bombas centrífugas de fondo de los espesadores y las bombas reforzadoras encargadas del bombeo de la pulpa laterita.

Experimentos realizados a escala semi-industrial confirman la racionalidad de utilizar el criterio generalizador de Reynolds ( $Re^*$ ), para la generalización de los datos experimentales, al determinar el coeficiente de pérdidas hidráulicas para regímenes de movimiento estructural y transitorio. Obteniendo que para el mineral laterítico se ajustan perfectamente a la línea  $\lambda = (64/Re^*)$ , (Izquierdo *et al.* 1995a, 1995b, 2001).

Por otra parte los cálculos para determinar el gradiente de presión del fluido en un tramo recto de tubería se realizaron utilizando la ecuación generalizada de Buckingham-Reiner, la cual es aplicable a un fluido cuyo comportamiento se ajusta aproximadamente al modelo de Bingham, (Skelland 1970; Bird *et al.* 1992; Steffe 1996). Otros trabajos realizados como los de Pérez & Garcell (2006, 2008, 2010); Hernández *et al.* (2015); Rodríguez *et al.* (2016) con el objetivo de caracterizar reológicamente la pulpa laterita, demuestran utilizando un viscosímetro rotacional, que la pulpa se comporta como un fluido no newtoniano ajustándose al modelo Herschel-Bulkley en su totalidad debido a que está formada fundamentalmente por partículas finas (menores de 0,045 mm) y no existiendo una dependencia lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad.

Se han realizado trabajos (Slatter 1997; Cabral *et al.* 2010; Laurencio *et al.* (2012); Martínez *et al.* (2014) para obtener modelos de caída de presión referentes al transporte de pulpas que presentan comportamiento reológico no newtoniano, las cuáles establecen correlaciones entre modelos teóricos y experimentales en función de la clasificación reológica.

Gardea (2008a, 2008b) señala en su investigación que aún no se ha resuelto el problema específico del cálculo de la caída de presión en una tubería que transporta un fluido Herschel-Bulkley, pero sí plantea un procedimiento apoyándose en investigaciones de Levenspiel que consiste en descomponer este fluido en un plástico Bingham y el pseudoplástico simple.

Hernández (2017) realiza el cálculo de la red del sistema de bombeo de pulpa laterítica de Espesadores a Lixiviación utilizando este principio de Levenspiel, donde el autor no determina con una experimentación el gradiente de presión en un tramo de tubería

recta horizontal, con la posterior validación de los modelos empleados en base a un error relativo puntual.

Todas las investigaciones consultadas conducen a la determinación de las propiedades físico-mecánicas y reológicas de la pulpa con el objetivo de determinar los parámetros de hidrot transporte, pero de las cuales no existe una metodología de cálculo específica en función de la clasificación reológica de la pulpa laterita en su totalidad; además siendo las expresiones conocidas en las literaturas obtenidas para determinados materiales y no se pueden aplicar sin una comprobación previa de su validez.

Actualmente el sistema de bombeo desde la planta de Espesadores hasta la de Lixiviación en la que se logra con ácido sulfúrico y condiciones especiales de presión y temperatura pasar selectivamente a líquido el níquel y el cobalto presentes en el mineral, posee las siguientes deficiencias:

- Consume gran cantidad de energía, dependiendo en gran parte de las pérdidas hidráulicas que se pierden a lo largo de toda la red del sistema de tubería instalado.
- La necesidad de limpiar periódicamente las tuberías por la cuestión de que la pulpa se sedimenta y disminuyen los caudales a entregar en Lixiviación.
- La selección incorrecta de los sistemas de bombeo considerando la pulpa laterita como un fluido newtoniano es un problema que ocasiona la ineficiencia energética de estos equipos en explotación.

A partir de estas deficiencias se declara como **situación problemática**:

El sistema de trasiego de la pulpa presenta un problema fundamental que es el alto riesgo de sedimentación, debido a que las velocidades en las tuberías son bajas, provocando a la vez un incremento en el consumo energético y de mantenimiento al ser instaladas cada vez más bombas reforzadoras. Por otra parte la selección de los sistemas de bombeo considerando la pulpa en cuestión como un fluido newtoniano trae como consecuencia una ineficiencia energética del sistema operacional afectando el flujo productivo. Para confirmar la selección correcta del equipamiento tecnológico, el análisis reológico debe ser probado científicamente. Si el análisis investigativo muestra que la pulpa es un fluido no newtoniano, la selección de las bombas debe ser revisada por un personal técnico calificado.

En las investigaciones referenciadas se determinan los gradientes de presión ( $\Delta P/L$ ), a partir de los datos experimentales obtenidos para cada situación específica de otros fluidos que no incluyen la pulpa laterítica. Las relaciones entre las variables flujo volumétrico, diámetros del tubo, temperaturas de operación y propiedades físicas de los fluidos se describen mediante ecuaciones empíricas, que son válidas únicamente para las condiciones particulares existentes durante la realización de los experimentos. Para otras condiciones (geometrías, fluidos, temperaturas), dichas ecuaciones no serían aplicables (Garcell *et al.*, 2011 y Rodríguez *et al.*, 2016).

Por lo anteriormente expuesto en el presente trabajo se define como **problema a investigar** que:

Los estudios relacionados con los parámetros de hidrot transporte de la pulpa laterítica en función de la clasificación reológica en régimen de flujo laminar a través de una tubería horizontal, que permita la selección eficiente de los sistemas de bombeo, aún son insuficientes.

Se establece como **objeto de la investigación**:

El proceso de hidrot transporte de la pulpa laterita a través de tuberías horizontales.

El **campo de acción** de la investigación se enmarca en la: determinación de la caída de presión por unidad de longitud, así como la reología, granulometría, sedimentación y la densidad de la pulpa laterítica transportada por tubería horizontal.

Dado el problema a resolver se plantea la siguiente **hipótesis**:

A partir de las propiedades que presenta la pulpa laterítica como la granulometría, la densidad, la sedimentación y su reología, se podrán determinar los parámetros de hidrot transporte como son los gradientes de presión requeridos para lograr flujos volumétricos en tubería horizontal y garantizar una selección adecuada de los sistemas de bombeo.

Se define como **objetivo del trabajo**:

Determinar en correspondencia con las propiedades de la pulpa laterítica, el gradiente de presión para el transporte de flujos volumétricos en tubería horizontal que permita la selección adecuada de los sistemas de bombeo de acuerdo con su comportamiento reológico y granulométrico.

Para cumplir el objetivo central, se desarrollaron los siguientes **objetivos específicos**:

1. Caracterizar la pulpa laterita cruda desde el punto de vista granulométrico, densidad, sedimentación y reológico; estableciendo la influencia de estos factores sobre su comportamiento.
2. Realizar y analizar las investigaciones teóricas y experimentales de los parámetros de hidrot transporte (gradientes de presión requeridos para lograr flujos volumétricos) de la pulpa laterítica en régimen de flujo laminar.
3. Validar la metodología de cálculo del gradiente de presión de la pulpa laterítica durante el hidrot transporte en régimen laminar, utilizando un tramo recto de tubería horizontal.

De acuerdo a los objetivos propuestos, se plantean las siguientes **tareas del trabajo**:

1. Análisis de las limitaciones en las teorías y las expresiones empíricas desarrolladas en la literatura actualizada para el cálculo de la caída de presión al ser aplicadas a la pulpa laterita.
2. Determinación de las propiedades granulométricas, densidad, reológicas y de sedimentación de la pulpa en proceso y compararlas con los resultados de las investigaciones anteriores.
3. Simulación de las características de hidrot transporte (gradiente de presión, requeridos para lograr flujos volumétricos) de la pulpa laterita y compararlos con los cálculos teóricos, con el objetivo de validar los modelos empleados.
4. Análisis de las incidencias, económicas y medio ambientales del sistema de hidrot transporte de la pulpa laterita.

Los **métodos y técnicas** de investigación empleados en el trabajo son los siguientes:

**Métodos teóricos:**

1. Método de investigación bibliográfica en los archivos de las empresas, las revistas científicas consultadas, publicaciones en internet y los textos clásicos.
2. Método sistémico investigativo para procesar el conocimiento científico referido a la temática abordada en el presente trabajo.
3. Método histórico-lógico para el estudio del desarrollo de las teorías relacionadas con el proceso de flujo de la pulpa laterita por tuberías y accesorios.
4. Método inductivo-deductivo para el establecimiento de las limitaciones de las teorías y las expresiones empíricas desarrolladas en las investigaciones anteriores

para la determinación de los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterita comportándose como un fluido no newtoniano.

#### **Métodos empíricos:**

1. Método de modelación físico-matemática para la obtención de los modelos propuestos, basado en los principios del movimiento de fluidos no newtonianos.
2. Método de investigación experimental para obtener los datos necesarios para validar los modelos teóricos utilizados y describir el flujo de la pulpa laterita por tuberías.
3. Técnicas computacionales para el procesamiento estadístico de los datos experimentales, la validación del modelo matemático y obtención de los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterita.

#### **Aportes metodológicos:**

- Se proponen modelos de gradiente de presión, que se utilizarían en la evaluación y selección eficiente de los sistemas de hidrotransporte de la pulpa laterita, viéndose la necesidad de utilizar los parámetros que caracterizan el comportamiento reológico del fluido (gradiente de velocidad, esfuerzo cortante, índice de flujo, índice de consistencia), en el cálculo y evaluación de problemas de hidrotransporte de materiales no newtonianos por tuberías.
- Los modelos propuestos para describir el sistema de hidrotransporte de la pulpa laterita se pueden introducir en temas de asignaturas afines a las especialidades de Ingeniería Mecánica, Química y Metalurgia.

#### **Aportes prácticos:**

- La aplicación de los modelos reológicos obtenidos en el cálculo de la caída de presión y el comportamiento de la velocidad de sedimentación aplicada al régimen de flujo por tuberías, permiten determinar los parámetros que caracterizan el hidrotransporte de la pulpa laterita.



# MARCO TEÓRICO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

## 1.1 Introducción

El papel que desempeñan los sistemas de hidrotransporte en las industrias niquelíferas es considerable. Por los diferentes regímenes de explotación continuos a los que está sometido este transporte hidráulico, se hace necesario estudios pertinentes que permitan identificar los parámetros racionales de hidrotransporte que favorezcan el comportamiento energético. El análisis de los trabajos precedentes permite detectar las insuficiencias en las investigaciones realizadas y proponer estrategias para investigar tanto a la pulpa laterita como su comportamiento en las instalaciones. En tal sentido, se declara como **objetivo del capítulo**: conformar el estado del arte a partir de la revisión bibliográfica relacionada con las propiedades del fluido y su hidrotransporte por tuberías, orientado a fundamentar la presente investigación.

## 1.2 Revisión bibliográfica

El estudio de los fenómenos planteados (régimen laminar y turbulento) en ocasiones es denominado flujo de fluidos. Podemos decir que el estudio de flujo de fluidos es una mezcla de conocimientos prácticos sobre hidráulica (antiguos) con estudios matemáticos en hidrodinámica de Euler y Reynolds (siglo XIX). Una forma importante de clasificar el movimiento de un fluido es a través de los llamados regímenes de flujo, lo que nos permite analizar características generales del flujo de un fluido.

Reynolds (1883) realizó un experimento con un equipo en el cual se encontraba una tubería llena de agua, una válvula cerrada y un recipiente graduado. El experimento consistió en abrir la válvula y se dejó pasar determinadas cantidades de flujo, el cual se midió en el recipiente además se dejó que se introdujera dentro de la corriente de agua un líquido coloreado, y se observó que se formaba una línea coloreada dentro del sistema, que la misma era continua para flujos bajos y que vibraba cuando se utilizaban a altos flujos (movimiento irregular del fluido).

Entonces definió de forma arbitraria y basado en la observación visual tres clasificaciones de los fluidos: flujo laminar, flujo de transición, flujo turbulento (Méndez 1984).

En el desarrollo de la investigación se han consultado diferentes trabajos y estudios realizados, la revisión bibliográfica ha estado dirigida en dos líneas fundamentales:

- La información relacionada con el enfoque teórico – metodológico del transporte de fluidos no newtonianos por tuberías.
- Los trabajos sobre el tema de flujo de fluidos no Newtonianos que consiste fundamentalmente en determinar los gradientes de presión y las velocidades críticas de sedimentación en los sistemas de tuberías.

Para todos los fluidos, la naturaleza del mismo es gobernada por la importancia relativa de la viscosidad y las fuerzas inerciales. Para los fluidos Newtonianos en específico, el balance entre estas fuerzas se caracteriza por el valor del número de Reynolds. El valor generalmente aceptado del número de Reynolds para un flujo laminar estable de un fluido Newtoniano es 2100. Para los fluidos independientes del tiempo, el valor del número de Reynolds crítico depende del tipo y grado del comportamiento no Newtoniano del fluido (Chhabra & Richardson 1999, 2008).

Cuando se requiere predecir el gradiente de presión para el flujo de pulpas en tuberías, la reología del fluido juega un importante rol, especialmente cuando incrementa la concentración de los sólidos en la pulpa. La relación del factor de fricción en función del número de Reynolds ( $f-Re$ ) es siempre aplicada al diseño de sistemas de tuberías, pero esto depende de los parámetros reológicos del fluido y la definición del número de Reynolds; en función del tipo de fluido no-Newtoniano que sea usado.

Haldenwang *et al.* (2012) utilizando una correlación basado en las ecuaciones del número de Reynolds propuestas por Metzner & Reed (1955) y el número de Reynolds propuesto por Slatter & Lazarus (1993), demuestra que los mismos muestran los valores más bajos de errores en la comparación con los valores experimentales para todos los regímenes de flujo. Esto mostró que las ecuaciones pueden ser usadas para predecir la caída de presión para un 20 % de máximo error, utilizando pulpas con diferentes concentraciones en peso, caracterizándola como plástico Bingham.

Numerosas investigaciones se han realizado para obtener expresiones empíricas del número de Reynolds para los diferentes regímenes de flujo de estos fluidos. Para fluidos seudoplásticos el criterio de Ryan Johnson (1959) puede ser usado. Los valores

correspondientes del número de Reynolds crítico aumentan a medida que disminuye el índice de flujo ( $n$ ), alcanzando un valor máximo de 2 400 para un valor de  $n=0,4$  y disminuyendo hasta valores de 1 600 para  $n=0,1$ . Lo que se diferencia de investigaciones realizadas por Dodge & Metzner (1959) que observaron condiciones de flujo laminar hasta  $R_e \approx 3100$  para un fluido seudoplástico con  $n=0,38$ .

Otras investigaciones referentes al tema, informan en sus datos para determinar el factor de fricción para soluciones de polímeros visco-elásticos con el número de Reynolds de hasta 10 000. Esto demuestra, que todavía no es posible tener un criterio cuantitativo que limite el valor del  $R_e$  para fluidos visco-elásticos (Metzner & Park 1964).

Otros criterios se han propuesto en dependencia del modelo específico del fluido, mostrándose en las literaturas consultadas (Hanks 1963; Govier & Aziz 1982; Wilson 1996; Marlín 1997).

Análogamente, Slatter (1996) propuso un criterio para determinar el número de Reynolds con un fluido del tipo Herschel-Bulkley delineando el régimen de flujo laminar y transición. Su argumento se afirma en el hecho de que las fuerzas inerciales y viscosas en el fluido son determinadas solamente por la parte del fluido que se encuentra sometida a deformación, y excluyendo la proporción atribuible a la zona de fluido tapón que se encuentra presente en el centro de la tubería. Las condiciones del flujo laminar dejan de existir cuando  $R_e = 2100$ . El cálculo de la velocidad crítica correspondiente a  $R_e = 2100$  requiere un procedimiento iterativo.

Como consecuencia, también se ha mostrado que mientras el régimen de flujo está en laminar a transición turbulenta a través de tuberías de diámetros pequeños es sencillamente no afectado por el valor del esfuerzo cortante, ambos parámetros de flujo como el índice ( $n$ ) y el esfuerzo cortante ( $\tau_w$ ) juegan un papel esencial a la hora de determinar el punto de transición cuando incrementa el diámetro de la tubería. Esto aparece cuando el gradiente de velocidad y el esfuerzo cortante actúan juntos para estabilizar el flujo, de ese modo demorando la transición de las condiciones del flujo laminar. Estos resultados son confirmados con estudios teóricos y experimentales

disponibles (Frigaard *et al.* 1994; Draad *et al.* 1998; Nouar & Frigaard 2001; Peixinho *et al.* 2005; Rudman & Blackburn 2006).

Como parece indicar en las investigaciones, existen varias ideas para delimitar el flujo laminar a transición turbulenta, quedando claro que todavía se necesitan investigaciones referentes en este tema. En investigaciones realizadas por Escudier & Presti (1996) utilizando una mezcla de agua y arcilla sintética clasificándola como un fluido Herschel-Bulkley, plantean en sus experimentos que la transición a flujo turbulento ocurre cuando  $R_e = 3400$ . Sin embargo otros autores (Rudman *et al.* 2006) sugieren que a medida que el índice de flujo  $n$  disminuye, el número de Reynolds aumenta. Sus experimentos indican que esa transición ocurre para un número de Reynolds modificado de 1300 y 3000.

Los experimentos de Slatter (1997; 1999a; 1999b; 2000) establecen un criterio simple solo para delimitar la transición como existen para los fluidos Newtonianos que son conducidos por tuberías utilizando un  $R_e = 2300$ , con una particularidad de que las investigaciones se realizan para diámetros de tuberías pequeños. Estos resultados fueron confirmados para otros tipos de fluidos con características pseudoplásticas (Escudier *et al.* 2009).

Un problema importante a tener en cuenta en el diseño de plantas que manejan pulpas, es el comportamiento de la misma. Cada vez se presiona a usar menor cantidad de agua y operar a altas concentraciones directamente lo cual afecta el comportamiento del flujo de fluido. Slatter (2004, 2005, 2006) y Haldenwang *et al.* (2000, 2006) usando fluidos con diferentes características reológicas, en especial ajustándose al modelo plástico Bingham, determina el impacto de esta reología en el régimen de flujo en transición, mostrando que las partículas sedimentan en régimen laminar. Dentro de sus investigaciones, presenta un nuevo análisis para determinar un coeficiente de corrección para la curva carga-capacidad en bombas centrífugas cuando se utilizan fluidos Herschel-Bulkley. La particularidad de esta investigación es que este coeficiente es en función del número de Reynolds, donde se muestra que a medida que disminuye el número de Reynolds por debajo de  $1,00E+06$  disminuye este coeficiente (HR).

Las investigaciones demuestran que la reología de una pulpa depende del estado físico y químico del fluido, así como el flujo que se condiciona. Por lo que se parte de que todavía hay que realizar más investigaciones en este ámbito específicamente para la pulpa laterítica.

Aunque se encuentren las condiciones de flujo turbulento en los sistemas hidráulicos, es frecuente el bombeo de fluidos no newtonianos como lodos, suspensiones de arcilla y carbón, pulpas industriales realizándose en régimen de flujo laminar y transición. Estos fluidos son usualmente transportados en el régimen de flujo turbulento en tuberías de diámetros grandes (Chhabra & Richardson 1999, 2008). Por consiguiente, muchas investigaciones se han realizado para desarrollar metodologías en la predicción de las pérdidas de presión por fricción en régimen de flujo turbulento por tuberías, especialmente con fluidos puramente viscosos que se ajustan a modelos pseudoplásticos, plásticos Bingham y Herschel-Bulkley. Excelentes artículos muestran estudios referentes al flujo turbulento de fluidos visco-elásticos, los mismos se encuentran disponibles en la literatura (Govier & Aziz 1982; Cho & Hartnett 1982; Sllin *et al.* 1982a; 1982b; Rurman *et al.* 2001; Rudman & Asis 2012).

De la misma manera como existen muchas ecuaciones para predecir el factor de fricción para fluidos Newtonianos en régimen de flujo turbulento, hay numerosas ecuaciones para los fluidos no-Newtonianos independientes del tiempo; la mayoría de estas fueron basadas en consideraciones dimensionales combinadas con las observaciones experimentales (Govier & Aziz 1982; Heywood & Cheng 1984). Existe una preponderancia de correlaciones basada en los fluidos con comportamiento pseudoplásticos y adicionalmente algunas expresiones están disponibles para los fluidos plásticos Bingham (Tomita 1959; Wilson & Thomas 1985; Bartosik 2011).

Teniendo en cuenta lo anteriormente expresado para los fluidos del tipo Herschel-Bulkley son escasas las investigaciones acerca la determinación de expresiones que faciliten el cálculo del número de Reynolds y delimiten las zonas de transición de los regímenes de flujo laminar, transición y turbulenta.

El comportamiento del flujo es el resultado de interacciones complejas entre la dinámica del fluido, la reología y la ciencia de las partículas, y puede ir del flujo laminar simple de

materiales homogéneos a flujos granulares donde los sólidos se llevan como una cama estacionaria.

Los flujos de fluidos con altas concentraciones de sólidos en las suspensiones que se bombean a diques o a procesos unitarios de separación de sólidos aumentan hoy en día. Estos experimentan cambios en el comportamiento en los sistemas de tuberías, cuando la interacción partícula-partícula empieza a dominar los flujos y las suspensiones no se comportan como un flujo simple turbulento en la tubería. En algunas líneas, las velocidades mínimas que deben mantenerse para prevenir las obstrucciones en la tubería aumentan, mientras en otras las velocidades son menores que estas ocurriendo la sedimentación, ocasionando deficiencias en los procesos de separación de sólidos en los reactores. En ambos casos, los gradientes de presión en el transporte aumentan y esto se debe a la reducción de sólidos al final y del resultado en la línea con la deposición de estos sólidos (Pullum 2007).

Las tuberías, también estaban experimentando un cambio en esta dirección. Concentraciones convencionales, por lo general bajas en estos sistemas, típico de tuberías de carga de distancias largas y traslado entre plantas, usan una tecnología que logró la madurez a mediados del último siglo. Esta tecnología asegura actualmente que puedan llevarse las partículas finalmente molidas a bajos gradientes de presión, permitiendo considerables distancias entre las estaciones de bombes. Las tuberías de carga pueden medir grandes distancias. Partículas grandes o densas llevadas de esta manera, requieren altas velocidades y esto provoca grandes gradientes de presión, provocando grandes consumos de energía. Los esfuerzos dirigidos a este problema produjeron una cantidad considerable de investigaciones alrededor del mundo (Lawler *et al.* 1978; Thomas 1978; Duckworth *et al.* 1982; Brookes & Snoek 1986; Brown 1988; Hore *et al.* 1990; Thomas *et al.* 2004; Wilson *et al.* 2006).

Un acercamiento alternativo a llevar las partículas grandes a las velocidades más bajas y bajos consumos de energía específicos era simplemente aumentando la concentración de los sólidos a valores que se acercan a la concentración de la cama estacionaria (Castaño *et al.* 1979; Bhattacharya & Imrie 1986). Estas altas concentraciones pueden transportarse en flujo laminar, manteniendo la concentración

alta de sólidos, sin miedo de bloquear la tubería. Sin embargo, los gradientes de presión son elevados para el transporte a largas distancias.

Todas estas investigaciones realizan un gran esfuerzo por diseñar sistemas de tuberías y predecir el comportamiento de la suspensión basado en metodologías con las cuáles es difícil de tener éxito, sobre todo si se considera el escalado en estos sistemas. Sin embargo, modelos mecánicos que usan la reología de los fluidos y las propiedades de las partículas para predecir el comportamiento de la suspensión son utilizados con precisión para una variedad de tipos de materiales y regímenes de flujo.

Paterson (2011) realiza una revisión bibliográfica de los principales sistemas de bombeo de pulpas industriales de la minería, pastas y colas de desechos. Con el objetivo de comprender los principales problemas que han surgido y proponer soluciones en la dirección de perfeccionar la tecnología de los sistemas de tuberías y sistemas de bombeo de fluidos de altas densidades y viscosidad.

Los sistemas de tuberías analizados presentaron problemas de sedimentación en las líneas después de algunos días de operación debido a las bajas velocidades de transportación en flujo laminar (Cooke 2002; Houman & Johnson 2003; Jhonson & Vietti 2003; Cowper *et al.* 2010) cuando se estaba transportando pulpas.

Estos resultados confirman que el transporte de pulpas y otros fluidos viscosos a largas distancias en régimen laminar y velocidades bajas no era factible (Slatter 2004). Concluyendo que todavía no se han establecido ninguna comprensión conclusiva, o un análisis mecánico bien investigado de este fenómeno, y el hidrot transporte de lodos, pulpas y otros fluidos no-Newtonianos a concentraciones altas en flujo laminar sigue siendo un problema industrial urgente. Planteando que los fluidos con altas densidades, el comportamiento del mismo es muy dependiente de las propiedades del material y cuando la concentración de los sólidos aumenta este efecto es más pronunciado. En particular, los materiales con altos porcentajes de partículas finas, tiende a ser significativamente más viscosos.

Los sistemas descritos operaban en régimen laminar y el bloqueo en la tubería ocurría cuando el material con partículas grandes entraba en la tubería. Confirmándose en investigaciones realizadas por Izquierdo *et al.* (1995a; 1995b), el cual plantea que la

sedimentación de la pulpa laterítica en la tubería ocurre principalmente por impurezas o partículas de diámetros mayores al establecido por diseño de la planta.

Otros trabajos se han realizado con pastas producidas en las minas de oro en Esperanza (Chile), la cual es muy viscosa y un alto esfuerzo cortante es necesario aplicarle a la misma para romper su estado de inercia. Los resultados de Lupnow & Moreno (2009) muestran que el esfuerzo cortante de la pulpa varió de alrededor de 50 Pa a 200 Pa. Como la distancia del sistema de bombeo era relativamente corta, varias bombas centrífugas en series localizadas en una simple estación de bombeo se encargaban del transporte del fluido a través de una tubería de un diámetro grande. Según los reportes del esfuerzo cortante en la tubería el régimen de flujo era laminar y no se registraron problemas, garantizándose un buen funcionamiento del mismo.

Entre otros trabajos Aziz & Mohamed (2013) y Turian & Yuan (1971) realizan una investigación experimental con transporte de pulpas de arena y de lodo. La investigación se encamina en determinar los parámetros principales de hidrot transporte de estos fluidos, los cuáles se deducen aplicando métodos de cálculos y experimentales que incluyen el número de Reynolds, el número de Froude, la concentración de sólidos en la pulpa, la gravedad específica y la relación del radio de la partícula y el diámetro de la tubería.

Los resultados preliminares mostraron clasificando la pulpa como heterogénea, que a medida que aumenta la concentración de la pulpa aumenta la pendiente hidráulica, y a la vez decrece la eficiencia en el transporte de los sólidos, así mismo sucedía con la gravedad específica de los sólidos, demostrándose la diferencia de transportar fluidos más pesados con respecto a otros más ligeros. Otro resultado que deja claro el autor es que era preferible transportar mezclas con partículas finas que mezclas con partículas grandes desde el punto de vista del gradiente de presión y la eficiencia del transporte.

Estos estudios se encaminan a determinar los factores que afectan el transporte hidráulico de pulpas por tuberías, pero no se deja claro una metodología específica para determinar la dependencia funcional de los mismos en los sistemas hidráulicos. Además no se trata experimentalmente como el transporte de la pulpa afecta las características de las bombas.



Martínez (2009) y Laurencio (2007, 2012) mediante la determinación del comportamiento reológico y granulométrico establecen métodos de cálculo para el hidrot transporte de las suspensiones del cieno carbonatado y el crudo mejorado 650. Mostrando correlaciones del gradiente de presión en función de la velocidad del fluido experimental y teóricamente dando errores en la predicción de menos del 10 %. El autor considera que los métodos son aplicables a fluidos con comportamiento plástico Bingham y pseudoplásticos respectivamente, no ajustándose a la pulpa laterítica la cual presenta un comportamiento Herschel-Bulkley.

La mayoría de las investigaciones precedentes abordan la fenomenología de los fluidos no newtonianos, que aunque sirven de base para la investigación, no describen en la totalidad el fenómeno de transporte de estos fluidos en función de su heterogeneidad y las irregularidades del flujo en régimen laminar, condición en la cual existe la posibilidad de la ocurrencia de la sedimentación en las líneas.

Por este concepto se procede a realizar un estudio en la instalación de hidrot transporte de la planta de Espesadores de Pulpa, teniendo en cuenta las condiciones actuales de explotación de dicha planta que han variado en el transcurso de los años debido fundamentalmente a las proyecciones hacia mayores volúmenes de producción. Analizando las propiedades físico-mecánicas y reológicas de la pulpa laterita con el objetivo de determinar la caída de presión durante el hidrot transporte en régimen laminar de la pulpa laterítica en un tramo recto de tubería, a partir del comportamiento reológico y granulométrico de este fluido.

### **1.3 Reología de las pulpas**

La reología es una disciplina que estudia los principios físicos que regulan el movimiento de los fluidos y su deformación (Garcell *et al.* 2011; López 2014). Estos principios están ligados al comportamiento que tienen los fluidos en movimiento, con respecto al gradiente de velocidad, al esfuerzo de corte aplicado y a la viscosidad. Para entender cómo se relacionan estos parámetros, se puede imaginar un fluido entre dos grandes láminas y suponer que se le aplica movimiento a la lámina inferior, como muestra la figura 1.1. La fuerza de cizallamiento aplicada generará una deformación,



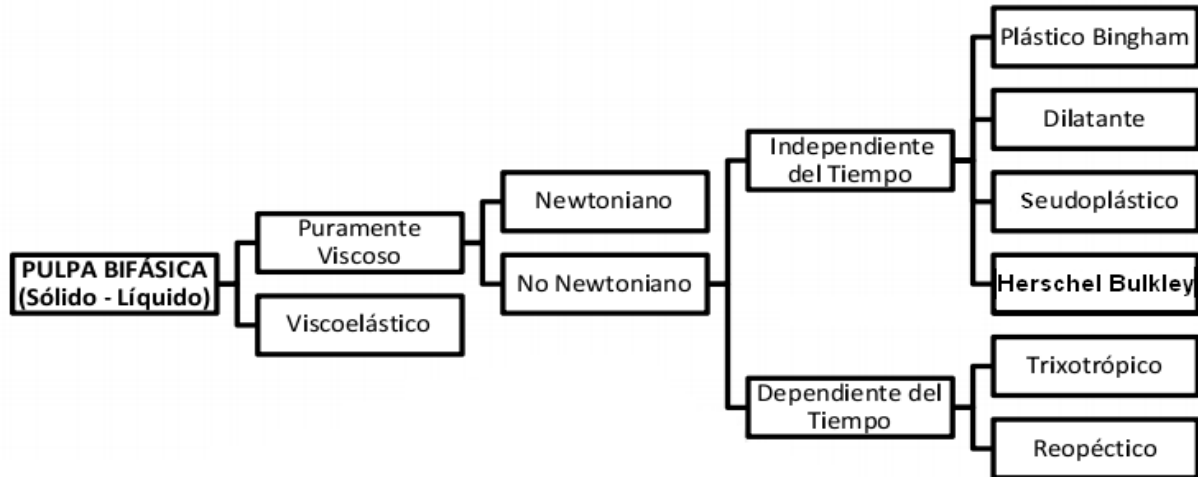


Figura 1.2 Clasificación de las pulpas (Abulnaga 2002; López 2014).

### Independientes del tiempo:

Este tipo de fluidos se caracteriza porque la deformación en un punto solo dependerá del esfuerzo de corte en ese instante ( $\tau$ ), entonces se les puede definir con la ecuación 1.2 (Abulnaga, 2002; López 2014).

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = f(\tau) \quad (1.2)$$

Donde:

$\tau$  - Esfuerzo cortante (Pa);

$\gamma = \frac{dv}{dt}$  - Gradiente de velocidad ( $s^{-1}$ );

Dentro de esta categoría, existe una clasificación de pulpas que dependen de la forma que tome la función de la ecuación 1.2 y que se reflejará en las curvas de esfuerzo de corte contra el gradiente de velocidad en las figuras 1.3.

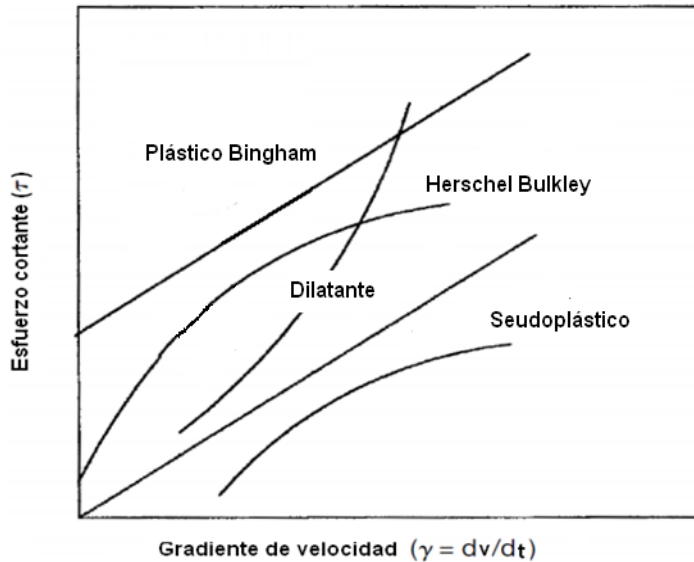


Figura 1.3 Curvas de flujo típicas de los fluidos más usados (Abulnaga 2002; López 2014).

**Plástico Bingham:**

La pulpa tipo plástico Bingham solicita un esfuerzo de corte inicial o fluencia que debe ser superado para romper el estado de inercia e iniciar el movimiento, a partir de ese punto, como se ve en la figura 1.3, el fluido adopta un comportamiento similar al newtoniano. El modelo reológico que define este tipo de pulpa se muestra en la ecuación 1.3 (Abulnaga, 2002):

$$\tau_{rz} = \tau_0 + \eta(\gamma) \quad (1.3)$$

Donde  $\tau_0$  es el esfuerzo cortante inicial y,  $\eta$  es la viscosidad plástica.

**Seudoplásticos:**

Este fluido es el más común dentro de los no Newtonianos y su característica básica es que estos comienzan a fluir tan pronto se les aplica un esfuerzo cortante; además, la viscosidad disminuye con el incremento del gradiente de velocidad. El esfuerzo en función del gradiente de velocidad se expresa mediante la ley de potencia como se muestra en la ecuación 1.4 (Abulnaga, 2002; Garcell *et al.* 2011; López 2014).

$$\tau_{rz} = k(\gamma)^n \quad (1.4)$$

Donde  $n$  es el índice de flujo y,  $k$  el índice de consistencia. El valor del parámetro  $k$  constituye una medida de cuanto más o menos viscoso es el material. Los valores de  $n$  indican el grado de comportamiento no newtoniano del fluido. Los parámetros reológicos  $k$  y  $n$  se determinan con ayuda de las curvas de flujo (Garcell *et al.* 2011).

**Dilatantes:**

En estos líquidos, la viscosidad aumenta con el incremento del gradiente de velocidad. Al igual que los seudoplásticos, también comienzan a fluir apenas para valores de  $\tau > 0$  (Garcell *et al.* 2011). La ley de potencia para los fluidos seudoplásticos se puede usar también en este caso, cuando  $n$  es menor que la unidad, el comportamiento es seudoplástico, mientras que para valores mayores que la unidad es dilatante. Los fluidos dilatantes son muy escasos ya que se necesita la concurrencia de muchas condiciones específicas como concentración, gradiente de velocidad, tamaño de partículas, etc (López 2014).

**Herschel-Bulkley:**

Estos fluidos son muy parecidos a los seudoplásticos, la diferencia es que se debe superar un esfuerzo cortante inicial para lograr el movimiento. Lo cual produce que la ley de potencia se modifique a la ecuación 1.5 (Abulnaga, 2002; López 2014).

$$\tau_{rz} = \tau_0 + k(\gamma)^n \quad (1.5)$$

Donde  $\tau_0$  es también un esfuerzo cortante inicial;  $k$  y  $n$  tienen los mismos significados que los fluidos seudoplásticos. Los valores de los parámetros reológicos pueden determinarse mediante los datos de la curva de flujo, aplicando el método estadístico de los mínimos cuadrados o un procedimiento gráfico propuesto por Skelland (1970) y Garcell *et al.* (2011).

Si se combinan las ecuaciones 1.5 y 1.1, se obtiene la expresión de la viscosidad aparente (Laurencio 2007; Martínez 2009):

$$\mu_a = \frac{\tau_0}{\gamma} + k(\gamma)^{n-1} \quad (1.6)$$

Existen sustancias no newtonianas que, al ser sometidas a un gradiente de velocidad constante durante un período de tiempo, sus viscosidades cambian en el tiempo. Este es el caso de los materiales *tixotrópicos*, en los que la viscosidad disminuye con el tiempo, y los *reopécticos*, en los que, por el contrario, la viscosidad aumenta con el tiempo (Garcell *et al.* 2011).

#### **1.4 Flujo de dos fases líquido-sólidos**

El transporte de partículas sólidas en un medio líquido es ampliamente usado en muchas industrias como la minería, farmacéutica, de alimentos, la petrolera e industrias químicas.

En la industria, las velocidades altas son normalmente asociadas al transportar flujos multifásicos, en el caso del transporte de la pulpa no hay ninguna diferencia, ya que a bajas velocidades llevaría a que las partículas sólidas salgan de la suspensión y a su vez puedan llegar a obstaculizar las tuberías, alterando las condiciones de flujo, disminuyendo los índices de producción y afectando los requisitos de consumo de energía en el transporte de la pulpa por tubería. Esto puede atribuirse a los diferentes regímenes de flujo que pueden ocurrir para que la pulpa fluya, lo que exige que la velocidad de flujo sea lo suficientemente superior que la velocidad crítica de deposición y la velocidad de transición viscosa, lo que se diferencia de un flujo homogéneo, en una sola fase e independiente de la velocidad de flujo que se experimente.

Sin embargo, debe notarse que una elevada velocidad puede causar que las partículas choquen contra la pared de la tubería y pueda ocasionar la abrasión y así conducir a la corrosión bajo condiciones específicas (Brown & Heywood 1991; Abulnaga 2002; Hu 2006).

##### **1.4.1 Regímenes de flujo en la pulpa**

Como parte de la dinámica de un fluido dentro de una tubería se puede observar que cuando los fluidos poseen viscosidad, existe un rozamiento interior que origina tensiones tangenciales entre las capas del fluido. Este fenómeno origina que los fluidos bajo determinadas condiciones, pueden estar en régimen laminar, turbulento o transitorio. Como se ha especificado anteriormente para determinar dentro de que régimen se encuentra un fluido se utiliza el número de Reynolds, que es la relación que

existe entre la fuerza inercial y la fuerza viscosa y se define mediante la siguiente ecuación 1.7 (López 2014):

$$Re = \frac{\rho \cdot \langle v \rangle \cdot D}{\mu} \quad (1.7)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido ( $Kg/m^3$ ),  $\langle v \rangle$  la velocidad promedio ( $m/s$ ),  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido ( $Pa \cdot s$ ) y  $D$  el diámetro interior de la tubería ( $m$ ).

### **Régimen Laminar**

Se entiende por régimen laminar, al movimiento de un fluido cuando se mueve en láminas paralelas y cada partícula del fluido sigue una trayectoria ordenada, llamada línea de corriente. Este régimen es típico a bajas velocidades o viscosidades altas. El perfil de velocidades para este régimen es bastante pronunciado como se ve en la figura 1.5a, donde la velocidad de las capas adheridas a las paredes será nula, mientras que en el centro la velocidad es mucho mayor, formando un perfil tipo paraboloides (Garcell *et al.* 2011; López 2014).

### **Régimen turbulento**

Este régimen es mucho más común que el anterior en sistemas hidráulicos y se caracterizan en que las partículas viajan en forma caótica, formando pequeños remolinos. De esta manera, las capas se entrecruzan sin conservar su individualidad, entonces si se mide la velocidad instantánea en varios puntos de una sección, se observa que varía tanto en magnitud como en dirección sin ninguna regularidad, como se ve en la figura 1.5b, lo mismo sucederá con la presión (Garcell *et al.* 2011; López 2014).

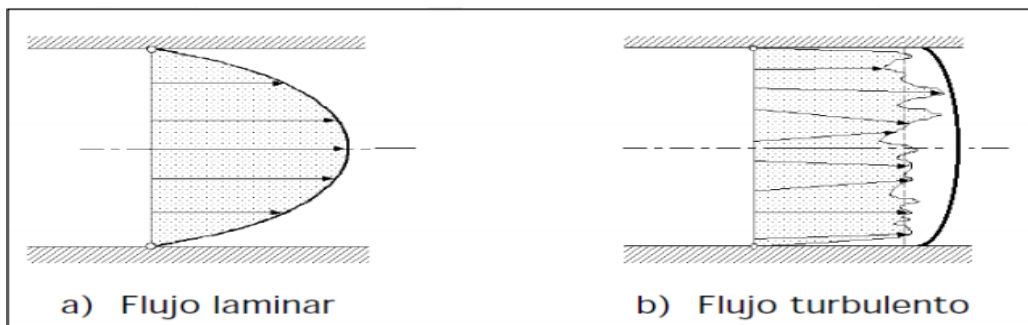


Figura 1.5 Regímenes de flujo (Fernández 2002; López 2014).

Tanto para el caso de flujo laminar o turbulento se definen valores medios de velocidad y presión que generan un régimen ficticio que se conoce como movimiento o régimen medio como se muestra en la figura 1.6. Este modelo no es aplicable a zonas próximas a las paredes, donde prevalece la teoría de la capa límite (López 2014).

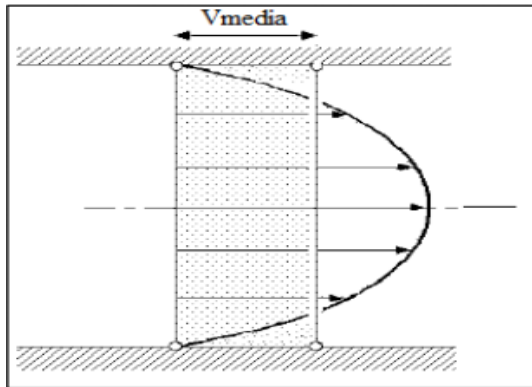


Figura 1.6 Régimen medio de flujo (Fernández 2002; López 2014).

### **Régimen de transición**

Para estudios técnicos, el régimen de flujo en tuberías se considera como laminar si el número de Reynolds es menor que 2 100 y turbulento si el número de Reynolds es superior a 4 000. Entre estos dos valores está la zona denominada “crítica” donde el régimen de flujo es impredecible, pudiendo ser laminar, turbulento o de transición, dependiendo de muchas condiciones con posibilidad de variación. La experimentación cuidadosa ha determinado que la zona laminar puede acabar en números de Reynolds tan bajos como 1200 o extenderse hasta los 40 000 (Reza 2000); pero estas condiciones no se presentan en la práctica.

### **1.4.2 Tipos de flujo de pulpas**

El flujo de pulpas por tuberías es complejo, ya que este es afectado por muchas variables, en particular las propiedades de las partículas sólidas en relación con el líquido. Debido a esta complejidad y las incertidumbres asociadas con las teorías y los modelos de flujo de la pulpa, se han dirigido significativas investigaciones con flujo de pulpas para diferentes concentraciones de las partículas, orientación de la tubería, y condiciones operacionales, las cuáles han producido diferentes tipos de flujo ya identificados (Abulnaga 2002; Hu 2006).



Inicialmente, una clasificación se desarrolló por Durand & Condolios (1952) y posteriormente fue refinado por otros investigadores en el transcurso de los años. Shook *et al.* (2002) sugirió que si las partículas mayores que  $50\ \mu\text{m}$  están presentes en el flujo a bajas concentraciones, el flujo puede ser clasificado como heterogéneo. Si el diámetro medio de las partículas es menor que  $50\ \mu\text{m}$  el flujo exhibirá propiedades homogéneas. Sin embargo, otras investigaciones han notado que las pulpas de diferentes concentraciones y composiciones exhiben diferentes propiedades de flujo y así mismo diferentes modelos de flujo (Zandi 1971; Abulnaga 2002). No obstante, se acepta ampliamente que el flujo de pulpas puede ser clasificado en cuatro modelos de flujo principales, como se muestra en la figura 1.7 (Doron & Barnea 1996; Hu 2006; Bartosik 2010).

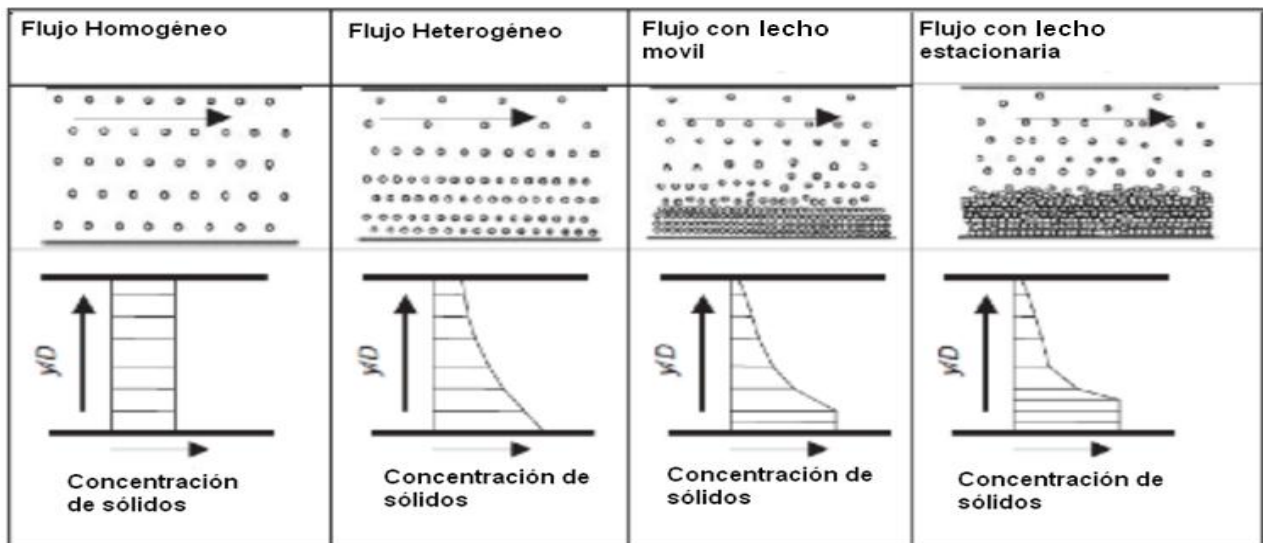


Figura 1.7 Clasificación de los regímenes de flujo para pulpas en tuberías horizontales (Hu 2006).

**Flujo Homogéneo:** Como se puede ver en la figura anterior, los sólidos son uniformemente distribuidos en el medio líquido a través de la sección horizontal de la tubería. La mayoría de los flujos de pulpas son considerados homogéneos si los mismos poseen partículas de diámetros menores de  $40\ \mu\text{m}$ , sin embargo este también depende de las densidades de los sólidos y el líquido. También, para que el flujo homogéneo persista, la velocidad media de flujo debe ser lo suficientemente alta para mantener las finas partículas sólidas de bajas densidades en la suspensión uniforme, incluso a las concentraciones altas de las partículas de hasta 60 % de sólidos en peso.

Cuando la concentración de las partículas sólidas está por encima de un 40 % de sólidos en peso, la mezcla empieza a ser más viscosa y desarrolla propiedades no Newtonianas pero todavía puede ser considerada y descrita por un modelo de una sola fase. Típicas pulpas que exhiben flujo homogéneo son las pulpas de lodos y arcillas (Abulnaga 2002; Hu 2006).

**Flujo Heterogéneo:** A medida que el flujo decrece, o si hay una disminución en la velocidad de la pulpa, las partículas sólidas más grandes y densas se separan del líquido formando un gradiente de concentración en el plano vertical, es decir la no uniformidad de sólidos en el plano horizontal.

Cuando hay una distribución de la concentración en la sección transversal de la tubería y el flujo es considerado como heterogéneo, no quiere decir que las partículas sólidas son depositadas en el fondo de la tubería, manteniéndose la mayoría de las partículas todavía en suspensión. A medida que la concentración de los sólidos aumente, se espera que el gradiente de concentración de sólidos persista con las partículas más densas en la parte inferior de la tubería. Sin embargo, debe notarse que el flujo heterogéneo tiene típicamente las concentraciones de sólidos bajas pero pueden alcanzar valores altos como 35 % de sólidos en peso (Abulnaga 2002).

**Flujo con lecho o cama móvil:** Como la velocidad en régimen de flujo heterogéneo se reduce por debajo de la velocidad mínima de deposición, las partículas más grandes y densas se depositan en el fondo de la tubería. Un gradiente de concentración todavía existe, donde las partículas menos densas (más finas) todavía están en suspensión en el medio dispersante (homogéneo) y como hay un gradiente de concentración desarrollado por las partículas más densas, el gradiente de concentración incrementa acercándose al fondo de la tubería (flujo heterogéneo). Por debajo de la velocidad mínima de deposición, las partículas sólidas salen de la suspensión y se depositan en la tubería en forma de una cama. Sin embargo, el esfuerzo cortante ejercido por el fluido todavía es capaz de transportar esta cama de material utilizando el término de flujo con lecho o cama móvil. Este flujo de cama móvil se utiliza mucho en los sistemas de tuberías (Hu 2006; Peker *et al.* 2008; Lahiri 2009).

**Flujo con lecho o cama estacionaria:** Cuando el régimen de flujo disminuye muy por debajo de la velocidad crítica, las partículas sólidas más densas empiezan a permanecer estacionarias y al mismo tiempo la altura de la cama aumenta con el movimiento debido a que las partículas presentan una menor velocidad de sedimentación por encima de la cama estacionaria a la parte superior de la tubería. El movimiento de las partículas en la parte superior de la tubería es tal que las partículas sólidas se mueven sobre otras (flujo por salto), tratando el fluido de mover los sólidos originándose una suspensión asimétrica.

El flujo con cama estacionaria puede llegar a conducir el bloqueo en la tubería, ya que las fuerzas que se resisten al movimiento son mayores que las que causan que las partículas se muevan, es decir, la presión requerida para continuar el movimiento del fluido empieza a aumentar (Hu 2006; Peker *et al.* 2008; Lahiri & Ghanta 2010).

Es importante para los operadores identificar los tipos de flujo de pulpas que se presentan en las tuberías, más aun cuando ellos pueden afectar la caída de presión y otras características de flujo, sin dejar de mencionar la influencia de estos flujos en la corrosión de la tubería.

#### **1.4.3 Flujo heterogéneo de pulpas que sedimentan en tuberías horizontales**

En las industrias de producción y transportación de petróleo y ciertamente en la mayoría de las otras industrias que utilizan o involucran transporte de pulpas, el tamaño de las partículas varía desde partículas finas hasta partículas más grandes y densas. Cuando las partículas fluyen en tuberías orientadas horizontalmente, hay una formación y sedimentación por capas diferentes, las cuáles contienen partículas de diferentes tamaños y en las que actúa la gravedad perpendicularmente al movimiento del flujo, lo que provoca que las partículas más grandes y densas sedimenten y el fluido no pueda mantenerlas en suspensión (Abulnaga 2002; Hu 2006).

#### **1.4.4 Velocidad de transición y velocidad crítica**

Los diferentes tipos o regímenes de flujo afectan la velocidad media del fluido, lo que a su vez afecta la caída de presión. Las velocidades de transición son las velocidades que definen un cambio de un flujo a otro. Los tipos de flujos de pulpas descritos

anteriormente pueden ser representados en un gráfico de gradiente de presión en función de la velocidad media de la mezcla como se puede ver en la figura 1.8.

Las velocidades de transición son definidas según (Abulnaga 2002; Hu 2006) como:

$v_1$ - Esta es la velocidad a la cual prevalece el flujo estacionario, situándose las partículas en la parte más baja de la tubería.

$v_2$ - Es la velocidad donde la mezcla fluye como una pulpa asimétrica con partículas grandes y densas que forman una cama móvil (Abulnaga 2002).

$v_3$ - Es la región de velocidad donde las partículas se mueven como una suspensión asimétrica y también está definida justamente cuando los sólidos comienzan a sedimentarse y formar una cama móvil.

$v_4$ - Es la velocidad donde los sólidos se mueven como una suspensión simétrica. Esto también puede definirse como la región donde el flujo homogéneo prevalece.

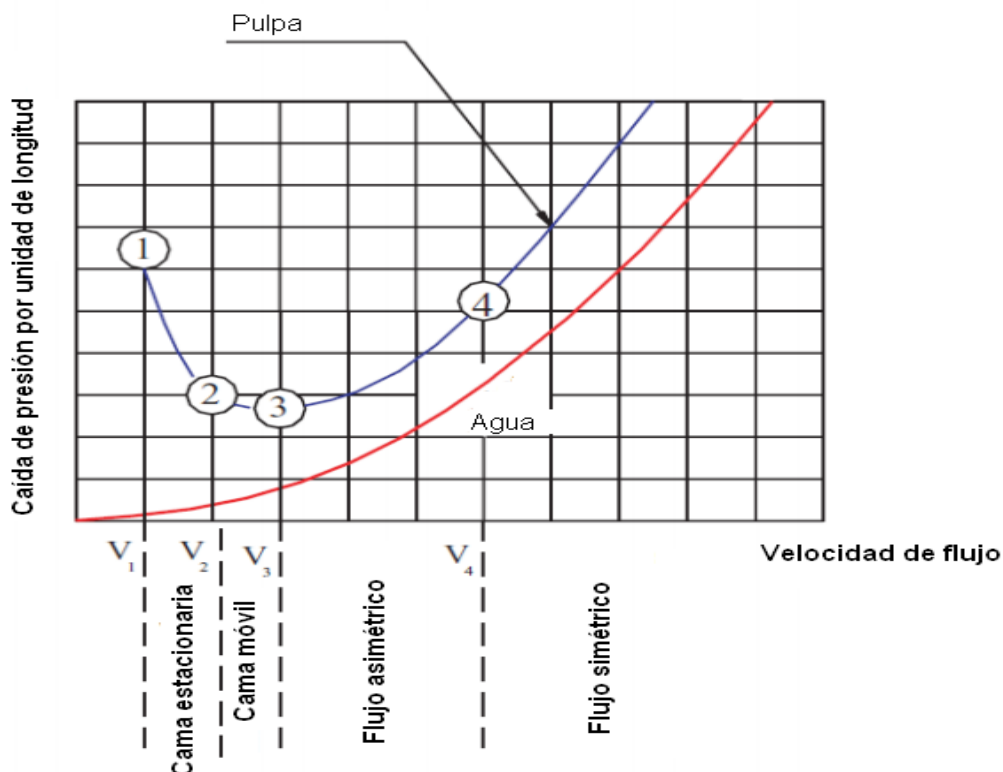


Figura 1.8 Gráfico de gradiente de presión en función de la velocidad de la mezcla (Abulnaga 2002).

La velocidad crítica,  $v_D$ , es definida como la "velocidad media de flujo requerida para prevenir acumulación de una capa de partículas estacionarias o corredizas en el fondo

de una tubería horizontal recta" (Hu 2006). Esta definición también puede extenderse a la velocidad de transición entre el flujo estacionario y el flujo con cama móvil conocida como la velocidad crítica de deposición  $v_D$  o  $v_3$  como se muestra en la figura 1.8. Muchos experimentos se han dirigido en el orden de determinar y predecir la velocidad crítica y los resultados basados en correlaciones empíricas son los más utilizados. Sin embargo, fueron usados muchos enfoques por los diferentes investigadores y esto trajo discrepancia entre estas correlaciones. No obstante, la velocidad crítica es un importante parámetro ya que esta representa la mínima velocidad de flujo que puede ser transportada la pulpa en tuberías sin causar la obstrucción en las mismas. La velocidad crítica también corresponde a la caída de presión más baja, como se muestra en la figura 1.8 (Abulnaga 2002; Wilson *et al.* 2006; Hu 2006).

Como se ha declarado anteriormente, varios investigadores (Gibert 1960; Shamlon 1988; Wilson *et al.* 2006) han propuesto diferentes ecuaciones para determinar la velocidad crítica y ciertamente las velocidades mínimas para los diferentes tipos o regímenes de flujo. Sin embargo, la base de sus ecuaciones de velocidades crítica son versiones modificadas de las ecuaciones propuestas por Durand & Condolios (1952) o Newitt *et al.* (1955). Durand & Condolios (1952) dirigieron un experimento para determinar la velocidad crítica con concentraciones de sólidos en volumen ( $c_v$ ) de hasta 15 % con el transporte de una mezcla de arena y agua que fluyen por tuberías de diferentes diámetros, los principales rangos fueron de 40 mm a 500 mm.

#### **1.4.5 Velocidad de sedimentación ( $v_s$ )**

Un concepto básico complementario, del cual depende directamente la velocidad crítica de deposición es la velocidad terminal o de sedimentación. Cuando una partícula, inmersa en un fluido estático, cae bajo la sola influencia de la gravedad, se acelera hasta que su peso quede balanceado por la fuerza de empuje y de arrastre viscoso que actúan hacia arriba. La velocidad que adquiere la partícula a partir de ese momento se denomina velocidad terminal, de caída o de sedimentación y se puede considerar como la mínima necesaria para que una partícula se mantenga en suspensión (López 2014). La evolución de la sedimentación de una suspensión floculada típica es como se describe a continuación. La figura 1.9 muestra una suspensión uniformemente

distribuida en el líquido y lista para sedimentar. La profundidad total de la suspensión es  $Z_0$ .

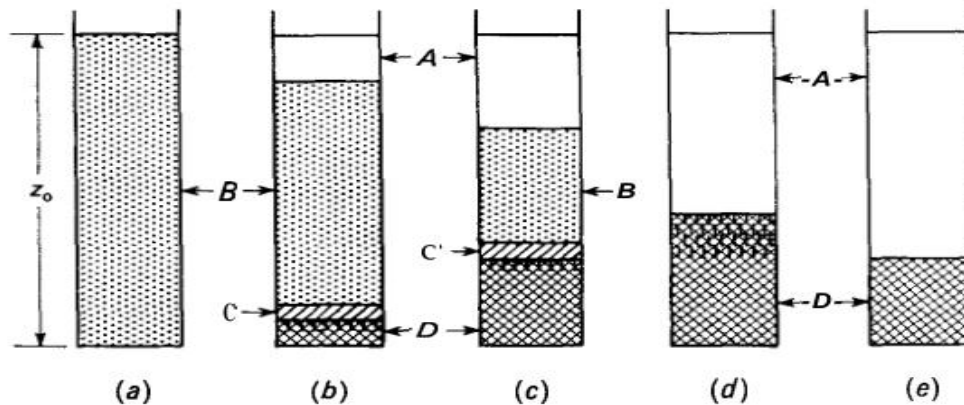


Figura 1.9 Comportamiento del proceso de sedimentación (Warren *et al.* 1998).

Si no hay arenas en la mezcla, la primera aparición de sólidos en el fondo del sedimentador, se debe a los flóculos que se originan en la parte inferior de la mezcla. Tal como muestra la Figura 1.9 (b), estos sólidos, que consisten en flóculos que descansan suavemente unos sobre otros forman una capa llamada zona D. Encima de la zona D se forma otra capa, llamada zona C, que es una capa de transición, cuyo contenido en sólidos varía desde el de la pulpa original hasta el de la zona D. Encima de la zona C está la zona B que consiste en una suspensión homogénea de la misma concentración que la pulpa original. Encima de la zona B está la zona A (si las partículas han sido totalmente floculadas) es un líquido claro. En pulpas bien floculadas el límite entre las zonas A y B es nítido. Si quedan partículas sin aglomerar la zona A es turbia y el límite entre las zonas A y B es confuso (Warren *et al.* 1998).

En la figura 1.9 (c) se observa que a medida que avanza la sedimentación, las longitudes de las zonas D y A aumentan, el de la zona C permanece constante, mientras que el de la zona B disminuye. Posteriormente, tal como muestra la figura 1.9 (d), desaparecen las zonas B y C, y todos los sólidos están en la zona D, comenzando entonces un nuevo efecto llamado compresión. El momento en el que la compresión resulta por primera vez evidente recibe el nombre de punto crítico. En la compresión una parte del líquido que acompañaba a los flóculos en la zona de compresión D es expulsado cuando el peso de los sólidos depositados rompe la estructura de los flóculos (Warren *et al.* 1998).

Durante la compresión una parte del líquido contenido en los flóculos se proyecta fuera de la zona D formando como pequeños surtidores y el espesor de esta zona disminuye. Finalmente, tal como muestra la figura 1.9 (e), cuando el peso de sólidos alcanza el equilibrio mecánico con la resistencia a la compresión de los flóculos, se detiene el proceso de sedimentación. En este momento las partículas alcanzan su altura final. Todo el proceso que se representa en la figura 1.9 recibe el nombre de sedimentación.

En la figura 1.10 se muestra la representación gráfica típica de la altura de las pulpas (el límite entre las zonas A y B) frente al tiempo. Tal como indica la primera parte de la curva, durante la primera etapa de sedimentación la velocidad es constante.

A medida que los sólidos se acumulan en la zona D, la velocidad de sedimentación disminuye y va descendiendo uniformemente hasta que se alcanza la altura final. El punto crítico corresponde al punto C de la figura 1.10.

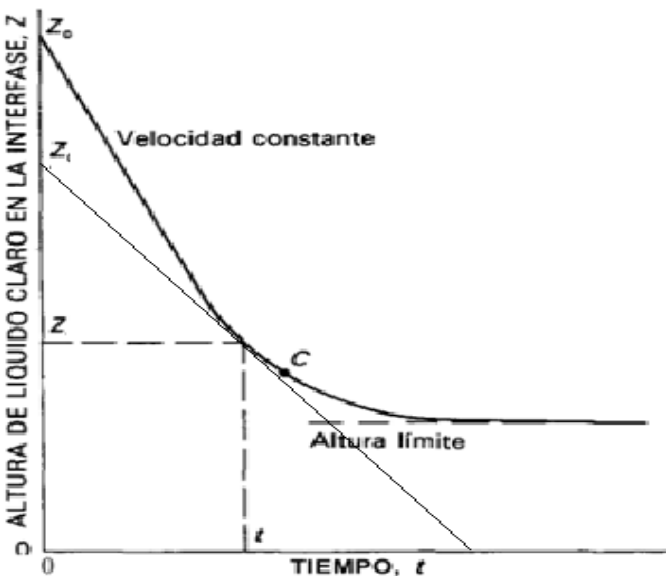


Figura 1.10 Velocidad de sedimentación (Warren *et al.* 1998).

El comportamiento de las suspensiones varía mucho tanto en sus velocidades de sedimentación como en las alturas relativas de las distintas zonas durante la sedimentación. Para evaluar con exactitud las características de sedimentación de cada suspensión individual, es preciso realizar un estudio experimental (Warren *et al.* 1998).

#### 1.4.6 Velocidad crítica de transición viscosa ( $v_c$ ) para pulpas homogéneas

La velocidad crítica de transición viscosa para fluidos homogéneos, se utiliza cuando la viscosidad del fluido es un parámetro importante a tener en cuenta. Esta velocidad define el límite para determinar si un flujo se encuentra en régimen laminar o turbulento. De esta manera si la velocidad de flujo supera con un factor de seguridad determinado la velocidad crítica de transición entre laminar y turbulento, se logra asegurar que una pulpa fluya en régimen turbulento, en el cuál se garantiza la no sedimentación de los sólidos (López 2014).

En la figura 1.11 se muestra la relación entre el gradiente de presión y la velocidad media de la pulpa para fluidos homogéneos, donde se enmarca el punto de transición viscosa.

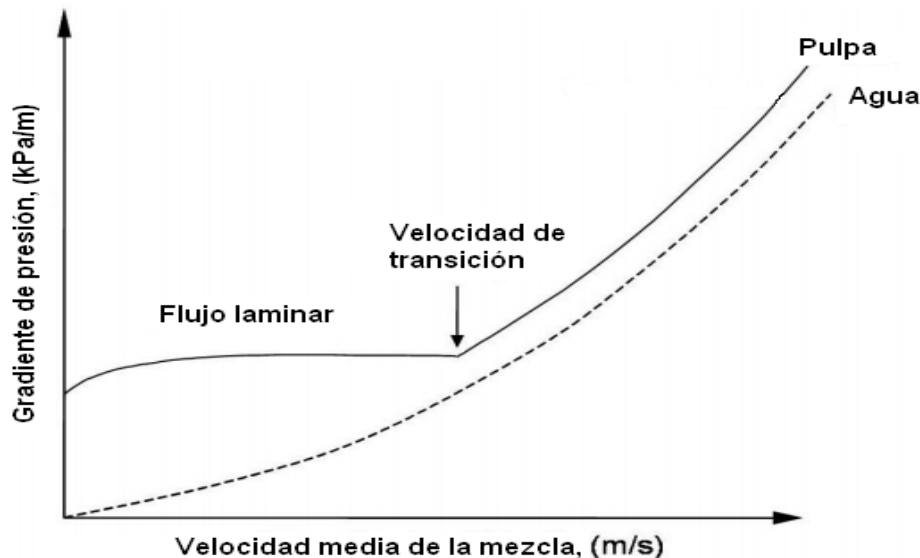


Figura 1.11 Velocidad crítica de transición viscosa (Mitchell *et al.* 2007).

Los diseñadores y operadores de los sistemas hidráulicos intentan mantener un flujo ligeramente superior sobre el punto de transición laminar–turbulento. Esto obviamente es una estrategia algo arriesgada ya que es difícil establecer el punto crítico de transición y esto trae como consecuencia un alto riesgo de bloqueo en la tubería (Mitchell *et al.* 2007).

#### 1.5 Caída de presión

La caída de presión es uno de los parámetros más importantes en lo que los operadores deben estar interesados, ya que esta nos muestra información acerca de



las condiciones de flujo en la tubería. Además, la caída de presión también puede proporcionar alguna información sobre el perfil de concentración de sólidos, la velocidad de la suspensión, si la tubería está por bloquearse o no (debido al aumento del lecho). Para los operadores y diseñadores, la caída de presión puede también proporcionar información relacionada sobre la selección de la bomba más conveniente, diseñar bombas que puedan superar las pérdidas por fricción anticipadamente y determinar la potencia consumida (Wilson *et al.* 2006; Hu 2006; Peker *et al.* 2008).

Debido a la complejidad del flujo de fluidos de dos fases sólidos-líquido, varios investigadores han propuesto una amplia gama de ecuaciones empíricas para determinar la caída de presión bajo diferentes condiciones operacionales. Muchos factores afectan la caída de presión o pérdida de presión en una tubería horizontal, las correlaciones de pérdida de presión son más complicadas que en el flujo de pulpas por tuberías verticales. Wilson *et al.* (2006) incluye algunos de estos factores pero no se limitan para los diferentes tipos de regímenes de flujo presentes en la sección transversal de la tubería, el efecto de la gravedad actúa perpendicularmente en las partículas en tuberías horizontales, la concentración de las partículas, el diámetro de la partícula y la velocidad de la partícula o de flujo.

La caída de presión es principalmente debida a las interacciones de las partículas sólidas con la pared de la tubería, la colisión entre partícula-partícula y la fricción del fluido que actúa en la pared de la tubería (esfuerzo cortante en la pared de la tubería), es decir la caída de presión debido a la fuerza de fricción es debido a la estructura del flujo (Peker *et al.* 2008).

Con el flujo de pulpas en tuberías, un gradiente hidráulico de fricción ( $i_m$ ) es observado a lo largo de la tubería cuando hay pérdidas por fricción. El gradiente de fricción hidráulico o gradiente de presión representa la caída de presión por unidad de longitud de tubería debido a la fricción. Adicionalmente, el gradiente de fricción hidráulico para la pulpa ( $i_m$ ) es más grande que el gradiente de fricción hidráulico para el fluido dispersante, a lo que se refiere al volumen equivalente de agua ( $i_i$ ) (Wilson *et al.* 2006; Hu 2006; Peker *et al.* 2008).

En caso de tratarse de una pulpa homogénea, el fenómeno de pérdida de presión será análogo al del agua, entonces la expresión para determinar la pérdida de presión en una tubería se aplicaría la ecuación de Darcy Weisbach, (Shanshi 2004; López 2014; Rodríguez *et al.* 2016).

## **1.6 Conclusiones del capítulo**

- Se hace referencia en general, a la teoría y la experimentación existente sobre el transporte de fluidos no Newtonianos, en particular pulpas con características homogéneas y heterogéneas.
- Se realiza una revisión bibliográfica referente al gradiente de presión en tuberías horizontales especialmente para pulpas industriales y las velocidades críticas de deposición y transición viscosa.
- Es insuficiente la información acerca del flujo de la pulpa laterítica en lo que respecta fundamentalmente a su comportamiento a través de sistemas de tuberías, de ahí la necesidad del estudio teórico y experimental de este sistema, en particular.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

### **2.1 Introducción**

Los conocimientos teóricos y experimentales acerca del comportamiento y propiedades de flujo de la pulpa laterítica por tuberías, contribuyen a la selección de procedimientos apropiados para la resolución de problemas relacionados al hidrot transporte del fluido en cuestión en la industria cubana; en tal sentido **el objetivo del capítulo es:**

Establecer la investigación teórica y experimental en función del modelo de flujo asociado a la clasificación reológico y granulométrica del fluido estudiado, que describa el comportamiento según las propiedades de hidrot transporte de la pulpa laterítica por tuberías horizontales.

### **2.2 Descripción de la instrumentación y el equipamiento tecnológico de los tanques espesadores**

Los espesadores de pulpa (TK- 1A/F) son diseñados para espesar la pulpa laterítica proveniente de la planta Preparación de Pulpa, desde un 25 % hasta un 48 % de sólidos en peso por diseño, aunque los porcentajes de salida de los tanques espesadores a lo sumo son de 46 %. La extracción del mineral laterítico de dichos tanques se realiza a través de dos bombas centrífugas por cada espesador (una de ellas en operación y la otra de reserva). Las moto-bombas traen incluido un variador de velocidad que permiten la regulación de las mismas.

La planta cuenta con un Sistema de Supervisión y Control (Citect Versión 7.10), donde el operador puede variar las condiciones operacionales en función de la necesidad del proceso productivo, en la figura 2.1 se representa una de las vistas generales de las plantas Espesadores de Pulpa incluyendo los tanques de almacenamiento de mineral perteneciente a la planta de Lixiviación.

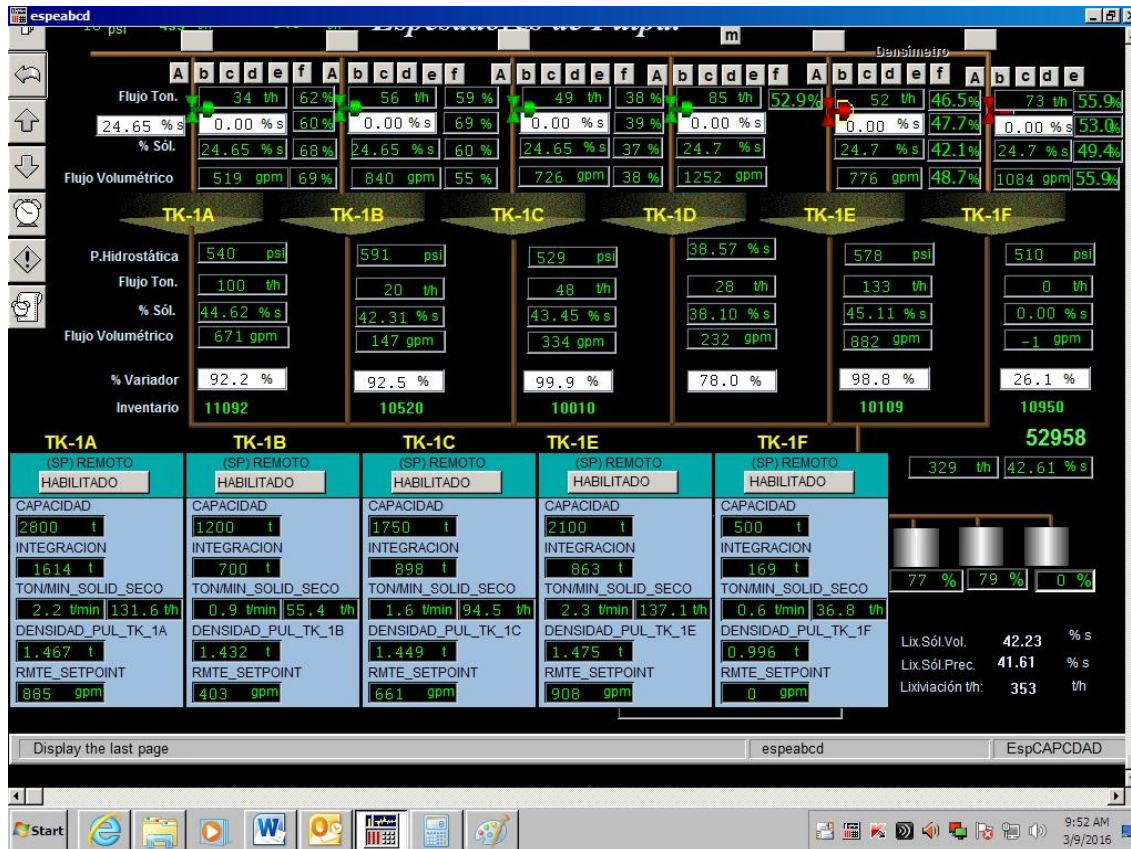


Figura 2.1 Ventana del Citect que incluye las plantas Espesadores-Lixiviación.

En la figura 2.1 se muestra un esquema de la planta Espesadores de pulpa, donde se representan los seis tanques y también se muestran los parámetros de entrada que son los que vienen desde la planta de Preparación de Pulpa en la parte superior de la imagen. En la parte inferior se muestran los parámetros operacionales de la pulpa a la salida de los tanques, estos parámetros son: el flujo másico y volumétrico, porcentaje de sólidos en peso de la pulpa y porcentaje en que se manipula el variador de velocidad que actúan directamente en las bombas de fondo. Así mismo, se pueden visualizar el comportamiento de estas variables solamente dando clic sobre ellas.

### 2.2.1 Descripción de la instrumentación

En la tabla 2.1 se describe la instrumentación vinculada a los tanques espesadores TK-1A/F donde se muestran la variable manipulada (el flujo) y controlada (presión), además del porcentaje de sólidos. Seguidamente se ofrecen otros detalles y especificaciones.

Tabla 2.1 Instrumentos para la medición de los parámetros de hidrotransporte

Nombre	Rango	Tipo	Marca
Manómetro analógico	0 – 1000 kPa	ASHCROFT	-
Variador de velocidad	0 – 100 %	F7	YASKAWA
Flujómetro ultrasónico	0 - 100 m <sup>3</sup> /h	UFM 3030	Krohne

Las presiones en la instalación se controlan a través de manómetros analógico (anexo 1) y en el caso de los tanques TK-1A/F se encuentran instalado en la descarga de las bombas de fondo y en las líneas principales de transferencia del mineral hacia Lixiviación que salen del colector común. El colector común es donde descargan todas las líneas que provienen de los tanques empesadores de pulpa.

El flujo másico o el flujo volumétrico constituyen la variable manipulada, lográndose su cambio mediante variadores de velocidad instalados en las bombas. Los operadores son los encargados de cambiar la velocidad de las bombas en correspondencia con las exigencias del sistema. Para registrar los valores del flujo se encuentran instalados flujómetros ultrasónicos en las líneas de descarga de las bombas de cada tanque (ver anexo 1).

## 2.3 Material

Se empleó pulpa laterítica desde 41 % a 44 % de sólidos en peso a 27 °C. Las muestras iniciales se dividieron en varios compósitos, con el objetivo de realizar los experimentos granulométricos, reológicos entre otros.

### 2.3.1 Análisis granulométrico

Se utilizó un analizador de partículas Fritsch Particle Sizer Analysette 22, de rayos láser X convergente, con sensor fotosensible. Se realizaron tres ensayos para cada muestra. Este método puede utilizarse como alternativo al tamizado por la vía húmeda propuesto por Andreiev *et al.* (1987), ya que la muestra a analizar contiene un alto porcentaje de partículas finas. Dicho analizador posee un rango de medición de 0,3 µm a 300 µm (Leyva *et al.* 2016).





La densidad de los sólidos se determina por la siguiente ecuación 2.3:

$$\rho_s = \frac{M1}{M1 + M2 - M3} \quad (2.3)$$

Para determinar la densidad de la pulpa se utilizará la siguiente ecuación 2.4, conociéndose la densidad del líquido dispersante y la de los sólidos (Shanshi 2004).

$$\rho_m = \frac{100}{(W_p / \rho_s) + [(100 - W_p) / \rho_l]} \quad (2.4)$$

Donde:

$\rho_m$  - Densidad de la pulpa (mezcla)  $\left( \frac{k_g}{m^3} \right)$ ;

$\rho_l$  - Densidad del líquido dispersante  $\left( \frac{k_g}{m^3} \right)$ ;

$W_p$  - Concentración de sólidos en peso (%);

$\rho_s$  - Densidad de los sólidos  $\left( \frac{k_g}{m^3} \right)$ .

### 2.3.4 Determinación de la velocidad de sedimentación

Para la determinación de la velocidad de sedimentación se utilizan los datos obtenidos en una sedimentación discontinua, realizada con suspensiones de diferente concentración inicial  $C_0$ , donde se empleó una probeta de 1000 ml (anexo 2) y se procedió en el siguiente orden:

1. Se midió la altura inicial de la suspensión usando la regla acoplada a cada probeta.
2. La muestra en la probeta se homogenizó a través de la agitación.
3. Se dejó la probeta en reposo y se fue determinando la altura que ocupaba la suspensión en función del tiempo.

La velocidad del proceso de sedimentación observado en una probeta, viene dado por la velocidad con que desciende en la misma el límite inferior de la zona A mostrado en la figura 1.9. Es decir, por la pendiente de la curva de sedimentación de altura en función del tiempo (figura 1.10), lo que matemáticamente se expresa por la siguiente ecuación 2.5:





La concentración inicial de sólidos en la suspensión se calcula por la siguiente ecuación 2.8:

$$C_0 = W_p \cdot \rho_m \quad (2.8)$$

Donde:

$W_p$  -Fracción en peso de sólidos en la suspensión (0 – 1);

$\rho_m$  - Densidad de la pulpa (g/l).

Este método de determinar la dependencia de la velocidad de sedimentación de la concentración, ha sido probado experimentalmente por diversos investigadores (Shanson & Tory 1965; Rosabal & Valle, 1998; Beyris & Ferrer 1996; Beyris & Falcón 2007; Leyva *et al.* 2016). Se han propuesto otros métodos de elaboración más complejos pero no alcanzan mejores resultados.

## 2.4 Clasificación del flujo de la pulpa laterítica por tuberías

Con vista a clasificar el flujo de pulpas se han realizado diferentes investigaciones (Wasp *et al.* 1977; Shanshi 2004), la siguiente ecuación 2.9 es una de ellas:

$$\log \frac{C_T}{C_A} = -1,8 \cdot \frac{v_s}{K \cdot u_s} \quad (2.9)$$

Donde:

log - Logaritmo de base 10;

$C_A$  - Concentración de sólidos en volumen en el centro de la tubería;

$C_T$  - Concentración de sólidos en volumen en la parte superior de la tubería a un 92 % de distancia del fondo de la tubería;

$v_s$  - Velocidad de sedimentación (m/s).

$K$  - Constante de Von Karman (0,35 ÷ 0,40);

$u_s$  - Velocidad de corte en la pared de la tubería (m/s).

Donde  $u_s$  se determina por la siguiente ecuación 2.10:

$$u_s = \sqrt{\frac{\tau_{rz}}{\rho_m}} \quad (2.10)$$





### Preparación de la línea para colocar los instrumentos

Luego de estar listos los manómetros con sus respectivos diafragma fue necesario perforar la línea en dos puntos en un tramo recto de tubería horizontal, trabajo este realizado en la línea de descarga del tanque TK-1C en el momento en que el mismo estaba en reposo operacional y las líneas se encontraban despresurizadas y drenadas completamente.

Para el caso de la instalación de los manómetros, se tuvo en cuenta que se deberían situar a 60 veces el diámetro nominal de la tubería a la entrada y 40 a la salida (ver figura 2.2) de cualquier accesorio, siendo estas dimensiones recomendadas para disminuir los errores en la medición (Williams 2016), obteniéndose como resultado de las mediciones ínsito una longitud de 36 m de tubería recta horizontal. Las especificaciones técnicas de la tubería son las siguientes según la norma ANSI:

- Diámetro nominal (DN): 400 mm
- Diámetro interior: 381 mm
- Schedule (Sch): 40
- Espesor de pared: 12,7 mm
- Material: Acero al Carbono

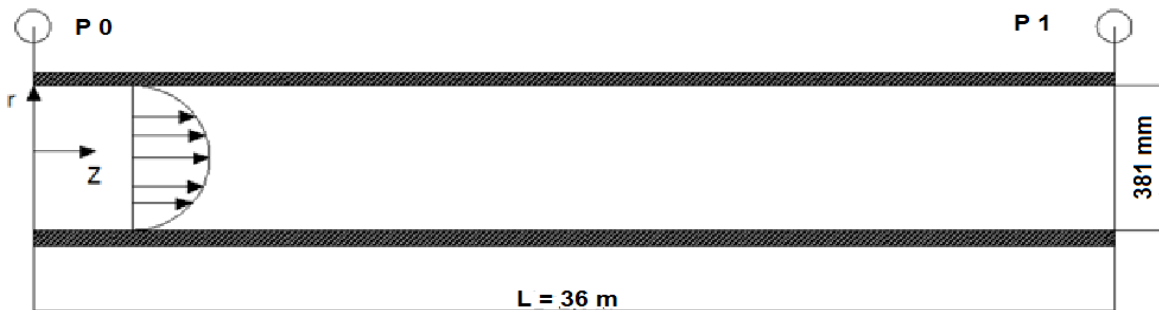


Figura 2.2 Flujo de un líquido a través de un tubo circular.

Listos todos estos instrumentos se procedió a realizar las mediciones, toma de muestra de la caída de presión después de lavada la línea, llenada y presurizada bajo condiciones específicas del fluido en régimen operacional.



$$\tau_{rz} = \tau_o + k \left( -\frac{dv}{dr} \right)^n \quad (2.14)$$

Donde:

$\tau_o$  - Esfuerzo cortante inicial (Pa);

$k$  - Índice de consistencia (adimensional);

$n$  - Índice de flujo (adimensional);

$\tau_{rz}$  - Densidad de flujo de cantidad de movimiento (Pa).

Según Steffe (1996) puede utilizarse el mismo procedimiento para determinar el perfil de velocidad tanto en fluidos tipo Bingham como en un fluido Herschel-Bulkley, sin embargo, para estos últimos el perfil de velocidad se calcula según la ecuación 2.15:

$$v_z = \frac{2L \cdot \left[ (\tau_{rz} - \tau_o)^{1+\frac{1}{n}} - \left( \frac{(\Delta P) \cdot r}{2 \times L} - \tau_o \right)^{1+\frac{1}{n}} \right]}{(\Delta P) \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \cdot k^{\frac{1}{n}}} \quad (2.15)$$

La velocidad del flujo tapón (zona central) puede ser determinada usando la ecuación 2.15 igualando el  $r=r_0$ .

El flujo volumétrico para un fluido Herschel-Bulkley, se encuentra usando el mismo método descrito para el plástico Bingham mediante la ecuación 2.16:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^R v_z \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (2.16)$$

Donde:

$d\theta$  - Integral definida en función del ángulo (coordenadas cilíndricas);

$dr$  - Integral definida en función del radio (coordenadas cilíndricas);

$R$  - Distancia del centro a la pared interior de la tubería (radio interior de la tubería) (m);

$v_z$  - Perfil de velocidad (componente de la velocidad en z para coordenadas cilíndricas) ( $\frac{m}{s}$ );

$Q$  - Flujo volumétrico ( $\frac{m^3}{s}$ ).

Por lo tanto si se inserta en esta definición la ecuación 2.15, y se integra, el flujo volumétrico puede calcularse por la siguiente ecuación 2.17:

$$Q = \left[ \frac{\pi \cdot R^3}{256} \right] \left[ \left( \frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right) \left( \frac{\tau_{rz}}{k} \right)^{1/n} \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)}{2 \cdot n + 1} \left[ 1 + \frac{2 \cdot n}{n + 1} \left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right) \left( 1 + \frac{n \cdot \tau_0}{\tau_{rz}} \right) \right] \right] \right] \quad (2.17)$$

En los cálculos de ingeniería no es práctico diseñar sistemas de flujo utilizando los valores de las velocidades puntuales. En estos casos resulta conveniente usar un valor medio, representativo del perfil de velocidad, que se conoce como velocidad media o velocidad promedio (Garcell *et al.* 2011).

La expresión de la velocidad promedio puede obtenerse a partir de la siguiente ecuación 2.18:

$$\langle v_z \rangle = \frac{Q}{\pi \cdot R^2} \quad (2.18)$$

Sustituyendo la ecuación 2.17 en la ecuación 2.18, la velocidad promedio para un fluido plástico real se determina por la siguiente ecuación 2.19 (Rodríguez 2016):

$$\langle v_z \rangle = \left[ \frac{R}{256} \right] \left[ \left( \frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right) \left( \frac{\tau_{rz}}{k} \right)^{1/n} \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)}{2 \cdot n + 1} \left[ 1 + \frac{2 \cdot n}{n + 1} \left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right) \left( 1 + \frac{n \cdot \tau_0}{\tau_{rz}} \right) \right] \right] \right] \quad (2.19)$$

Para la comprobación de la caída de presión en el tramo de tubería recta desde  $P_0$  hasta  $P_1$  (Figura 2.3), se realizaron las pruebas experimentales arrojando resultados de las presiones puntuales para varios caudales, utilizando la regulación de la bomba por un variador de velocidad. Posteriormente sustituyendo la ecuación de velocidad promedio en la ecuación de Darcy Weisbach (Garcellet *et al.* 2011), se realizaron los cálculos teóricos de las pérdidas por la siguiente ecuación 2.20:

$$\Delta P = \frac{\rho_m \cdot f \cdot L \cdot \left\langle \left[ \frac{R}{256} \right] \left[ \left( \frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right) \left( \frac{\tau_{rz}}{k} \right)^{1/n} \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)}{2 \cdot n + 1} \left[ 1 + \frac{2 \cdot n}{n + 1} \left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right) \left( 1 + \frac{n \cdot \tau_0}{\tau_{rz}} \right) \right] \right] \right] \right\rangle^2}{2 \cdot D} \quad (2.20)$$

Donde:



$f$  - Factor de fricción (adimensional);

$D$  - Diámetro interior de la tubería (m);

$\rho_m$  - Densidad de la pulpa (mezcla)  $\left(\frac{k_g}{m^3}\right)$ ;

$L$  - Longitud de la tubería (m).

Cuando el régimen de flujo es laminar podemos conocer el número de Reynolds modificado para el fluido plástico real por la siguiente ecuación 2.21, (Shanshi 2004):

$$R_{em} = 8 \left( \frac{n}{6n+2} \right)^n \cdot \rho_m \cdot D^n \cdot \left( \frac{(v_z)^{2-n}}{k} \right) \quad (2.21)$$

Donde:

$R_{em}$  - Número del Reynolds modificado del fluido, adimensional.

Obteniendo el número de Reynolds modificado podemos obtener el factor de fricción de Darcy por la ecuación 2.22:

$$f = \frac{64}{R_{em}} \quad (2.22)$$

## 2.5.2 Gradiente de presión durante el hidrot transporte

El gradiente de presión ( $Pa/m$ ) teórico para el flujo de la pulpa, se determinó por la siguiente ecuación 2.23, despejando la longitud de la ecuación 2.20 de pérdida de presión se obtiene.

$$\frac{\Delta P_{teó}}{L} = \frac{\rho_m \cdot f \cdot \left\langle \left[ \frac{R}{256} \right] \left[ \left( \frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right) \left( \frac{\tau_{rz}}{k} \right)^{1/n} \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{\left( \tau_0 / \tau_{rz} \right)}{2 \cdot n + 1} \left[ 1 + \frac{2 \cdot n}{n + 1} \left( \frac{\tau_0}{\tau_{rz}} \right) \left( 1 + \frac{n \cdot \tau_0}{\tau_{rz}} \right) \right] \right] \right\}^2}{2 \cdot D} \quad (2.23)$$

$\frac{\Delta P_{teó}}{L}$  - Pendiente hidráulica (gradiente de presión) teórico,  $\left(\frac{Pa}{m}\right)$ .

La pendiente hidráulica experimental se determina por la siguiente ecuación 2.24:

$$\frac{\Delta P_{exp}}{L} = \frac{P_0 - P_1}{L} \quad (2.24)$$

$P_0$  - Presión puntual a la entrada ( $P_a$ );

$P_1$  - Presión puntual a la salida, ( $P_a$ ).

La confirmación de la validez de los resultados experimentales con el modelo teórico se desarrolló a través de la diferencia entre el módulo del valor experimental  $X_{\text{exp}}$  del gradiente de presión y el valor teórico  $X_{\text{teó}}$  (error relativo), obtenido por el modelo para las mismas condiciones del experimento, teniendo como criterio de aceptación que el error relativo promedio sea inferior al 10 %. El error relativo puntual ( $E_r$ ) y promedio ( $E_p$ ) se calcula por las siguientes expresiones 2.25 y 2.26:

$$E_r = \left| \frac{X_{\text{exp}} - X_{\text{teó}}}{X_{\text{exp}}} \right| \cdot 100. \quad (2.25)$$

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_d} \left| \frac{X_{\text{exp}} - X_{\text{teó}}}{X_{\text{exp}}} \right| \cdot \frac{100}{N_d} \quad (2.26)$$

Donde:

$E_r$  - Error relativo puntual entre los valores experimentales y teóricos del gradiente de presión (%);

$X_{\text{exp}}$  - Valor experimental del gradiente de presión ( $P_a/m$ );

$X_{\text{teó}}$  - Valor teórico del gradiente de presión ( $P_a/m$ );

$N_d$  - Número de determinación (adimensional);

$E_p$  - Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos del gradiente de presión (%).

La cantidad de mediciones a realizar se determinaron según la metodología estadística propuesta por Miller & Freun (2005).

Para determinar el tamaño de una muestra en un muestreo aleatorio simple se ha propuesto la siguiente ecuación 2.27:

$$m = \left[ Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{E} \right]^2 \quad (2.27)$$



Donde:

$N_e$  - Número de experimentos;

$k$  - Número de factores experimentales;

$n$  - Número de niveles.

En este caso, se analizará la influencia de dos factores, de aquí que  $k = 2$  luego considerando tres niveles, el número de experimento sería:  $N_e = 3^2 = 9$  experimentos.

### 2.6.1 Formulación de la hipótesis estadística

La idoneidad del modelo para la predicción de la caída de presión se realiza a través de la comprobación de que hay una relación significativa entre la variable de salida o si es resultado de la aleatoriedad.

Sobre la base de los planteamientos anteriores se establecen las hipótesis siguientes:

$H_0 : |t_{obs}| > t_{\frac{\alpha}{2}; n-1}$  ; para N-1 grados de libertad

$H_t : |t_{obs}| \leq t_{\frac{\alpha}{2}; n-1}$  ; para N-1 grados de libertad

Donde:

$H_0$  - Hipótesis nula;

$H_t$  - Hipótesis alternativa;

$t_{obs}$  - Estadístico "t" observado.

La toma de decisiones se realiza teniendo en cuenta que si bajo la hipótesis estadística asumida se cumple la desigualdad  $t_{obs} > t_{0,05}$ , entonces se rechaza  $H_0$  y se concluye que la diferencia entre las varianzas es significativa. El valor  $t_{0,05}$  se selecciona para un nivel de significación  $\alpha_t = 0,05$  y  $\nu_1 = N - 1$  grados de libertad.

### 2.6.2 Matriz del experimento

En total, se realizarán 27 corridas, nueve experimentos y tres replicas para cada medición. Obteniéndose la matriz del experimento como se muestra en la tabla 2.2 a continuación, es importante destacar que el experimento se realizó no aleatorio.

Tabla 2.2 Matriz de planificación del experimento.

Número de experimentos	Porcentaje de sólidos en peso $w_p$ (%)	Número de revoluciones $n$ (rev/min)	Caída de presión $\Delta P$ (kPa)		
			$\Delta P_1$	$\Delta P_2$	$\Delta P_3$
Diseño de experimento			$\Delta P_1$	$\Delta P_2$	$\Delta P_3$
1	1	1	-	-	-
2	0	1	-	-	-
3	-1	1	-	-	-
4	1	0	-	-	-
5	0	0	-	-	-
6	-1	0	-	-	-
7	1	-1	-	-	-
8	0	-1	-	-	-
9	-1	-1	-	-	-

El nivel bajo, intermedio y alto se designaron por los siguientes números -1; 0; 1 y  $\Delta P_1; \Delta P_2; \Delta P_3$  son las réplicas correspondientes a cada experimento diferente.

## 2.7 Conclusiones del capítulo

- Los procedimientos y técnicas experimentales utilizados para el análisis están fundamentadas a partir de la necesidad de la caracterización de la pulpa laterítica y su comportamiento en el hidrot transporte por tuberías tecnológicas.
- Se planteó la metodología de cálculo para el hidrot transporte de la pulpa laterítica ajustándose al modelo Herschel-Burkley, con el objetivo de determinar un modelo matemático de pérdidas por rozamiento en líneas tecnológicas.
- Se realizó un diseño de experimento factorial completo para determinar la influencia del número de revoluciones del motor de la bomba y el porcentaje de sólidos en peso de la pulpa laterítica en la caída de presión del fluido en una tubería horizontal recta y tamaño estándar, lo que permite su generalización en otros sistemas o procesos industriales similares de hidrot transporte.

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL HIDROTRANSPORTE DE LA PULPA LATERÍTICA

### 3.1 Introducción

En los trabajos precedentes, se ha comprobado que uno de los mayores problemas que se cometen en las industrias del níquel, es la selección de los sistemas de bombeo considerando la pulpa laterítica como un fluido newtoniano, de aquí la importancia del análisis de estudios experimentales del comportamiento de sus propiedades de hidrotransporte, que permitan una mejor selección de los procedimientos de cálculo apropiados al modelo reológico estudiado.

Como **objetivo del capítulo** se propone: determinar las propiedades reológicas, granulométricas, de densidad y sedimentación de la pulpa laterítica en las concentraciones de sólidos establecidas y su influencia en el hidrotransporte por tuberías; obteniendo el grado de validación de los modelos propuestos en el capítulo II. Por último obtener un modelo experimental que describa la influencia del porcentaje de sólidos en peso y el número de revoluciones del motor de la bomba en la caída de presión del fluido de forma experimental, para así establecer una comparación entre el modelo teórico y el experimental o estadístico.

### 3.2 Granulometría de la pulpa laterítica

Como puede apreciarse (Figura 3.1), en la pulpa laterítica existe un predominio de las fracciones finas, donde el 50 % de la salida del material (punto donde se cruzan las curvas características) corresponde a un diámetro de partículas de 2,8  $\mu\text{m}$ . Esto demuestra que la pulpa laterítica se caracteriza como un sistema coloidal de alta dispersión, confirmándose las propiedades plásticas del fluido, que forma sistemas polidispersos (Pérez & Garcell 2006; Pérez *et al.* 2008, 2010; Hernández *et al.* 2015), constituidos por partículas de diferentes dimensiones. En este sistema, como dimensión representativa se utiliza un tamaño medio de las partículas de 2,8  $\mu\text{m}$  indicado anteriormente, el cual se determinó de la contribución relativa de las distintas dimensiones de las partículas que los constituyen.

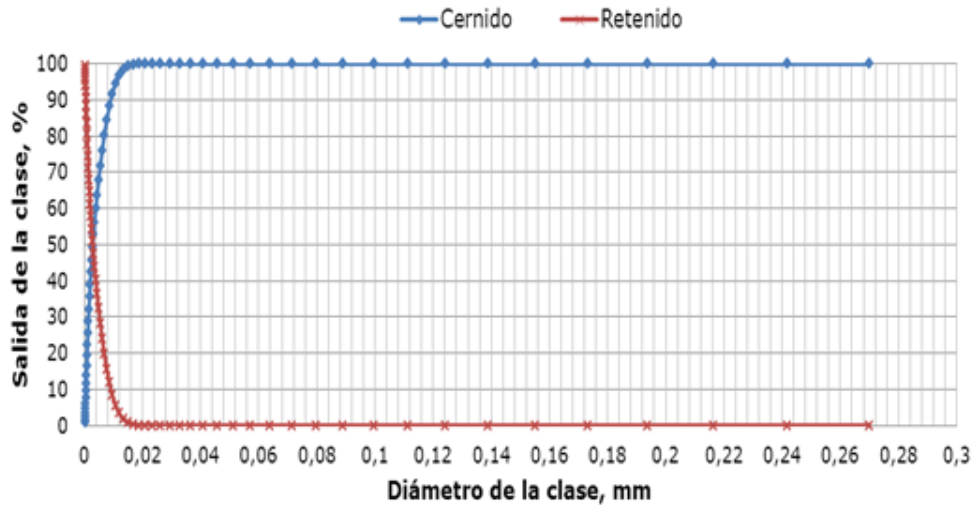


Figura 3.1 Distribución del tamaño de partícula (Rodríguez *et al.* 2016).

El 80 % de las partículas cernidas ( $D_{80}$ ), se corresponde con el diámetro de partícula igual a 0,006956 mm, aproximadamente 7  $\mu\text{m}$  (el 80 % de la muestra presenta un diámetro inferior a este valor).

### 3.2.1 Comportamiento reológico de la pulpa laterítica

La figura 3.2 representa, de forma gráfica, la dependencia entre el gradiente de velocidad y el esfuerzo cortante para la pulpa laterítica, con diferentes porcentos de sólidos en peso, 41; 42,5 y 44 % respectivamente.

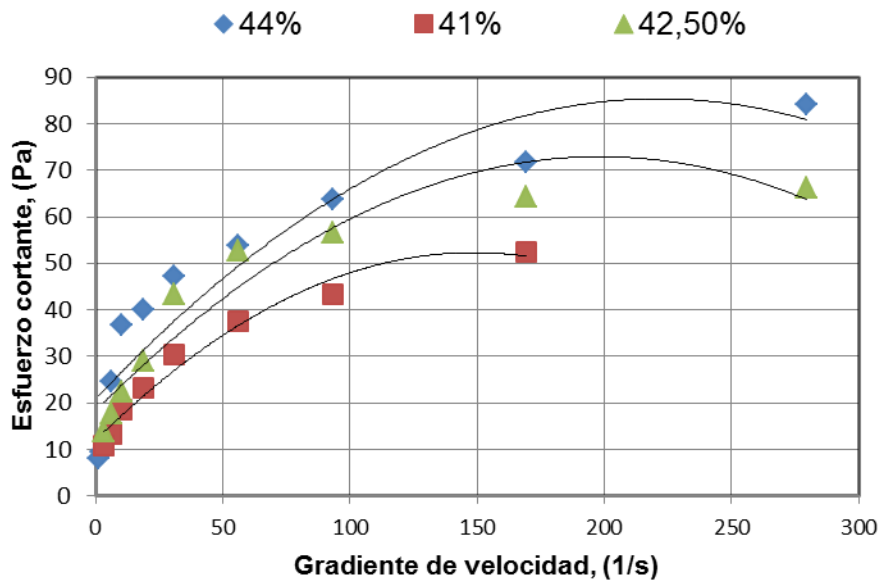


Figura 3.2 Curva de flujo de la pulpa laterítica.

Por la forma de las curvas representada en la figura 3.2 se observa que el modelo reológico al que corresponde este comportamiento es el de Herschel-Bulkley. Los valores se ajustan a un polinomio de orden dos. Se determinó este comportamiento mediante una regresión utilizando el software Microsoft Excel. El coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de las curvas fue de 0,97; 0,91 y 0,87 respectivamente. En la tabla 3.1 se resumen los parámetros reológicos y el modelo obtenido para la pulpa laterítica a la temperatura ambiente de 27 °C.

Tabla 3.1 Parámetros de la pulpa laterítica y modelo reológico

Porcentaje de sólidos en peso $W_p$ (%)	41	42,5	44
Modelo reológico	$\tau_{rz} = \tau_0 + K \left( -\frac{dvz}{dr} \right)^n$	$\tau_{rz} = \tau_0 + K \left( -\frac{dvz}{dr} \right)^n$	$\tau_{rz} = \tau_0 + K \left( -\frac{dvz}{dr} \right)^n$
Modelo obtenido	$\tau_{rz} = 11,937 + 0,542 \left( \frac{dvz}{dr} \right)^{0,5476}$	$\tau_{rz} = 18,302 + 0,551 \left( \frac{dvz}{dr} \right)^{0,5491}$	$\tau_{rz} = 20,842 + 0,582 \left( \frac{dvz}{dr} \right)^{0,587}$
Esfuerzo cortante inicial $\tau_0$ , (Pa)	11,937	18,302	20,842
Índice de consistencia $k$ , (a dim)	0,542	0,551	0,582
Índice de flujo $n$ , (a dim)	0,547	0,549	0,587

El modelo reológico obtenido mostró un comportamiento plástico real, lo cual confirma los resultados de algunos investigadores (Pérez & Garcell 2006, 2011; Pérez *et al.* 2008, 2010; Rodríguez *et al.* 2016), no siendo así para otros estudios donde la pulpa es clasificada, ajustándose al modelo plástico ideal para gradientes de velocidades menores que  $100 \text{ s}^{-1}$  (Izquierdo, Turro & Nikolaev 2001).

Estos resultados pudieran variar, en dependencia de los puntos de explotación de la materia prima y de las distintas composiciones mineralógicas en diferentes yacimientos. Esto tiene incidencia en la viscosidad de la pulpa, influyendo también en el comportamiento reológico. Además, los diferentes porcentajes de sólidos de las



muestras analizadas y su granulometría intervienen directamente en el esfuerzo cortante necesario para romper el estado de inercia de la mezcla.

Como se muestra en la tabla 3.1 a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en peso en la pulpa laterítica, existe un incremento del esfuerzo cortante inicial para iniciar el movimiento del fluido; así mismo hay un incremento del índice de consistencia, que nos muestra una medida del grado de viscosidad del fluido.

### 3.2.2 Comportamiento de la viscosidad aparente

Para los materiales no newtonianos, es importante, que al analizar el comportamiento de la viscosidad, se tenga en cuenta la influencia del gradiente de velocidad, es por ello que el concepto que debe usarse es el de la viscosidad aparente (Laurencio 2007). La importancia del gradiente de velocidad es que marca el límite entre las fuerzas cortantes y las fuerzas viscosas sobre el fluido (Slatter 2006).

Los resultados que se muestran de la viscosidad aparente, se obtuvieron a partir de la ecuación 1.6. Empleando los resultados mostrados en la tabla 3.2, graficando la viscosidad aparente en función del gradiente de velocidad para la pulpa laterítica con 41; 42,5 y 44 % de sólidos en peso a la temperatura de 27 °C, lo que permite obtener la figura 3.2 para determinar el comportamiento de la curva de viscosidad aparente en función del gradiente de velocidad.

Tabla 3.2 Dependencia entre el gradiente de velocidad y la viscosidad aparente

Gradiente de velocidad, $\gamma$ (1/s)	Viscosidad aparente, $\mu$ (Pa·s)		
	41 %	42,5 %	44 %
2,06	3,77	5,62	10,55
6,10	2,19	3,24	3,69
10,40	1,34	1,95	2,23
18,82	0,78	1,12	1,28
30,98	0,50	0,71	0,81
56,08	0,30	0,42	0,48
93,30	0,20	0,27	0,31
169,23	0,12	0,16	0,19
279,40	(---)	0,11	0,13

Los valores de la tabla 3.2 muestran una disminución de la viscosidad aparente a medida que aumenta el gradiente de velocidad, confirmándose con los resultados relativos de otros autores (Slatter 2006) para un mismo porcentaje de sólidos en peso de la pulpa. A medida que el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad incrementan, los aglomerados se reorientan y terminan desintegrándose, resultando en un descenso de la viscosidad del fluido. A altos esfuerzos cortantes y altos gradientes de velocidades, el proceso de reorientación y desintegración se encuentra en equilibrio y la viscosidad termina siendo constante.

En el caso de un aumento del porcentaje de sólidos en peso de la pulpa laterítica, la viscosidad aparente tiende a aumentar, mostrándose en resultados para otros tipos de materiales el mismo comportamiento (Leyva *et al.* 2016a; 2016b).

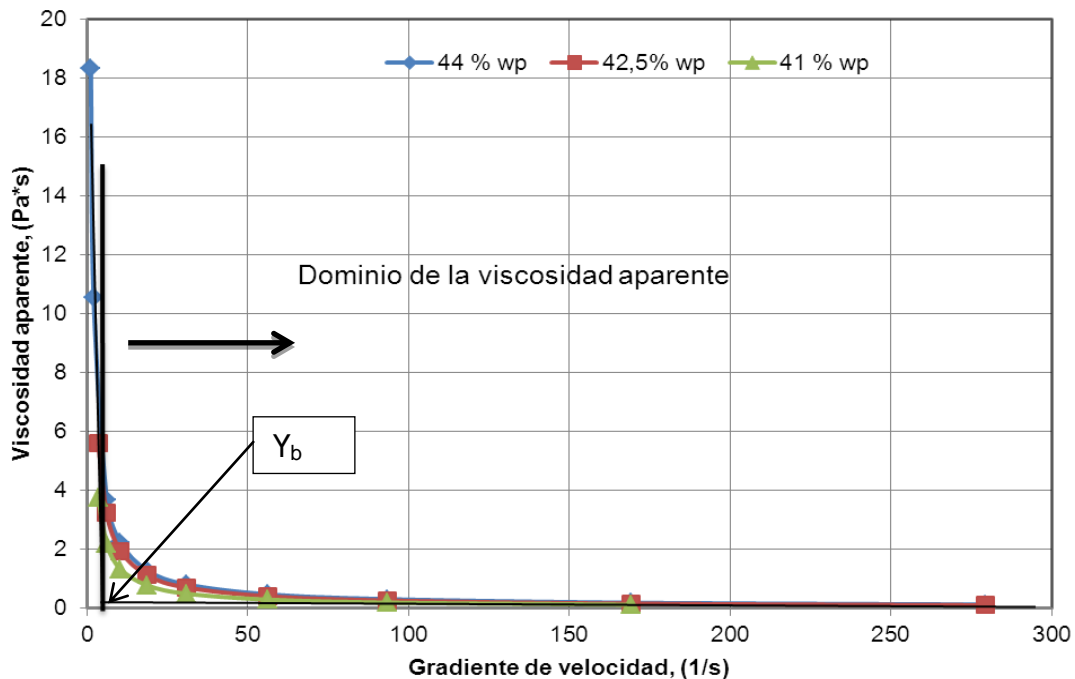


Figura 3.2 Curva de viscosidad aparente en función del gradiente de velocidad.

Es significativo notar de la figura 3.2 que el intercepto en la ordenada (cuando el gradiente de velocidad es prácticamente uno) de la curva de viscosidad aparente representa el esfuerzo cortante inicial  $\tau_o$  para romper el estado de inercia de la mezcla. Esto se utiliza en propósitos prácticos ya que el valor de la viscosidad aparente para

gradientes de velocidades menores que el gradiente señalado ( $\gamma_b$ ) en la figura 3.2 es directamente proporcional al esfuerzo cortante (Slatter 2006).

El esfuerzo cortante realiza una función importante ya que depende directamente de las propiedades de las partículas, la concentración de sólidos y la composición química, con respecto a otros parámetros como el índice de consistencia ( $k$ ) y el índice de flujo ( $n$ ) que inciden con menor medida en la viscosidad de estos fluidos. Claramente, el conocimiento de las propiedades reológicas es de importancia para entender el comportamiento de la pulpa laterítica, y la determinación de estos sería uno de los principales objetivos en el diseño de procesos hidráulicos (Slatter 2006).

En la tabla 3.3 se muestran los modelos que describen el comportamiento de la viscosidad aparente en función del gradiente de velocidad de la pulpa laterítica para los porcentos de sólidos en peso establecidos anteriormente.

Tabla 3.3 Tendencia de la viscosidad aparente en función del gradiente de velocidad

Por ciento de sólidos en peso, $W_p$ (%)	Modelo de viscosidad aparente, $\mu_a$ (Pa · s)	Coefficiente de determinación, $R^2$
41	$\mu_a = 10,676(\gamma)^{-0,88}$	0,999
42,5	$\mu_a = 16,23(\gamma)^{-0,9}$	0,999
44	$\mu_a = 19,509(\gamma)^{-0,906}$	0,998

Como muestran los modelos de viscosidad aparente, la tendencia es de un comportamiento potencial con un elevado coeficiente de determinación cerca de la unidad, lo que indica el grado de exactitud del mismo, estos resultados se confirman con otros autores (Abulnaga 2002; Slatter 2006; López 2014) demostrando que para fluidos Seudoplásticos y Herschel-Bulkley el comportamiento es similar.

### 2.2.3 Densidad de la pulpa, el líquido dispersante y de los sólidos

Para obtener los resultados de densidad en base a una mayor confiabilidad, se tomaron tres muestras a la salida de los tanques espesadores. En la tabla 3.4 se muestran los datos de las densidades del líquido (agua de reboso) y de la pulpa para los porcentos de sólidos en peso establecidos (41 %; 42,5 % y 44 %) para las tres muestras a la

temperatura ambiente de 27 °C utilizando las ecuaciones 2.2 y 2.4. Estos porcentajes de sólidos en peso son los predominantes en todos los tanques.

En el caso de la densidad de los sólidos, se utilizaron los sólidos secos obtenidos después de someter a una muestra de la pulpa laterítica a un proceso de secado por una centrífuga.

Tabla 3.4 Resultados de los experimentos de densidad

Densidad, $\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$	Porcentaje de sólidos en peso, $W_p$ (%)	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Promedio
Densidad del líquido	-	1038,7	964,9	1004,8	<b>1002,8</b>
Densidad de los sólidos	-	3182,8	3809,9	3298,2	<b>3430,3</b>
Densidad de la pulpa laterítica	41	<b>1412,6</b>			
	42,5	<b>1434,1</b>			
	44	<b>1456,2</b>			

En la tabla anterior se observa que el valor promedio de la densidad para el agua de reboso de los tanques está muy cercano al agua destilada, mostrando una diferencia ya que la misma contiene impurezas que son originadas del proceso en la planta. En el caso de las densidades de la pulpa laterítica a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en peso aumenta la densidad de la misma siendo directamente proporcional a este parámetro, confirmándose con los resultados de otros autores utilizando otros fluidos (Aziz & Mohamed 2013; Leyva *et al.* 2016a, 2016b).

La densidad de los sólidos obtenida da un valor medio de 3430,3  $kg/m^3$  muy cercano al que Izquierdo *et al.* (2001) determina para el mismo material de 3334  $kg/m^3$ , este resultado se puede atribuir a que no se utilizan los mismos yacimiento del mineral y esto puede traer como consecuencia un cambio en la granulometría y otros parámetros que influyen en la densidad de los sólidos.

### 3.2.4 Velocidad de sedimentación de la pulpa laterítica

Para el análisis de la velocidad de sedimentación se tomaron tres muestras de las líneas de descarga de los tanques espesadores de la pulpa laterítica. Luego se prepararon iguales volúmenes pero con porcentaje de sólidos en peso de 41; 42,5 y 44 % respectivamente.

Vale destacar que la fábrica cuenta con varios yacimientos de explotación del mineral, teniendo cada una de ellos diferentes composiciones mineralógicas. Cuando se tomó la muestra de la pulpa el yacimiento que se estaba explotando corresponde con el de Moa Oriental. Este yacimiento tiene la siguiente composición química: Ni (1,03%), Co (0,112 %), Fe (44,5 %), Mg (0,67 %), Al (4,73 %), SiO<sub>2</sub> (7,62 %), Cr (1,72 %), Mn (0,68 %), Cu (0,033 %), Zn (0,038 %) entre otras trazas (Williams 2016).

Mediante el procedimiento para determinar la velocidad de sedimentación, descrito en el capítulo 2, se obtuvo los diferentes valores de altura de la pulpa sedimentada en función del tiempo, mostrándose los resultados en la tabla A1 anexo 3. Las curvas de sedimentación correspondientes se presentan en la figura 3.3.

A medida que aumenta el tiempo, la altura de la suspensión en la probeta tiende a disminuir, ocurriendo la separación de las partículas sólidas del fluido en un proceso de sedimentación diferencial.

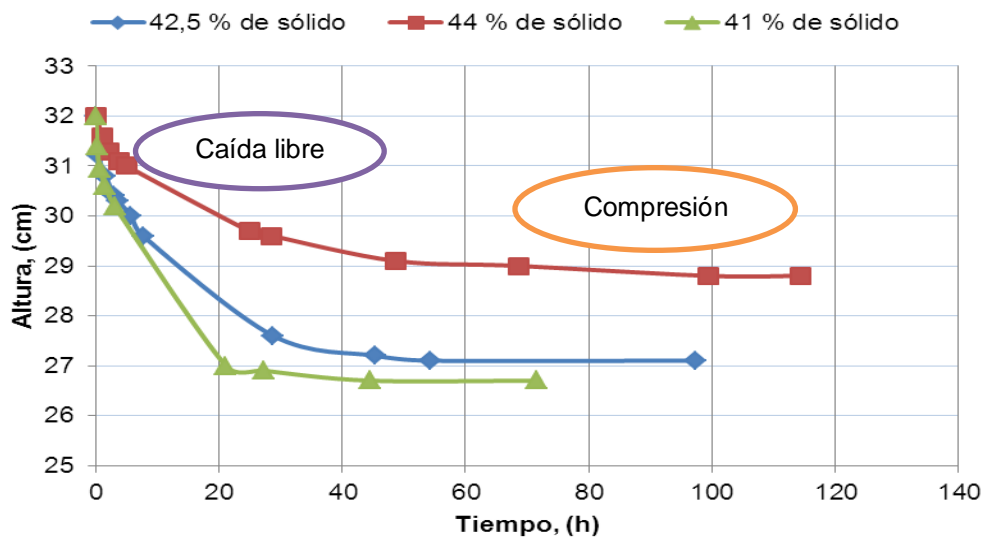


Figura 3.3 Altura de la interfase como función del tiempo

En la figura 3.3 se puede apreciar que en la primera etapa de la sedimentación la velocidad es constante y las partículas tienen una velocidad de caída libre. A medida que el tiempo aumenta la velocidad de sedimentación tiende a disminuir hasta alcanzar la etapa de compresión, entre estas zonas la pulpa alcanza un punto crítico que delimita

la velocidad de caída libre con la velocidad de compresión de la partícula, logrando la altura límite en la probeta (Warren *et al.* 1998).

Teniendo en cuenta que las mayores velocidades de sedimentación experimentadas por la pulpa laterítica se encuentran en la zona de caída libre donde la velocidad es constante, se evaluó esta zona de altura en función del tiempo (t) de la experimentación, la cual se muestra en el anexo 3.

Para los diferentes porcentos de sólidos en peso de la pulpa laterítica (41; 42,5 y 44 %) la concentración inicial de la suspensión en la probeta es de 579,1; 609,4 y 640,7 g/l, la altura inicial de la suspensión de 32 cm respectivamente. Luego de obtenida la pendiente para los diferentes valores del tiempo (t) se calculó la velocidad y la concentración de la suspensión en la altura Zi mostrándose estos resultados en la tabla 3.5 por el empleo de las ecuaciones 2.6 y 2.7.

Tabla 3.5 Resultados de los cálculos para la determinación de la velocidad de sedimentación como función de la concentración

<b>41 % de sólidos</b>				
<b>t, (h)</b>	<b>Z, (cm)</b>	<b>Zi, (cm)</b>	<b>v<sub>s</sub>,(cm/h)</b>	<b>C, (g/L)</b>
0,24	31,4	31,8	1,67	582,8
0,4	31,1	31,6	1,25	586,4
1,8	30,5	31,1	0,33	595,9
3,05	30,2	30,8	0,20	601,7
<b>42,5 % de sólidos</b>				
0,58	31,1	31,49	0,672	619,3
2,98	30,4	31	0,201	629,1
3,56	30,3	30,9	0,168	631,1
7,65	29,6	30,6	0,130	637,3
<b>44 % de sólidos</b>				
1,03	31,6	31,9	0,291	642,7
2,01	31,3	31,65	0,174	647,8
4,99	31	31,31	0,062	654,8

En la tabla 3.5 se puede observar como aumenta la concentración de la pulpa laterítica a medida que transcurre el tiempo de la sedimentación.

En la figura 3.4 se representa gráficamente el comportamiento de la velocidad de sedimentación en función de la concentración, pudiéndose obtener estos valores para

la evaluación en la zona de caída libre de las partículas, por ser la sedimentación experimentada de mayor velocidad, hasta que entra en la zona de caída contrariada y luego en la etapa de compresión.

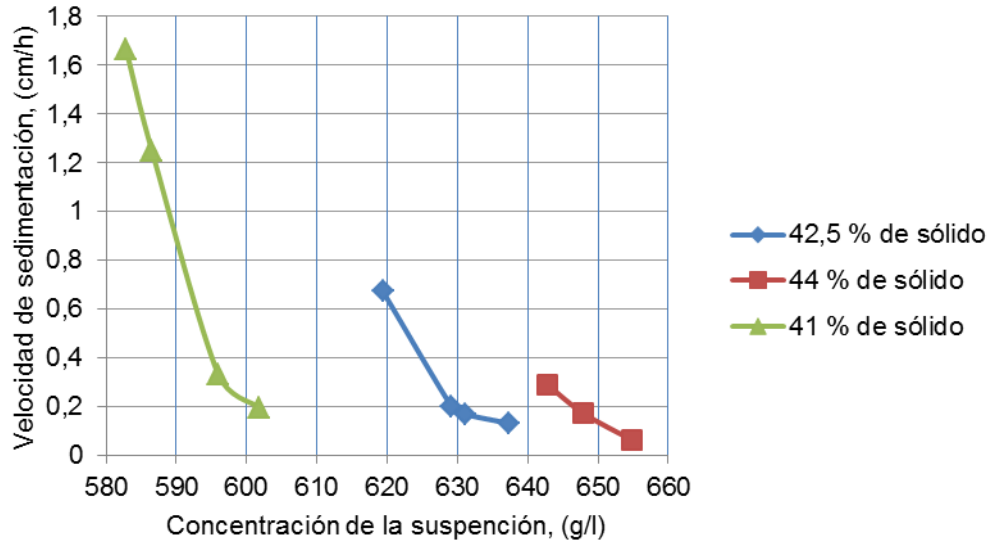


Figura 3.4 Velocidad de sedimentación como función de la concentración.

Como se puede apreciar en la figura 3.4 a medida que aumenta la concentración de la suspensión en la probeta la velocidad de sedimentación tiene un comportamiento decreciente, por lo tanto estas velocidades de la pulpa laterítica son mayores para concentraciones menores. En la tabla 3.6 se muestran las máximas velocidades de sedimentación en función de las concentraciones de la suspensión y del porcentaje de sólidos en peso, obtenidas en la experimentación.

Tabla 3.6 Velocidad de sedimentación en función del porcentaje de sólido de la pulpa laterítica

Porcentaje de sólidos en peso $W_p$ , (%)	Concentración de la suspensión, (g/l)	Velocidad de sedimentación, (m/s)
41	582,8	$4,63 \cdot 10^{-6}$
42,5	619,29	$1,86 \cdot 10^{-6}$
44	642,7	$0,80 \cdot 10^{-6}$

### 2.3 Comportamiento del flujo de la pulpa laterítica por tuberías horizontales

Para clasificar el tipo de flujo experimentado de la pulpa laterítica en una tubería horizontal se determinó la caída de presión experimental del fluido en un tramo de longitud recta como se muestra en el capítulo 2. Los porcentajes de sólidos en peso

utilizados en la experimentación son los señalados anteriormente (41; 42,5; 44 %), determinándose el esfuerzo cortante en la pared de la tubería por la ecuación 2.13, y utilizando el procedimiento descrito por las ecuaciones 2.9 y 2.10 se determina el radio de concentración de la pulpa laterítica en la sección transversal de la tubería como se muestra en la tabla 3.7.

Tabla 3.7 Clasificación del flujo de la pulpa laterítica por tuberías horizontales

Porcentaje de sólidos en peso $W_p$ , (%)	Velocidad media, (m/s)	Esfuerzo cortante en la pared de la tubería, (Pa)	Radio, $C_T/C_A$
41	0,475	74,083	<b>0,999</b>
	0,716	89,958	<b>0,999</b>
	0,864	108,479	<b>0,999</b>
42,5	0,350	66,145	<b>0,999</b>
	0,594	92,604	<b>0,999</b>
	0,743	105,833	<b>0,999</b>
44	0,175	52,916	<b>0,999</b>
	0,427	79,375	<b>0,999</b>
	0,765	129,645	<b>0,999</b>

Según se muestra en la tabla 3.7, el flujo de la pulpa laterítica para las velocidades experimentadas y sometiendo a la bomba a una regulación del flujo precisado en un 65 %; 80 % y 95 % del variador de velocidad, el flujo relativo para cada caso se comportó de forma homogéneo. Análisis que se puede comprobar ya que el radio de concentración de sólidos en la sección transversal de la tubería es superior en todos los casos que 0,8 para los porcentos de sólidos en peso experimentados, confirmándose con los resultados de otras investigaciones (Abulnaga 2002; Shanshi 2004; Wilson *et al.* 2006; Hu 2006; Mitchell *et al.* 2007; Bartosik 2010; Moranga *et al.* 2013).

El comportamiento homogéneo de la pulpa laterítica se debe a que la concentración de las partículas sólidas se mantiene relativamente constante a lo largo de la sección transversal de la tubería. Esto sucede porque la inercia de la partícula suspendida es bastante despreciable y estas permanecen dispersas uniformemente a lo largo del líquido (Shanshi 2004).

### 3.3.1 Velocidad crítica de transición viscosa

Para determinar la velocidad crítica de transición viscosa en la pulpa laterítica se utilizaron las ecuaciones 2.11 y 2.12 en el hidrotransporte por tuberías horizontales, en este caso se utilizaron las mismas mediciones para clasificar el flujo de la pulpa.



Obteniendo en este análisis la mínima velocidad a la que puede ir el fluido para garantizar la transición del régimen laminar al turbulento.

Tabla 3.8 Velocidad crítica de transición viscosa de la pulpa laterítica a través de una tubería horizontal

Porcentaje de sólidos en peso $W_p$ , (%)	Esfuerzo cortante en la pared de la tubería, (Pa)	Velocidad media, (m/s)	Velocidad crítica de transición viscosa, (m/s)
41	74,083	0,475	<b>5,256</b>
	89,958	0,716	<b>5,792</b>
	108,479	0,864	<b>6,361</b>
42,5	66,145	0,350	<b>4,932</b>
	92,604	0,594	<b>5,835</b>
	105,833	0,743	<b>6,238</b>
44	52,916	0,175	<b>4,429</b>
	79,375	0,427	<b>5,424</b>
	129,645	0,765	<b>6,932</b>

Como puede apreciarse en la tabla 3.8 las velocidades críticas para los porcentos de sólidos en peso experimentados (41 %; 42,5 % y 44 %), son superiores en gran medida a las velocidades medias registradas en la sección transversal de la tubería, lo que confirma el régimen de flujo laminar de la misma.

Este comportamiento se atribuye al elevado porcentaje de sólidos en peso de la pulpa, el predominio de partículas finas que trae como consecuencia un aumento de la viscosidad aparente y la densidad de la pulpa, por último las velocidades bajas a la que se manejan en el proceso de transporte hidráulico, proporcionan un régimen de flujo laminar, que conlleva a la sedimentación. Estos resultados son corroborados por investigaciones en otros sistemas, los cuáles plantean que el régimen de flujo de pulpas homogéneas en régimen laminar no es factible (Cooke 2002; Slatter 2004, 2005, 2006; Mitchell *et al.* 2007; Cowper *et al.* 2010; Paterson 2011).

Sin dejar de mencionar que la sedimentación de la pulpa laterítica en la tubería independientemente de los resultados obtenidos en diferentes estudios científicos, se puede también atribuir a impurezas o partículas de diámetros mayores al establecido por diseño de la planta que entran en la tubería (Izquierdo *et al.* 1995a; 1995b; Homan & Johnson 2003; Jhonson & Vietti 2003).

### 3.4 Resultados de los cálculos del gradiente de presión

En la tabla 3.9; 3.10 y 3.11 se muestran los valores de los datos experimentales y teóricos, obtenidos a partir de la relación pendiente hidráulica y velocidad promedio

$(\Delta P/L = f\langle v \rangle)$ , para diferentes flujos volumétricos de la pulpa laterita en un tramo de tubería recta en los porcentos de sólidos en peso experimentados 41; 42,5 y 44 % respectivamente.

Tabla 3.9 Resultados de los cálculos del gradiente de presión para un 41 % de sólidos en peso

$\langle v_z \rangle \left( \frac{m}{s} \right)$	$P_0$ (Pa)	$P_1$ (Pa)	$\Delta P_{exp}/L$ (Pa/m)	$\Delta P_{teó}/L$ (Pa/m)	$E_r$ (%)	$R_{em}$	$f$
0,47	70 000	42 000	777,77	801,21	3,01	1 203,31	0,053
0,71	119 000	85 000	944,44	1 003,21	6,22	2 184,54	0,029
0,86	150 000	109 000	1 138,88	1 112,32	2,33	2 872,65	0,022

Tabla 3.10 Resultados de los cálculos del gradiente de presión para un 42,5 % de sólidos en peso

$\langle v_z \rangle \left( \frac{m}{s} \right)$	$P_0$ (Pa)	$P_1$ (Pa)	$\Delta P_{exp}/L$ (Pa/m)	$\Delta P_{teó}/L$ (Pa/m)	$E_r$ (%)	$R_{em}$	$f$
0,35	110 000	85 000	694,44	690,77	0,52	772,66	0,082
0,59	215 000	180 000	972,22	922,77	5,08	1 660,68	0,038
0,79	250 000	210 000	1 111,11	1 080,07	2,79	2 517,18	0,025

Tabla 3.11 Resultados de los cálculos del gradiente de presión para un 44 % de sólidos en peso

$\langle v_z \rangle \left( \frac{m}{s} \right)$	$P_0$ (Pa)	$P_1$ (Pa)	$\Delta P_{exp}/L$ (Pa/m)	$\Delta P_{teó}/L$ (Pa/m)	$E_r$ (%)	$R_{em}$	$f$
0,18	75 000	55 000	555,56	520,98	6,22	259,34	0,246
0,43	185 000	155 000	833,33	880,58	5,67	914,80	0,069
0,77	229 000	180 000	972,22	1 240,23	8,88	2082,29	0,030

El gradiente de presión se determina para diferentes velocidades medias de la pulpa laterítica en régimen de flujo laminar, los resultados mostrados en las tablas 3.9; 3.10 y 3.11, muestran que a medida que disminuyen los porcentos de sólidos en la pulpa, las velocidades experimentadas son mayores por lo que aumenta la caída de presión, siendo este valor directamente proporcional a la velocidad del fluido en cuestión.

El Reynolds modificado se encontró para la pulpa laterítica con 41 % de sólidos en peso en los intervalos  $1\ 203,31 \leq R_{em} \leq 2\ 872,65$ ; para el caso de la pulpa con 42,5 % de sólidos en peso los números de Reynolds se encontraron en los rangos  $772,66 \leq R_{em} \leq$

2 517,18 y para la pulpa con 44 % de 259,34  $\leq$  Rem  $\leq$  2 082,29. Se demostró que a medida que disminuye el índice de flujo  $n$  aumenta el número de Reynolds confirmándose con los resultados de otros autores (Rudman *et al.* 2006).

Según los resultados del número de Reynolds modificado en las tablas 3.9; 3.10 y 3.11 el régimen de flujo experimentado para la pulpa laterítica se comporta de forma laminar, demostrándose que el mismo se puede extender hasta valores de 2 872,65 para el caso de la mezcla con 41 % de sólidos en peso. Lo que confirma los resultados obtenidos en otras investigaciones, planteando que para el caso de pulpas viscosas del tipo Herschel-Bulkley es muy difícil establecer el número de Reynolds crítico en el cuál el fluido deja de experimentar el régimen laminar para entrar a la zona de transición turbulenta (Metzner & Park 1964; Escudier & Presti 1996; Rudman *et al.* 2004).

En la figura 3.5; 3.6 y 3.7 aparecen las caídas de presión por cada 36 metros de longitud de tubería recta en la instalación industrial, obtenidas de forma experimental y teóricamente, de la pulpa laterita con 41 %; 42,5 % y 44 % de sólidos en peso a temperatura ambiente. Además, se observa que el hidrot transporte de la pulpa en la tubería se realiza bajo un régimen de flujo laminar.

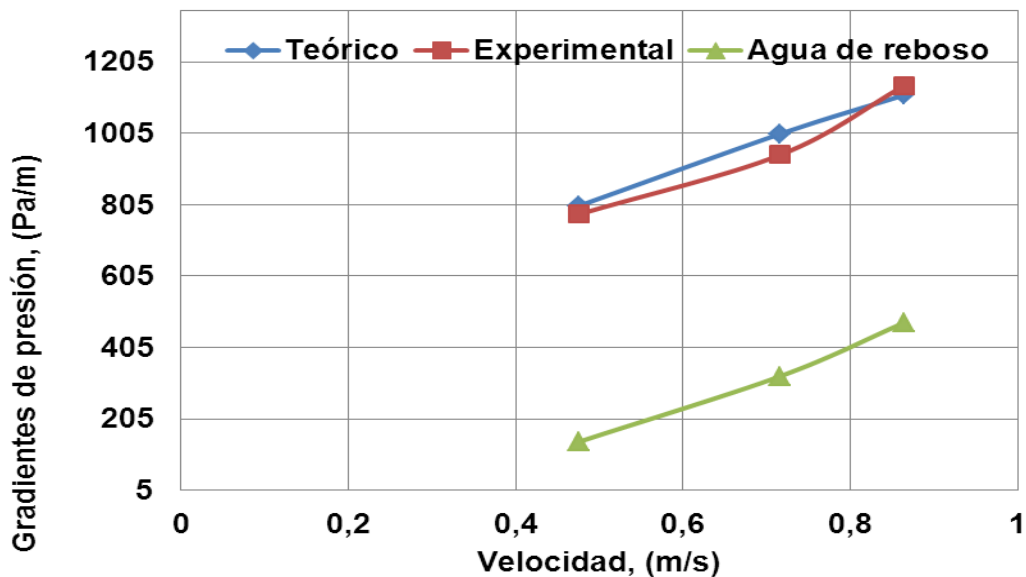


Figura 3.5. Comportamiento del gradiente de presión experimental y teórico de la pulpa laterítica con 41 % de sólidos en peso.

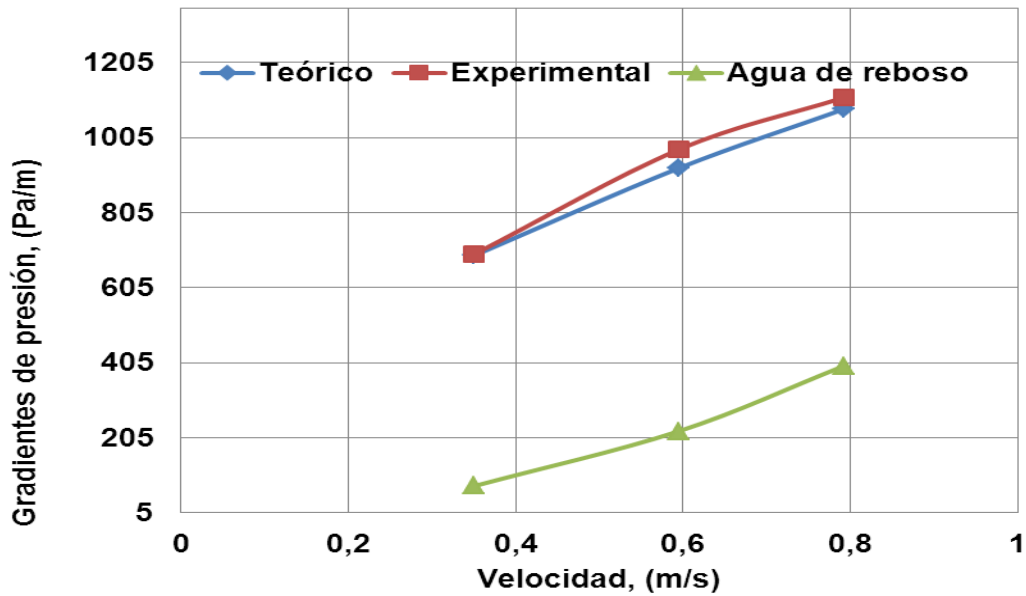


Figura 3.6. Comportamiento del gradiente de presión experimental y teórico de la pulpa laterítica con 42,5 % de sólidos en peso.

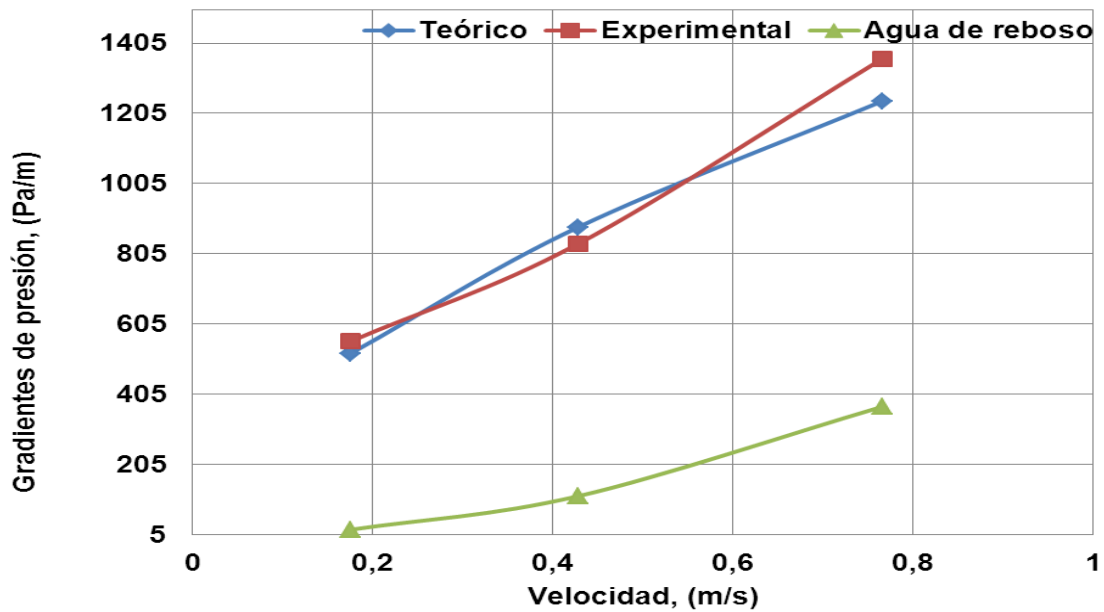


Figura 3.6. Comportamiento del gradiente de presión experimental y teórico de la pulpa laterítica con 44 % de sólidos en peso.

Teniendo en cuenta el ajuste global de un 95,4 % alcanzado con el modelo establecido para el cálculo del gradiente de presión de la pulpa laterítica, la distribución de los

errores relativos puntuales calculados y sus pequeños valores promedios (ver tablas 3.9; 3.10 y 3.11), así como, los criterios expuestos en las literaturas que abordan la modelación matemática de procesos industriales (Legrá & Silva 2011; Retirado 2012) donde se especifica que para cálculos de ingeniería (excepto en los procesos y las instalaciones que por su principio de funcionamiento requieren alta precisión en los cálculos) una aproximación del 90 % es satisfactoria, debido a que los resultados siempre están influenciados por los errores inherentes al proceso de experimentación. Se puede aseverar entonces que los modelos matemáticos establecidos en el presente trabajo tienen una exactitud adecuada y, por tanto, son válidos para los fines para los cuales fueron creados.

### **3.4.1 Correlación entre el coeficiente de fricción y el número de Reynolds modificado**

En muchos casos es necesario disponer de gráficos o correlaciones empíricas que permitan valorar el comportamiento del flujo en sistemas geoméricamente semejantes. Por ello, para lograr relaciones útiles para el cálculo, resulta más conveniente expresar las relaciones en variables adimensionales. Los gráficos y las correlaciones del factor de fricción en función del número de Reynolds, se utilizan siempre para resolver problemas de gran importancia práctica en los cálculos de ingeniería (Garcell *et al.* 2011).

En la figura 3.7 se muestra gráficamente el factor de fricción de Darcy en función del número de Reynolds modificado ( $f = f[R_{em}]$ ) para la pulpa laterítica con 41 %; 42,5 % y 44 % de sólidos en peso. Los valores del factor de fricción y los números de Reynolds se encuentran tabulados en las tablas 3.9; 3.10 y 3.11.

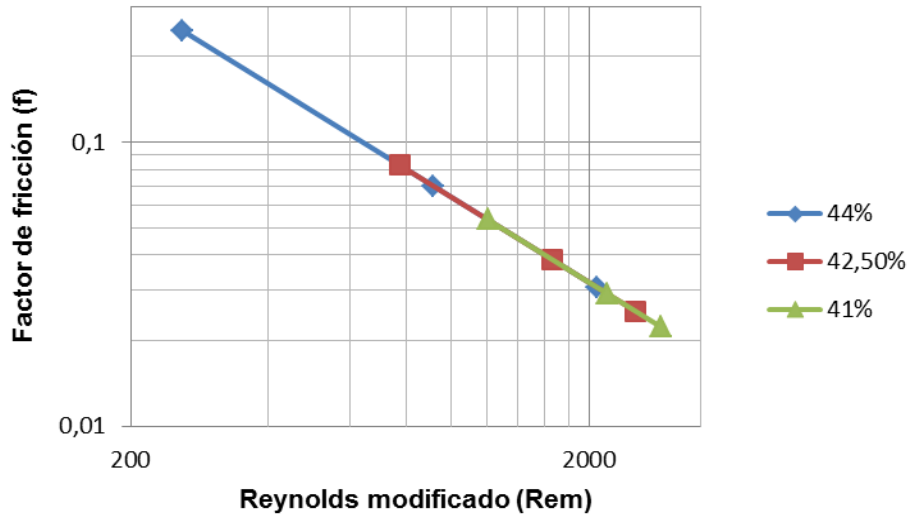


Figura 3.7 Factor de fricción de Darcy en función del número de Reynolds modificado para la pulpa laterítica.

Como se muestra en la figura 3.7 a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en la pulpa el número de Reynolds modificado tiende a disminuir y el factor de fricción de Darcy aumenta siendo estos parámetros inversamente proporcionales.

Es importante destacar que la procedimiento planteada para determinar el factor de fricción expresa adecuadamente la interacción que existe entre el comportamiento reológico de la pulpa laterítica encontrándose en régimen de flujo laminar. Esta figura también señala que el régimen de transición puede que sea más complejo para obtenerlo en tuberías de diámetros grandes, además tratándose de fluidos viscosos que se manejan a bajas velocidades. En régimen laminar la rugosidad de las paredes no afecta al factor de fricción; en cambio, en régimen turbulento la rugosidad si influye sobre la distribución de velocidad y el factor de fricción (Garcell *et al.* 2011).

Esta influencia depende de la relación existente entre la profundidad media de los salientes  $e_R$  y el espesor de la subcapa laminar  $\Delta'$ . Cuando el grosor de la subcapa laminar es mayor que la profundidad de los salientes ( $\Delta' > e_R$ ), el fluido fluye suavemente sobre estos sin que se origine perturbaciones alguna, y la influencia de la rugosidad sobre la magnitud  $f$  no se manifiesta. Esto es lo que ocurre en régimen totalmente laminar o en tubos considerados lisos en régimen turbulento (Garcell *et al.* 2011).

### 3.5 Resultados del diseño de experimento de caída de presión

El diseño de experimento planteado en el capítulo 2 con el objetivo de ver la influencia que ejerce el porcentaje de sólidos en peso contenido en la pulpa laterítica y el número de revoluciones del motor de la bomba, sobre la caída de presión experimental, se desarrolló a partir de la matriz de experimentación que se muestra en el anexo 4.

Como se muestra en la figura el número de experimentos realizados son 9 con dos replicas, sumando un total de 27 corridas. Los niveles fueron tres con dos factores, como se explica en el capítulo 2. La caída de presión se muestra en la parte derecha de la figura, la cual fue extraída directamente del software STAGRAPHICS Centurion XV.

#### 3.5.1 Análisis de varianza para la caída de presión experimental

El análisis de varianza, inspirado y desarrollado por R.A Fisher y sus alumnos en el año 1921, es un método de Estadística Inductiva válido para efectuar pruebas de significación entre dos o más series simultáneamente. Esto indica que en realidad, el análisis de varianza es un análisis de suma de cuadrados (Chacin 2000).

En la tabla 3.12 se particiona la variabilidad de la caída de presión en piezas separadas para cada uno de los efectos, entonces se prueba la significancia estadística de cada efecto comparando su cuadrado medio contra un estimado del error experimental.

Tabla 3.12 Análisis de varianza para la caída de presión

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Wp	272,222	1	272,222	121,89	<b>0</b>
B:n	747,556	1	747,556	334,71	<b>0</b>
AA	50,0741	1	50,0741	22,42	<b>0,0001</b>
AB	4,08333	1	4,08333	1,83	0,1922
BB	29,6296	1	29,6296	13,27	<b>0,0017</b>
bloques	4,51852	2	2,25926	1,01	0,3824
Error total	42,4352	19	2,23343		
Total (corr.)	1150,52	26			

Como se muestra en la tabla anterior, 4 efectos tienen un valor -P menor que 0,05, indicando que son significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95 %, cumpliéndose así la hipótesis nula de experimentación, por lo que se puede plantear que no existen diferencias significativas entre las medias de la caída de presión y su valor esperado.

En el caso de la interacción entre los factores AB que corresponden al porcentaje de sólidos en peso y el número de revoluciones del motor de la bomba, no son significativamente importantes en el modelo obtenido por análisis de regresión, por lo que se puede desechar, ya que muestra un valor  $-P$  superior a 0,05.

El estadístico  $R^2$  indica que el modelo, así ajustado, explica un 96,3 % de la variabilidad en la caída de presión. El estadístico  $R^2$  ajustado, que es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes, es 95,4 %. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 1,49. El error medio absoluto (MAE) de 1,05, es el valor promedio de los residuos. El estadístico de Durbin-Watson (DW) prueba los residuos para determinar si hay alguna correlación significativa basada en el orden en que se presentan los datos en el archivo. Puesto que el valor  $-P$  es mayor que 5 %, no hay indicación de auto correlación serial en los residuos con un nivel de significancia del 5 %.

La siguiente ecuación 3.1 obtenida del análisis de regresión no es más que un modelo de caída de presión experimental en función del porcentaje de sólidos en peso en la pulpa y el número de revoluciones del motor de la bomba:

$$\Delta P = 108,617 \cdot W_p + 0,173 \cdot n - 1,284 \cdot W_p^2 - 0,00003045 \cdot n^2 - 2359,86 \quad . \quad . \quad . \quad (3.1)$$

Donde:

$\Delta P$  - Caída de presión en un tramo recto de tubería horizontal de la pulpa laterítica (kPa);

$W_p$  - Porcentaje de sólidos en peso en la pulpa laterítica (%);

$n$  - Número de revoluciones del motor de la bomba (rev/min).

El modelo descrito por la ecuación 3.1 es evaluado por el software STATGRAPHICS, dando los valores de caída de presión generados usando el modelo ajustado. La tabla del anexo 4 incluye los valores observados de caída de presión experimentalmente y el valor predicho de caída de presión usando el modelo ajustado, mostrando intervalos de confianza del 95 % para la respuesta media.



En la figura 3.8 se muestra gráficamente el comportamiento de la caída de presión en función del porcentaje de sólidos en peso de la pulpa laterítica y el número de revoluciones del motor de la bomba.

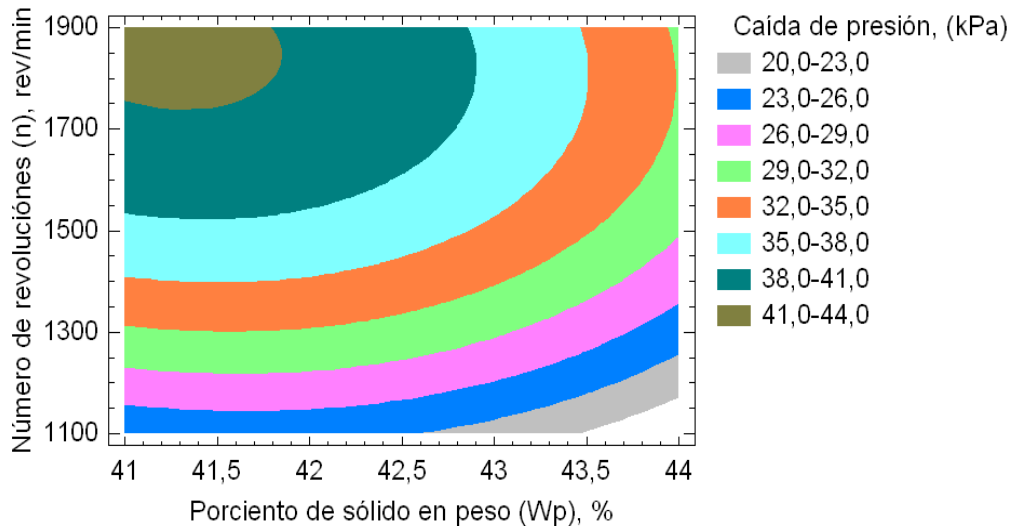


Figura 3.8 Gráfico de contorno para la respuesta estimada de caída de presión.

Como se muestra en la figura anterior a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en peso en la pulpa disminuye la caída de presión un aspecto importante a considerar. Los resultados se deben a que a menor porcentaje de sólidos en la pulpa la velocidad de flujo aumenta y así aumenta la caída de presión siendo estos valores directamente proporcionales.

Estos resultados se confirman con algunas investigaciones (Pullum 2007), las cuáles plantean que una disminución del porcentaje de sólidos en peso en la pulpa no solamente provoca un alto consumo energético, sino también un decrecimiento en la eficiencia del transporte de sólidos.

Otras investigaciones (Aziz & Mohamed 2013) utilizando pulpas heterogéneas plantean lo contrario, es decir a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en peso, aumenta la caída de presión en las tuberías, estos resultados se deben principalmente al comportamiento diferente que presentan las pulpas homogéneas con respecto a las pulpas heterogéneas en las tuberías, principalmente la granulometría, donde es más

eficiente transportar pulpas con partículas finas que pulpas con partículas grandes que tienden a sedimentar y así aumentar la caída de presión.

En las figuras 3.9 y 3.10 se muestra gráficamente el comportamiento de la caída de presión en función del porcentaje de sólidos en peso de la pulpa laterítica y el número de revoluciones del motor de la bomba independientemente, además de la interacción entre ellos.

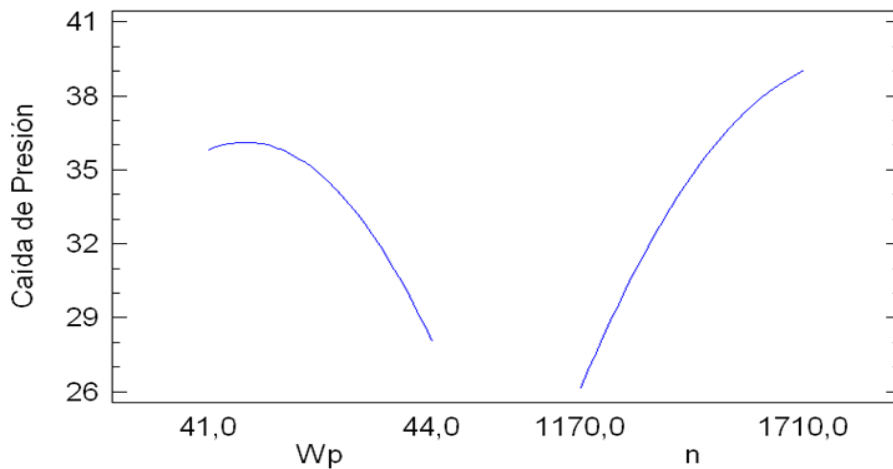


Figura 3.9 Gráfico de efectos principales para la caída de presión.

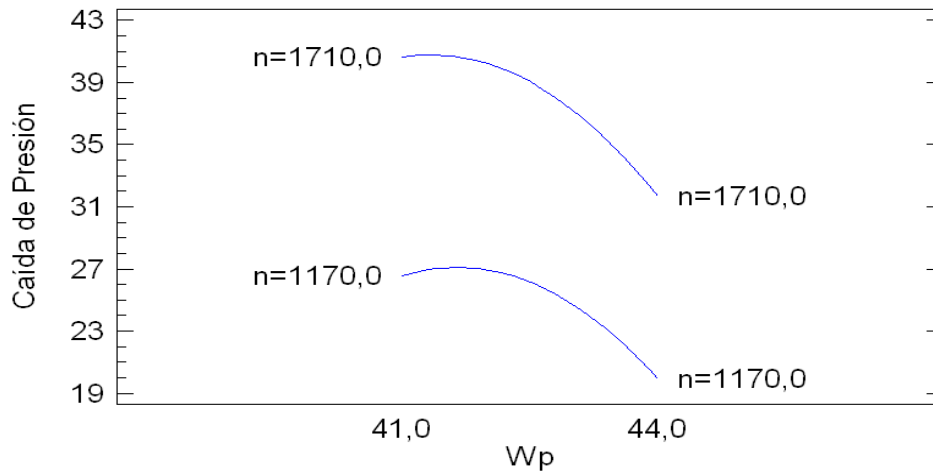


Figura 3.10 Gráfico de interacción de los factores en la caída de presión.

Como se muestra en las figuras 3.9 y 3.10 se confirma que a medida que aumenta el porcentaje de sólidos en la pulpa disminuye la caída de presión y a medida que aumenta el número de revoluciones del motor de la bomba aumenta la caída de presión.

El valor óptimo para la máxima caída de presión alcanzado de 40,76 *kPa* se encuentra para un porcentaje de sólidos en peso de 41,33 % a un número de revoluciones del motor de la bomba de 1710 *rev/min* . El valor óptimo para la mínima caída de presión de 19,95 *kPa* se encontró para un porcentaje de sólidos en peso de 44 % a un número de revoluciones del motor de la bomba de 1170 *rev/min* .

### 3.6 Modelo matemático para estimar la potencia necesaria en el hidrotransporte de fluidos Herschel-Bulkley

Para cualquier fluido, la potencia necesaria en (*W*), para su hidrotransporte por una tubería se determina por la siguiente ecuación (3.2) (Nekrasov 1986; Laurencio 2007; Martínez 2009):

$$N_n = Q \cdot \Delta P \quad (3.2)$$

Donde:

*Q* - Flujo volumétrico ( $m^3/s$ );

$\Delta P$  - Caída de presión o pérdida de presión (*Pa*).

Sustituyendo la ecuación 3.1 y la ecuación 2.18 en la definición 3.2, la potencia necesaria para vencer la resistencia del fluido y garantizar el movimiento se determina por la siguiente ecuación 3.3:

$$N_n = \langle v_z \rangle \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (108,617(Wp) + 0,173(n) - 1,284 \cdot Wp^2 - 0,00003045 \cdot n^2 - 2359,86) \quad (3.3)$$

Esta ecuación nos permite determinar la potencia necesaria teórica en el hidrotransporte de la pulpa laterítica por tuberías rectas horizontales, clasificándola como un fluido plástico real que responde al modelo Herschel-Bulkley.

### 3.2 Algoritmo de cálculo de los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterítica por tuberías horizontales

De manera sintética en la figura 3.11 se muestra el algoritmo del procedimiento de cálculo de los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterítica por tuberías rectas horizontales.

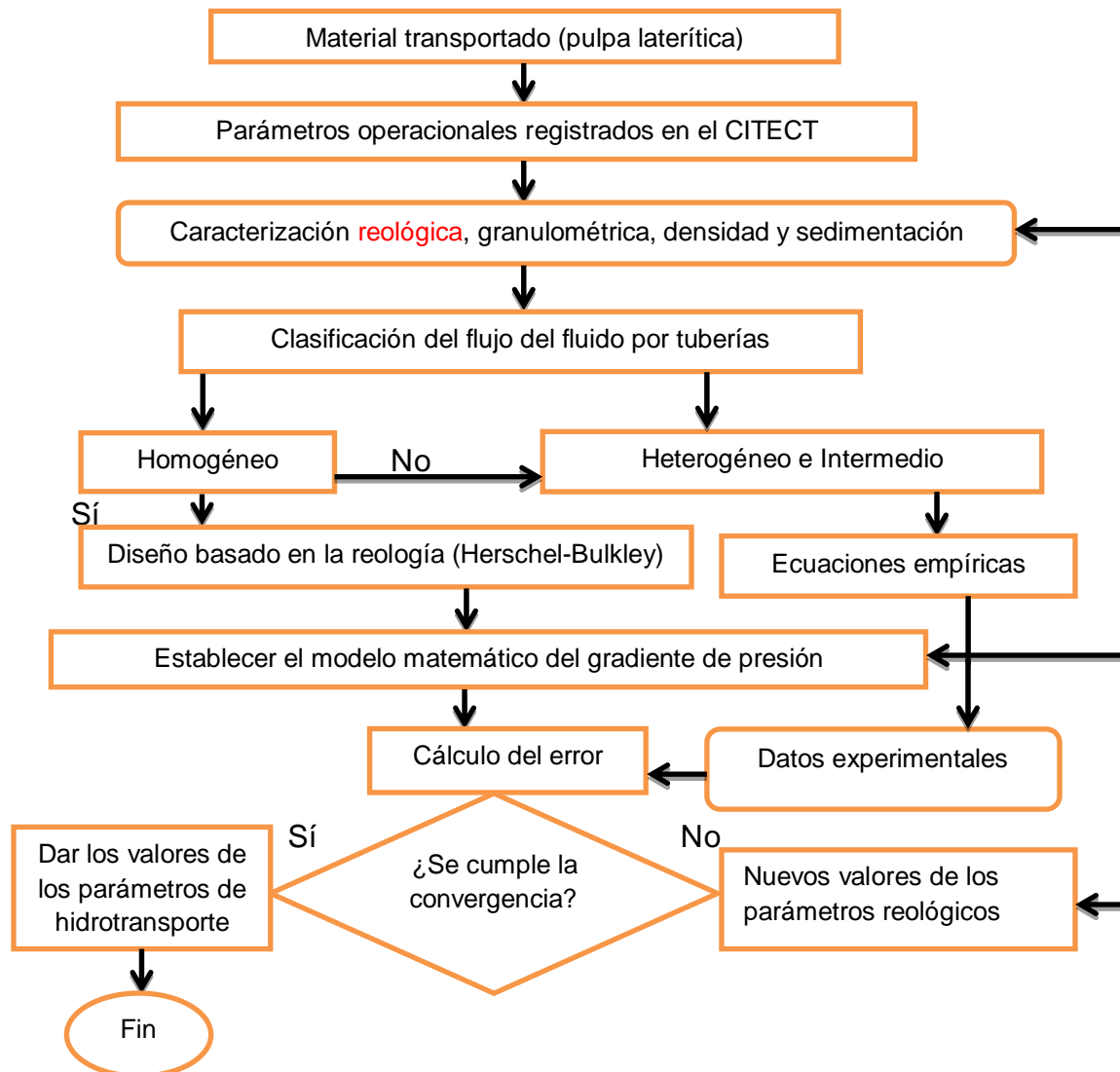


Figura 3.11 Algoritmo para determinar los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterítica.

El mejor ajuste de los factores lo proporciona el juego de coeficientes donde se garantice el error mínimo, por lo que utiliza el procedimiento iterativo a partir del estado de referencia de los datos reológicos ( $n$ ,  $k$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_{rz}$ ). El proceso se utiliza para encontrar los valores de los coeficientes característicos del modelo propuesto en la ecuación 2.23.

### 3.7 Valoración económica

Una gran parte de los gastos capitales durante el hidrotransporte lo constituye los gastos de energía eléctrica, su economía es una de las direcciones estratégicas de la producción en la actual etapa. Una correcta selección y organización en la explotación del equipamiento de bombeo en régimen económico permite el ahorro de la energía eléctrica y aumentar la efectividad del transporte hidráulico. Teniendo siempre presente



En la tabla 3.13, se resume el análisis del costo energético en el que se incurre al transportarse la pulpa laterítica a diferentes caudales utilizando una longitud de tubería recta horizontal de 36 metros y 400 mm de diámetro nominal, en un año de trabajo que es equivalente a 8 750 horas. Para el cálculo se utilizaron los tres porcentos de sólidos en peso evaluados anteriormente (41 %; 42,5 % y 44 %), empleando la ecuación 3.4.

Tabla 3.13 Costo energético para transportar un m<sup>3</sup> de pulpa laterítica

Costo de transportación (CUC)					
Caudal (m <sup>3</sup> /h)	41 %	Caudal (m <sup>3</sup> /h)	42,5 %	Caudal (m <sup>3</sup> /h)	44 %
195	<b>0,127</b>	144	<b>0,129</b>	71,9	<b>0,124</b>
294	<b>0,160</b>	244	<b>0,163</b>	175,5	<b>0,158</b>
355	<b>0,188</b>	325	<b>0,190</b>	314,3	<b>0,185</b>

Como se muestra en la tabla anterior los costos energéticos de transportación se encuentran muy cercanos unos de otros, notándose muy poca diferencia al variar los porcentos de sólidos en la pulpa. Para tener una mejor idea de lo que influye el porcentaje de sólidos en peso en la pulpa con respecto al consumo de energía eléctrica en la bomba, se muestra la siguiente figura 3.11:

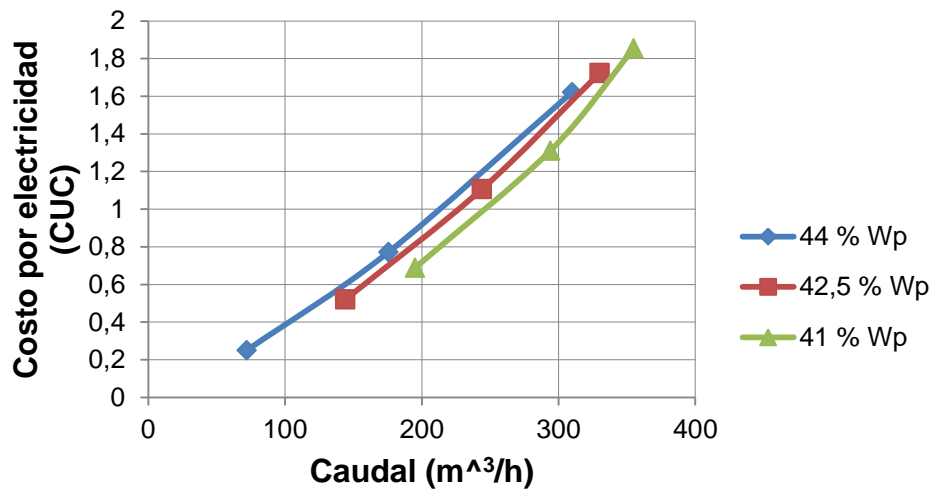


Figura 3.11 Comportamiento del costo por electricidad en función de los porcentos de sólidos en peso de la pulpa laterítica.

Como se muestra en la figura anterior para un mismo número de revoluciones del motor de la bomba, a medida que disminuye el porcentaje de sólidos en la pulpa aumentan los

consumos de energía eléctrica. Demostrándose lo planteado en los acápites anteriores, no solamente existe una deficiencia en la transportación de los sólidos sino también un consumo de electricidad elevado.

### **3.8 Impacto medioambiental**

La mayoría de las empresas afectan de una manera u otra al medio ambiente por lo tanto se pretende reducir este efecto negativo y solo se logra creando una conciencia ambiental sólida en la sociedad para así garantizar una vida sana y agradable a las generaciones. Además debe existir un compromiso con el medio ambiente y con este trabajo se pretende hacer uso controlado de los sistemas hidráulicos, tratando de que el impacto al medio ambiente sea minimizado al máximo. Los sistemas de hidrotransporte de la pulpa laterítica, son regulados bajo requerimientos ambientales y se materializa a través de un programa de mantenimiento preventivo planificado por la empresa encargada de restaurar los cambios defectuosos de tuberías y soportes del sistema, los cuales evitan procesos de derrame y como consecuencia contaminación del medio ambiente. Específicamente en la planta de Espesadores de Pulpa se construyó un pozo colector, y se instaló una bomba cuya función es recoger los desechos líquidos y reincorporarlos al sistema. De esta forma no se contamina el medio ambiente, es decir que en dicha planta existe un programa en contra de la contaminación del medio ambiente.

### **3.9 Conclusiones del capítulo**

1. El tamaño medio de las partículas ( $2,8 \mu\text{m}$ ) en la pulpa explica el comportamiento plástico de la misma y los resultados reológicos muestran que el modelo Herschel-Bulkley describe en un 87 % a un 97 % este comportamiento a temperatura ambiente de  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ .
2. La metodología de cálculo es efectiva para las condiciones específicas establecidas en este estudio, con un error máximo relativo puntual de 5,08 % a 8,8 % para los porcentos de sólidos en peso de la pulpa 41; 42,5 y 44 % respectivamente, clasificándola como una pulpa homogénea.
3. El diseño de experimento de caída de presión muestra un modelo estadístico ajustado de un 96,31 % de variabilidad en función del porcentaje de sólidos en peso de

la pulpa y el número de revoluciones del motor de la bomba, demostrando que a medida que disminuye el porcentaje de sólidos en la pulpa aumenta la caída de presión.

4. Los resultados de los costos de transportación confirman que a medida que disminuyen los porcentos de sólidos en peso en la pulpa, aumentan los consumos de electricidad, además de un decrecimiento en la eficiencia del transporte de los sólidos.



## **CONCLUSIONES GENERALES**

- De acuerdo con los resultados de caída de presión experimental y teórico en la tubería, el gradiente de presión en el hidrot transporte de la pulpa laterítica para las condiciones estudiadas demostró una probabilidad de efectividad de un 95,4 % y su error relativo promedio asociado a su uso es inferior al 4,6 %, lo cual permite validar la metodología empleada.
- El diseño de experimento realizado permitió proponer un modelo experimental de caída de presión en el sistema en función del número de revoluciones del motor de la bomba y el porcentaje de sólidos en peso en la pulpa con alrededor de un 96,31 % de variabilidad, demostrándose la cercanía en el caso del modelo teórico y el modelo experimental.
- El análisis granulométrico realizado a la pulpa laterítica demostró el comportamiento plástico de la misma, con un diámetro medio de las partículas de 2,8  $\mu\text{m}$ . La reología confirma la plasticidad de la pulpa caracterizándose por ser una pulpa viscosa, ajustándose al modelo Herschel-Bulkley de un 87 % a un 97 % a temperatura ambiente de 27 °C.

## **RECOMENDACIONES**

- Se propone extender las investigaciones para los regímenes de flujo de transición y turbulento. Proponiendo al respecto metodologías de cálculo en función de la clasificación reológica de la pulpa laterítica por tuberías.
- Precisar que la selección óptima del sistema de bombeo en la planta sea en función de la clasificación reológica de la pulpa laterítica, comportándose como un fluido no newtoniano ajustándose al modelo Herschel-Bulkley.
- Ver la posibilidad de utilizar el modelos 2.23 para estimar el gradiente de presión en el hidrotransporte de la pulpa laterítica cruda por tuberías, así como determinar la caída de presión en un tramo recto de tubería horizontal en régimen de flujo laminar.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABDELHAKIM, B.; KARIM, B & PIERRE, F..2012: Effect of Addition of Carboxymethyl Cellulose (CMC) on the Rheology and Flow Properties of Bentonite Suspensions. *Applied Rheology* 23(1): 1-10.
2. ABULNAGA, B. 2002: *Slurry Systems Handbook*. McGraw-Hill, New York, 629.
3. ANDREIEV, S.; PEROV, V & ZVERIÉVICH, V. 1987: *Trituración, desmenuzamiento y cribado de minerales*. Pueblo y Educación, La Habana, 536 p.
4. AZIZ, A & MOHAMED, H..2013: A Study of the Factors Affecting Transporting Solid-Liquid Suspension through Pipelines. *Open Journal of Fluid Dynamics* 3: 152-162.
5. BAHRANI, S & NOUAR, C..2014: Intermittency in the Transition to Turbulence for a Shear-Thinning Fluid in Hagen-Poiseuille Flow. *Journal of Applied Fluid Mechanics* 7(1): 1-6.
6. BARTOSIK, A..2010: Application of rheological models in prediction of turbulent slurry flow. *Flow, Turbulence and combustion, Springer-Verlag* 84(2): 277-293.
7. BARTOSIK, A..2011: Simulation of the friction factor in a yield-stress slurry flow which exhibits turbulence damping near the pipe wall. *Journal of theoretical and applied mechanics* 49(2):283-300.
8. BEYRIS, M & FALCÓN, H.. 2007: Sedimentación de pulpas minerales lateríticas en la tecnología de lixiviación ácida a presión: incidencia de la composición mineralógica. *Minería y Geología*, 23(1): 1-14.
9. BEYRIS, P & FERRER, E.. 1996: Comportamiento de distintos tipos de iones durante el proceso de sedimentación de las pulpas lateríticas. *Minería y Geología*, 23(2): 75-77.
10. BIRD, R; STEWART, W.& LIDTFEET, E. 1992: *Fenómenos de transporte*. 2 ed. Editorial reverté.S. A., Barcelona, 300 p.
11. BROOKES, A & SNOEK, E. 1986: Stabflow slurry development. *Hydrotransport* 10: 29-3.
12. BROWN, N & HEYWOOD, N. 1991: *Slurry handling: Design of solid-liquid systems*, Elsevier Applied Science. London.
13. BROWN, P. 1988: Three scale-up techniques for stabilized coal-water slurries. *Hydrotransport* 11: 267-284.

14. CABRAL, R. A.; GUT, J. A. W.; TELIS, V. R. N.; TELIS, J. 2010: Non-Newtonian flow and pressure drop of pineapple juice in a plate heat exchanger. *Brazilian Journal of Chemical Engineering* 27(04): 563-571.
15. CHACIN, F. 2000: *Diseño y Análisis de Experimentos I*. Talleres de FEPUVA-UCV, Caracas, 389 p.
16. CHHABRA, R & RICHARDSON, J.. 1999: *Non-Newtonian Flow in the Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications*. Butterworth Heinemann, Madras, 391.
17. CHHABRA, R & RICHARDSON, J.. 2008: *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology. Engineering Applications*. 2 ed. Butterworth Heinemann, UK, 501.
18. CHO, Y & HARTNETT, J.. 1982: Non-Newtonian fluids in circular pipe. *Adv. Heat Transf.* 15: 59-141.
19. COOKE, R.. 2002: Laminar flow settling: the potential for unexpected problems, British Hydromechanics Research Group 15th International Conference on Slurry Handling and Pipeline Transport. Memorias. Banff, Canada, Junio, 121-133.
20. COWPER, T.; SABATA, J & THOMAS, D.. 2010: A technical comparison of coal pipeline options, *Hidrotransport* 18:12-20.
21. DELGADO, M. 2004: *Diseño de experimentos (Parte I)*. Apuntes para una monografía, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", 38 p.
22. DODGE, D.; METZNER, A.. 1959: *AIChEJ* 5:189. (corrections ibid 8 (1962) 143).
23. DORON, P.; BARNEA, D..1996: Flow pattern maps for solid liquid flow in pipes. *Int. J. Multiphase Flow* 22: 273-283.
24. DRAAD, A.; KUIKEN, G & NIEUWSTANDT, F.. 1998: Laminar-turbulent transition in pipe flow for Newtonian and non-Newtonian fluid *Journal of Fluid Mechanics*. 377: 267-312.
25. DUCKWORTH, A., PULLUM, L & LOCKYEAR, F. 1982: The hydraulic transport of coarse coal at high concentrations, *Journal of Pipelines*, 4: 251-265.
26. DURAND, R & CONDOLIOS. E.. 1952: Experimental investigation of the transport of solids in pipes. *Deuxieme Journée de l'hydraulique*, pp 29-55.
27. DURAND, R & CONDOLIOS, E. 1953: The Hydraulic Transport of Coal and Solid Materials in Pipes. En: Proceedings of Colloquium on the Hydraulic Transport of Coal. Memorias. Great Britain, London, 5-7 noviembre, 7-11, 39-55.

28. ESCUDIER, M.; ROSA, S & POOLE, R.. 2009: Asymmetry in transitional pipe flow of drag-reducing polymer solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 161: 19-29.
29. ESPINOSA, M. 2015: Comercial bid VMG 055897/14-com-Review # 06. WEIR Minerals, weir do Brasil LTDA. 34 p.
30. FERNÁNDEZ, P. 2002: *Mecánica de los Fluidos*. Santander, 291 p.
31. FRIGAARD. I.; HOWISON, S & SOBEY.. 1994: On the stability of Poiseuille flow of a Bingham fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 263(25): 133-150.
32. GARCELL, L.; DÍAZ, A. & SURÍS, G. 2011 *Transferencia de cantidad de movimiento, color y masa*. 2 ed. Félix Varela, La Habana, 345 p.
33. GARDEA, H. 2008a: *Bombeo de Fluidos no newtonianos. Caso de los lodos residuales*. Rafael Bernardo Carmona Paredes (Tutor). Tesis doctoral. Universidad Nacional Autónoma de México. 171 p.
34. GARDEA, H. 2008b: Dos propuestas para el proyecto del bombeo de fluidos no newtonianos. Caso de los lodos residuales de plantas de tratamiento de aguas negras. *Ingeniería investigación y Tecnología* IX(2): 87-97.
35. GIBERT, R.. 1960: Transporthy drauliquee trefoulmrnt des mixtures enconduits. *Annales des Ponts et Chaussées*, May-June: 247-342, July-August: 699-702.
36. GOVIER, G.; AZIZ, K. 1982: *The Flow of Complex Mixtures in Pipes*. Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 661 p.
37. HALDENWANG, R.; CHHABRA, R & SLATTER, P.. 2000: Open channel flow of non-Newtonian fluids. En: 10<sup>th</sup> International Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles. Memorias. Wroclaw, Polonia, 4-7 septiembre, 269-280.
38. HALDENWANG, R & SLATTER, P.. 2006: Experimental procedure and database for non-Newtonian open channel flow. *Journal of Hydraulic Research* 44(2):.283-287.
39. HALDENWANG, R.; SUTHERLAND, A.; FESTER, V.; HOLM, R & CHHABRA, R..2012: Sludge pipe flow pressure drop prediction using composite power-law friction factor-Reynolds number correlation based on different no-Newtonian Reynolds numbers. *Walter SA* 38(4):615-622.
40. HANKS, R.. 1963: The laminar-turbulent transition for fluids with a yield stress *AChEJ*. 9: 306-309.

41. HERNÁNDEZ, G. 2017: Modelación de los parámetros reológicos de las pulpas lateríticas y su influencia en el sistema de bombeo. Arístides Alejandro Legrá Lobaina (Tutor). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 126 p.
42. HERNÁNDEZ, G.; MARTÍNEZ, R.; DURÁN, C. & PÉREZ, O. 2015: Eficiencia energética en sistemas de bombeo de hidromezclas. *Minería y Geología* 31(3):109-127.
43. HEYWOOD, N & CHENG, D.. 1984: Comparison of Methods for Predicting head loss in turbulent pipe flow of non-Newtonian fluids. *Trans. Inst. Meas. & Control*, 6(1): 33-45.
44. HORE, D., MCCARTHY, J & PULLUM, L. 1990: The advantages of a hybrid technology using stabilised flow and ultra-high concentration coarse particle transport. *Transactions of Mechanical Engineering* 15(3).
45. HOUMAN, J & JOHNSON, B.. 2003: Commissioning and Operation of the Paste Thickening Farm at Kimberley Combined Treatment Plant. En: Proceedings International Seminar on Paste and Thickened Tailings (Paste 2003). Memorias. Melbourne, Australia, 14-16 mayo.
46. HU, S. 2006: *Fluid-Solid Transport in Ducts: Slurry Flows*. Multiphase Flow Handbook, Boca Raton, 1156 p.
47. IZQUIERDO, R & NIKOLAEV, A. 1995a: Investigación de los parámetros y regímenes racionales de hidrotransporte de las pulpas lateríticas aplicables a las condiciones de explotación de la Empresa Comandante Pedro Sotto Alba. *Minería y Geología* 12(1): 57-59.
48. IZQUIERDO, R & PÉREZ, R. 1995b: Investigación de los parámetros y regímenes racionales de hidrotransporte de las pulpas lateríticas aplicables a las condiciones de explotación de la Empresa Comandante Pedro Sotto Alba. *Minería y Geología* 12(2): 31-36.
49. IZQUIERDO, R.; TURRO, A. & NIKOLAEV, A. 2001: Hidrotransporte del mineral laterítico en régimen estructural. *Minería y Geología* XVIII(2): 53-59.
50. JOHNSON, B & VIETTI, J.. 2003: The design of a Co-Thickened Slimes Disposal System for Kimberley CTP, in proceedings International Seminar on Paste and Thickened Tailings (Paste 2003), Melbourne, Australia, 14-16 mayo.
51. KENNETH, J. 2000: *Bombas selección, uso y mantenimiento*. Mc GRAW-HILL, México, 371 p.

52. LAHIRI, S & GHANTA, K..2010: Slurry Flow Modelling by CFD. *Chemical Industry & Chemical Engineering Quarterly* 16(4): 295-308.
53. LAURENCIO, H. 2007: *Método de cálculo para el transporte de emulsión de petróleo crudo cubano por tuberías*. Alberto Turro Breff (Tutor). Tesis de maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 71 p.
54. LAURENCIO, H. 2012: *Método para la determinación de parámetros racionales de transporte por tuberías del combustible cubano crudo mejorado 650*. José Falcón Hernández (Tutor). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 100 p.
55. LAURENCIO, H. L.; FALCÓN, J.; RETIRADO, Y. & PÉREZ, O. 2012: Modelo para cálculo de pérdida de presión en tuberías conductoras de petróleo pesado (11<sup>o</sup> API). *Minería y Geología*, 28(3): 70-86.
56. LAWLER, L., COWPER, T., PERTUIT, P & TENNANT, D. 1978: Application of stabilised slurry concepts of pipeline transportation of large particle coal. En: 3rd International Technical Conference on Slurry Transportation. Memorias. Las Vegas, Nevada.
57. LEGRA, A.; SILVA, O. 2011: *La investigación científica: Conceptos y Reflexiones*. Editorial Félix Varela, La Habana, 445 p.
58. LEYVA, B.; GUILLEN, Y & LAURENCIO, H.. 2016b: Caracterización reológica de un lodo que se genera en el lavado de árido. *Ingeniería Mecánica* 19(3): 143-149.
59. LEYVA, B.; GUILLEN, Y.; SUÁREZ, D.; MARTÍNEZ, R & IZQUIERDO, R..2016a: Influencia de la concentración de sólido en la velocidad de sedimentación de lodo de la industria de áridos. *Minería y Geología*, 32(4): 17-32.
60. LÓPEZ, J. 2014: *Diseño hidráulico de un sistema gravimétrico para relaves mineros con un caudal de 202 m<sup>3</sup>/h y 220 m de desnivel*. Luis Ricardo Chirinos García (Tutor). Tesis de diploma (Ingeniero Mecánico). Pontificia Universidad Católica del Perú. 94 p.
61. LUPPNOW, D & MORENO, J..2009: Control and management of thickened tailings beach-a simplified approach, in Proceedings. En: 12<sup>th</sup> International Seminar on Paste and Thickened Tailings (Paste09). Memorias. Viña Del Mar, Chile, 21-24 abril, 245-250.
62. MACEDO, C.; MARTÍNEZ, J & VÉLEZ, J..2001: Diseño, Construcción y Validación de una Unidad Piloto Para el Manejo de Fluidos Newtonianos. *Información Tecnológica*. 12 (6): 169-176.

63. MARTÍNEZ, R. 2009: *Caracterización de las propiedades físico-mecánicas del Cieno Carbonatado para el perfeccionamiento de su hidrotransporte por tuberías. Alberto Turro Breff (Tutor)*. Tesis de maestría. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 80 p.
64. MARTÍNEZ, R.; IZQUIERDO, R. & POMPA, M. 2014: Pérdida de carga durante el transporte en régimen laminar de pulpas de cieno carbonatado. *Minería y Geología* 30(I): 80-94.
65. MÉNDEZ, O. & LÓPEZ, N. 1984: *Flujo de Fluidos y Separaciones Mecánicas*. Ediciones del ISPJAE, La Habana, 137 p.
66. METZNER, A & PARK, M.. 1964: Turbulent flow characteristics of viscoelastic fluids. *J. Fluid Mech.* 20 (3): 291-303.
67. METZNER, A & REED, J.. 1955: Flow of non-Newtonian fluids—correlation of the laminar, transition and turbulent flow regions. *AIChE J* 1:434–440.
68. MILLER, J & FREUN, J. 2005: *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. Felix Varela, La Habana, 737 p.
69. MITCHELL, S; MYERS T & SLATTER P.. 2007: An asymptotic analysis of the laminar-turbulent transition of yield stress fluids in pipes. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 66(1): 1-19.
70. MONTGOMERY, D. 1991: *Diseño y Análisis de Experimentos*. Grupo Editorial Iberoamérica, Mexico D.F, 591 p.
71. MORANGA, N.; PACHECO. P & VÉLIZ, J. 2013: Flujo turbulento de pulpas mineras en tuberías con transporte de sólidos en fluidos no newtonianos. En: 2013 ESSS Conference & Ansys Users Meeting. Memorias. Santiago, Chile, 18-19 abril, 1-44.
72. NEKRASOV, B. 1986: *Hidráulica*. Pueblo y Educación, La Habana, 432 p.
73. NEWITT, D.; RICHARDSON, J.; ABBOTT, M & TURTLE, R..1955: Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers* 33: 93-110.
74. NIKBAKHT, A..2016: *Observation of Transition from Laminar Plug to Well-Mixed Flow of Fibre Suspensions in Hagen-Poiseuille Flow*. Mark Martinez (Tutor). Tesis Doctoral. The University of British Columbia (Vancouver). 113 p.
75. NOUAR, C. & FRIGAARD, I.. 2001: Nonlinear stability of Poiseuille flow of a Bingham fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 100 (1):127-149.



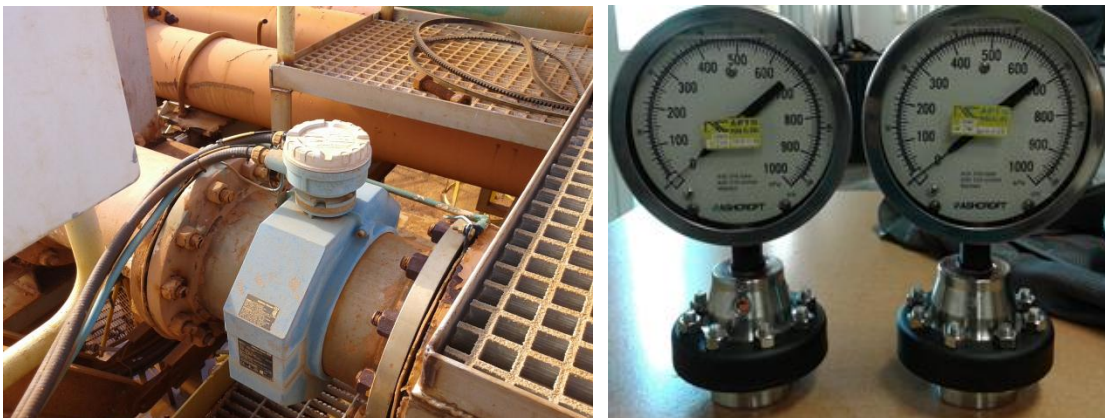
76. NGUYEN, D & BOGER, V. 1998: Application of rheology to solving tailings disposal problems. *International Journal of Mineral Processing*, 54(3-4): 217-233.
77. PATERSON, A.. 2011: Pipeline transport of high density slurries-a historical review of past mistakes, lessons learned and current technologies. *Transport-Keynote Address. (Paste 2011)*: 351-365.
78. PEIXINHO. J.; NOUAR, C.; DESAUBRY, C & THERON,B.. 2005: Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe *J. Non-New. Fluid Mech.* 128(2): 172-184.
79. PEKER, S.; HELVACI, Ş.; YENER, H.; İKIZLER, B & ALPARSLAN, A.. 2008: Solid-Liquid Two Phase Flow. Oxford: Elsevier. The Netherlands.
80. PÉREZ, L.; CARDERO, Y.; LAMOTH, Y. & GARCELL, L. 2008: Estudio del comportamiento reológico de una suspensión industrial de laterita. *Tecnología Química XXVIII*(1): 22-33.
81. PÉREZ, L. & GARCELL, L. 2006: Efecto de la granulometría y de las propiedades superficiales sobre la reología de las suspensiones concentradas de laterita. *Tecnología Química XXVI*(1): 40-47.
82. PÉREZ, L.; GARCELL, L.; ROJAS-PURÓN, A. R. & SIMONES, R. 2010: Mineralogía y reología de suspensiones minerales del proceso de lixiviación ácida a presión en Moa, Cuba. *Minería y Geología* 26(4): 16-35.
83. PÉREZ, L. & GARCELL, L. 2011: Análisis del efecto de las principales variables que determinan el comportamiento reológico de suspensiones limoníticas. *Tecnología Química XXXI*(3): 106-118.
84. PULLUM, L.; 2007: Pipeline tailings, pastes and backfill (Keynote Address). En: Proceedings Tenth International Seminar on Paste and Thickend Tailings (Paste 07). Memorias. Perth, Australia, 13-15 marzo, 113-128.
85. RETIRADO, Y. 2012: *Modelación matemática del proceso de secado natural de las menas lateríticas*. Arístides Alejandro Legrá Lobaina (Tutor). Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico. 100 p.
86. REYNOLDS, O..1883: An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinous, and of the law of resistances in parallel channels. *Phil Trans Roy Soc London* 174: 935-982.
87. REZA, G. 2000: *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*. McGraw-Hill, New York, 215.

88. ROBINSKY, I., 1975: Thickened discharge—a new approach to tailings disposal, *Can. Mining Metal Bull*, 68: 47-53.
89. RODRÍGUEZ, M.; IZQUIERDO, R.; MONTERO, R.; WILLIAMS, M.. 2016: Cálculo del gradiente de presión en el hidrot transporte de pulpa laterítica en régimen laminar a través de una tubería horizontal. *Minería y Geología* 32(4): 49-62.
90. ROSABAL, V.; & VALLE, M. 1998: *Hidrodinámica y Separaciones Mecánicas* (Vol. II). Ediciones ENPES, La Habana, 137 p.
91. RUTMAN, M; BLACKBURN, H; GRAHAM, L PULLUM, L..2001: Weakly Turbulent Pipe Flow of a power Law Fluid. En: 14<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference, Adelaide, Australia, 10-14 diciembre, 925-928.
92. RUDMAN, M & BLACKBURN, H..2006: Direct numerical simulation of turbulent non-Newtonian flow using a spectral element method. *Applied Mathematical Modelling* 30:1229-1248.
93. RUDMAN, M & BLACKBURN, H..2012: Turbulence Modification in Shear Thinning Fluids: Preliminary Results for Power Law Rheology. En: 18<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference. Memorias. Launceston, Australia, 3-7 diciembre, 1-4.
94. SELLIN, R.; HOYT, W & SCRIVENER, O.. 1982a: The effect of drag reducing additives on fluid flow and their Industrial. *J. Hydraulic. Res* 20: 29-68.
95. SELLIN, R.; HOYT, J & SCRIVENER, O.. 1982b: Present applications and future proposals. *J. Hydraulic. Res* 20: 292-353.
96. SERY, G & SLATTER, P.. 2004: Centrifugal pump performance Reynolds number for non-Newtonian slurries. En: 12<sup>th</sup> International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles. Memorias. Prague, Czech Republic, 20–24 septiembre, 601–609.
97. SHAMLOU, P. A. (1988). *Handling of bulk solids*. Butterworths, London, 193 p.
98. SHANSHI, M. 2004: *Piping calculation manual*. Mc Graw-Hill, New York, 659 p.
99. SHANSON, P., & TORY, E. 1965: Settling of slurries. *Industrial and Engineering Chemistry*, 57(2), 18-25.
100. SKELLAND, A. 1970: *Now Newtonian flow and head transfer*. Ediciones Revolucionarias, La Habana, 400 p.

101. SLATTER, P & LAZARUS, J.. 1993: Critical flow in slurry pipe-lines. *Hydrotransport 12*. En: 12<sup>th</sup> International Conference on Slurry Handling and Pipeline Transport. Memorias. Brugge, Bélgica, 28-30 septiembre, 639–654.
102. STEFFE, J. 1996. *Rheological methods in food process engineering*. 2ed. Freeman Press, 428 p.
103. SLATTER, P.. 1996: Reynolds number for yield pseudoplastic and Bingham plastic fluids. *Hidrotransport 13*: 97-113.
104. SLATTER, T. 1997: The role of the yield stress on the laminar/turbulent transition. En: 9th Int. Conf. on Transport and Sedimentation of Solid Particles. Memorias. Cracow, Poland, 2-5 Septiembre, 547–561.
105. SLATTER, P.. 1999a: The role of rheology in the pipelining of mineral slurries. *Min. Pro. Ext. Met. Rev*, 120: 281–300.
106. SLATTER, P. 1999b: The laminar/turbulent transition prediction for non-Newtonian slurries. En: Int. Conf. Problems in Fluid Mechanics and Hydrology. Memorias. Czech Republic, Prague, 23-26 junio, 247–256.
107. SLATTER, P & WASP, J. 2000: The laminar/turbulent transition in large pipes. En: 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Transport and Sedimentation of Solid Particles. Memorias. Wroclaw, Poland, 4-7 September, 389–399.
108. SLATTER, P.. 2004: The hydraulic transportation of thickened sludges, Proceedings of the 2004 Water Institute of Southern Africa (WISA). En: Biennial Conference. Memorias. Cape Town, South Africa, 2-6 May, 1311-1315.
109. SLATTER, P.. 2005: Tailings Transport-Back to Basics!; Invited Keynote Address, Paste 2005. En: International Seminar on Paste and Thickened Tailings. Memorias. Santiago, Chile, 20-22 abril, 165–176.
110. SLATTER, P.. 2006: Plant design for slurry handling. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 106: 687-692.
111. THOMAS, D. 1978: Pipelining of coarse coal as a stabilized slurry: Another viewpoint. En: 3rd International Technical Conference on Slurry Transportation. Memorias. Battelle, USA. Slurry Transportation Association.
112. THOMAS, A. D., PULLUM, L. AND WILSON, K. C. 2004: Stabilised laminar slurry flow: Review, trends and prognosis. En: 16th International Conference on Hydrotransport. Memoria. Santiago, Chile, 26-28 abril, 701-716.
113. TOMITA, Y.. 1959: The Broyden method is actually an improved Newton-Raphson iteration. *Bull. Japan. Soc. Mech. Engrs.* 2(10): 469-474.

114. TURIAN, R & YUAN, T..1971: Pressure Drop Correlation Pipeline Flow of Solid Liquid Suspensions. *AIChE Journal* 17(4): 809-817.
115. WARREN, M.; SMITH, J.; & HARRIOTT, P. 1998: *Operaciones unitarias en Ingeniería Química*. 4 ed. Mc Graw-Hill, Madrid, 1095 p.
116. WASP, E.; KENNY, J & GANDHI, R. 1977: *Solid- Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation*. Trans Tech Publication, 1977.
117. WILLIAMS, M. 2016: *Determinación de la velocidad crítica en el transporte de la pulpa laterítica en la fábrica "Pedro Sotto Alba"*. Michel Rodríguez Ismar (Tutor). Tesis de diploma (Ingeniero Mecánico). Instituto Superior Minero Metalúrgico. 62 p.
118. WILSON, K & THOMAS, A.. 1985: A new analysis of the turbulent flow of non-Newtonian fluids. *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 63(4): 539-546.
119. WILSON, K..1996: Laminar-turbulent transition locus for power law non-Newtonians. BHR Group Cranfield, U.K. *Hydrotransport*. 13:61-74.
120. WILSON, W., MISKOLCZI, J., DAGENAIS, M., SMITH, Q., LANTEIGNE, L., HULETT, L & LANRIAULT, D. 2006: The application of "Paste rock" For cover system in mine waste management, Paste 2006.
121. WILSON, K.; ADDIE, G.; SELLGREN, A.; CLIFT, R. 2006: *Slurry Transport Using Centrifugal Pumps*. 3 ed. Springer, New York, 432 p.

**Anexo 1. Instrumentación utilizada de los tanques espesadores TK-1A/F.**



**Figura 1.** Flujómetro ultrasónico y manómetros analógicos.



**Figura 2.** Calibración de los manómetros.

**Anexo 2. Equipos e instrumentos utilizados para las técnicas experimentales.**



**Figura 3.** Viscosímetro rotacional de cilindros concéntricos RHEOTEST 2 y analizador de humedad RAD WAG.



**Figura 4.** Picnómetros y Balanza digital.



**Figura 5.** Probeta de 1000 ml.

**Anexo 3. Resultados de la sedimentación discontinua de la pulpa laterítica.**

Tabla A1. Valores de altura de la pulpa sedimentada en función del tiempo.

42,5 % de sólido		44 % de sólido		41 % de sólido	
tiempo (h)	altura (cm)	tiempo (h)	altura (cm)	tiempo (h)	altura (cm)
0	32	0	32	0	32
0,483	31,2	1,03	31,6	0,24	31,4
1,583	30,8	2,01	31,3	0,59	30,95
2,983	30,4	3,74	31,1	1,58	30,6
3,566	30,3	4,99	31	3,05	30,2
5,75	30	24,9	29,7	21,11	27
7,65	29,6	28,61	29,6	27,21	26,9
28,766	27,6	48,66	29,1	44,51	26,7
45,349	27,2	68,64	29	71,51	26,7
54,382	27,1	99,49	28,8	---	---
97,293	27,1	114,32	28,8	---	---

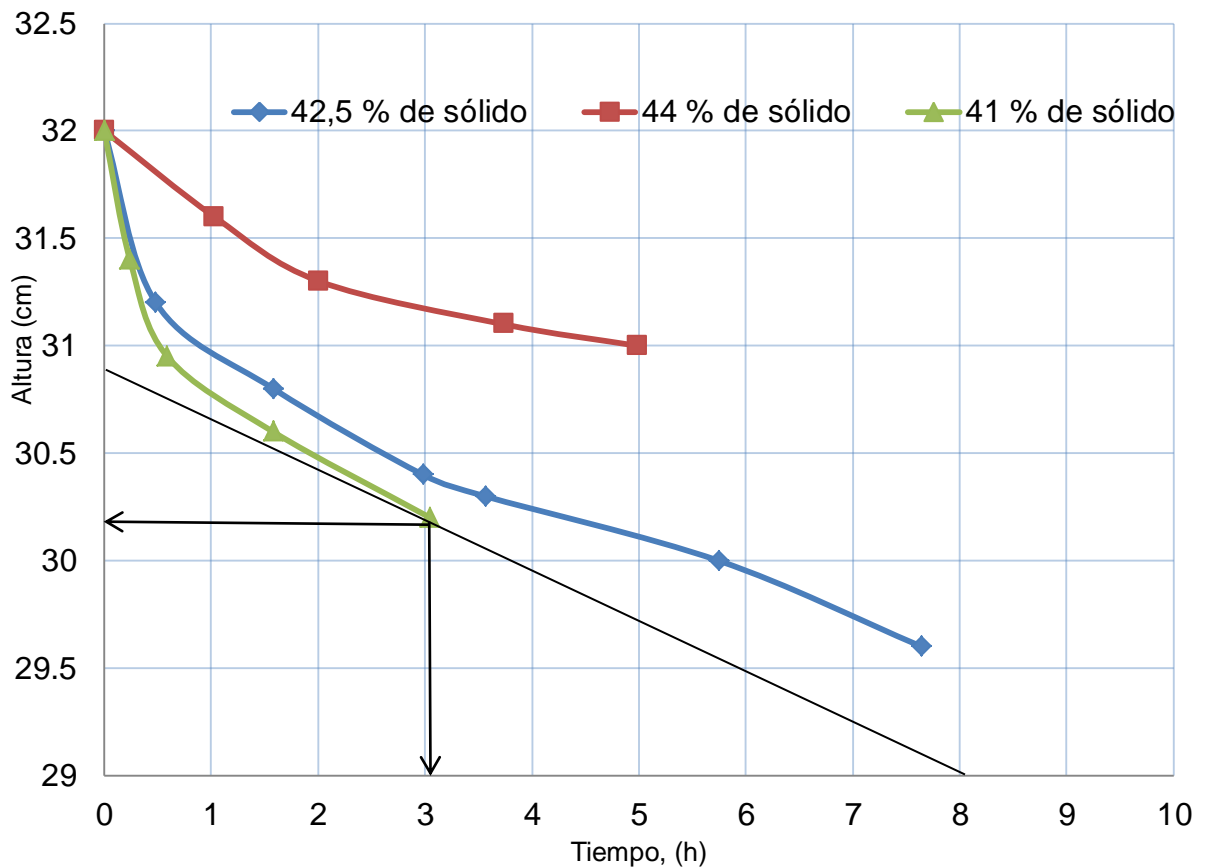


Figura 6. Velocidad de sedimentación de la pulpa laterítica en la zona de caída libre.

#### **Anexo 4.** Diseño de experimento.

	<b>BLOQUE</b>	<b><math>\dot{V}_p</math></b>	<b>n</b>	<b>Caída de</b>
		<b>%</b>	<b>rev/min</b>	<b>KPa</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>41,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>28</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>42,5</b>	<b>1170,0</b>	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>1</b>	<b>44,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>1</b>	<b>41,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>1</b>	<b>42,5</b>	<b>1440,0</b>	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>1</b>	<b>44,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>30</b>
<b>7</b>	<b>1</b>	<b>41,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>41</b>
<b>8</b>	<b>1</b>	<b>42,5</b>	<b>1710,0</b>	<b>40</b>
<b>9</b>	<b>1</b>	<b>44,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>30</b>
<b>10</b>	<b>2</b>	<b>41,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>27</b>
<b>11</b>	<b>2</b>	<b>42,5</b>	<b>1170,0</b>	<b>25</b>
<b>12</b>	<b>2</b>	<b>44,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>19</b>
<b>13</b>	<b>2</b>	<b>41,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>34</b>
<b>14</b>	<b>2</b>	<b>42,5</b>	<b>1440,0</b>	<b>34</b>
<b>15</b>	<b>2</b>	<b>44,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>29</b>
<b>16</b>	<b>2</b>	<b>41,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>40</b>
<b>17</b>	<b>2</b>	<b>42,5</b>	<b>1710,0</b>	<b>39</b>
<b>18</b>	<b>2</b>	<b>44,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>31</b>
<b>19</b>	<b>3</b>	<b>41,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>29</b>
<b>20</b>	<b>3</b>	<b>42,5</b>	<b>1170,0</b>	<b>25</b>
<b>21</b>	<b>3</b>	<b>44,0</b>	<b>1170,0</b>	<b>20</b>
<b>22</b>	<b>3</b>	<b>41,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>34</b>
<b>23</b>	<b>3</b>	<b>42,5</b>	<b>1440,0</b>	<b>36</b>
<b>24</b>	<b>3</b>	<b>44,0</b>	<b>1440,0</b>	<b>30</b>
<b>25</b>	<b>3</b>	<b>41,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>42</b>
<b>26</b>	<b>3</b>	<b>42,5</b>	<b>1710,0</b>	<b>41</b>
<b>27</b>	<b>3</b>	<b>44,0</b>	<b>1710,0</b>	<b>30</b>

Figura 7. Matriz del experimento factorial completo para determinar la caída de presión experimental.



**Anexo 4. Diseño de experimento (continuación).**

Tabla A2. Resultados estimados para la caída de presión

<b>Número de corridas</b>	<b>Observados</b>	<b>Ajustados</b>	<b>Inferior 95 %</b>	<b>Superior 95 %</b>
<b>Fila</b>	<b>Valores</b>	<b>Valores</b>	<b>para Media</b>	<b>para Media</b>
1	28	26,601	24,771	28,432
2	25	26,185	24,592	27,777
3	20	19,990	18,159	21,821
4	34	35,851	34,259	37,444
5	35	34,851	33,259	36,444
6	30	28,074	26,481	29,666
7	41	40,657	38,826	42,488
8	40	39,074	37,481	40,666
9	30	31,713	29,882	33,543
10	27	26,046	24,215	27,877
11	25	25,629	24,036	27,222
12	19	19,435	17,604	21,266
13	34	35,296	33,703	36,889
14	34	34,296	32,703	35,889
15	29	27,518	25,925	29,111
16	40	40,101	38,271	41,932
17	39	38,518	36,925	40,111
18	31	31,157	29,326	32,988
19	29	27,046	25,215	28,877
20	25	26,629	25,036	28,222
21	20	20,435	18,604	22,266
22	34	36,296	34,703	37,889
23	36	35,296	33,703	36,889
24	30	28,518	26,925	30,111
25	42	41,101	39,271	42,932
26	41	39,518	37,925	41,111
27	30	32,157	30,326	33,988

## **SIMBOLOGÍA**

$R_e$ - Número de Reynolds . . . . .	(adimensional)
$n$ - Índice de flujo . . . . .	(adimensional)
$k$ - Índice de consistencia . . . . .	(adimensional)
$\tau_{rz}$ - Esfuerzo cortante en la pared de la tubería . . . . .	(Pa)
$\gamma$ - Velocidad de deformación o gradiente de velocidad . . . . .	( $s^{-1}$ )
$\mu$ - Viscosidad dinámica del fluido (pulpa) . . . . .	(Pa · s)
$\rho$ - Densidad del fluido . . . . .	(Kg / m <sup>3</sup> )
$\langle v \rangle$ - Velocidad promedio del fluido . . . . .	(m / s)
$D$ - Diámetro interior de la tubería . . . . .	(m)
$v_s$ - Velocidad de sedimentación . . . . .	(m / s)
$g$ - Aceleración de la gravedad . . . . .	(m / s <sup>2</sup> )
$\rho_s$ - Densidad del sólido . . . . .	(Kg / m <sup>3</sup> )
$\rho_l$ - Densidad del líquido . . . . .	(Kg / m <sup>3</sup> )
$v_c$ - Velocidad crítica de transición viscosa. . . . .	(m / s)
$v_s$ - Velocidad de sedimentación . . . . .	(m / s)
$\Delta P$ - Caída de presión . . . . .	(Pa)
$f$ - Factor de fricción de Darcy. . . . .	(adimensional)
$L$ - Longitud de la tubería recta. . . . .	(m)
$\tau$ - Esfuerzo cortante o densidad de flujo de cantidad de movimiento . . . . .	(Pa)
$\tau_{rz}$ - Esfuerzo cortante en la pared de la tubería . . . . .	(Pa)
$Z$ - Constante del cilindro rotor que se utiliza . . . . .	(Pa / cSt)
$\alpha$ - Resistencia que ejerce el fluido al giro del rotor . . . . .	(cSt)
$M_1$ - Peso del picnómetro vacío . . . . .	(g)
$M_2$ - Peso del picnómetro lleno de agua destilada . . . . .	(g)
$M_3$ - Peso del picnómetro con agua de reboso . . . . .	(g)
$M1$ - Peso del sólido . . . . .	(g)
$M3$ - Peso del picnómetro con agua destilada y el sólido . . . . .	(g)
$\rho_m$ - Densidad de la mezcla o pulpa . . . . .	(Kg / m <sup>3</sup> )

$W_p$	- Concentración de sólido en peso	. . . . .	.(%) ó (0–1)
$Z_1$	- Altura que representa el intercepto de la tangente a la curva para diferentes valores de t	. . . . .	(cm)
$Z$	- Altura del líquido claro en la interface	. . . . .	(cm)
$t$	- Tiempo	. . . . .	(s)
$C$	- Concentración de la suspensión en la probeta	. . . . .	(g/l)
$C_0$	- Concentración inicial de la suspensión	. . . . .	(g/l)
$Z_0$	- Altura inicial de la suspensión	. . . . .	(cm)
$u_s$	- Velocidad de corte en la pared de la tubería	. . . . .	(m/s)
$C_T / C_A$	- Radio de concentración	. . . . .	(adimensional)
$C(n)$	- Coeficiente que depende del comportamiento del fluido en la tubería	. . . . .	(adimensional)
$r$	- Radio interior de la tubería	. . . . .	(m)
$\tau_0$	- Esfuerzo cortante inicial	. . . . .	(Pa)
$R$	- Distancia del centro a la pared interior de la tubería	. . . . .	(m)
$v_z$	- Perfil de velocidad (componente de la velocidad en Z para coordenadas cilíndricas)	. . . . .	(m)
$Q$	- Flujo volumétrico	. . . . .	(m)
$R_{em}$	- Número de Reynolds modificado del fluido.	. . . . .	(adimensional)
$\frac{\Delta P_{teó}}{L}$	- Gradiente de presión teórico.	. . . . .	(Pa/m)
$\frac{\Delta P_{exp}}{L}$	- Gradiente de presión experimental.	. . . . .	(Pa/m)
$P_0$	- Presión puntual a la entrada	. . . . .	(Pa)
$P_1$	- Presión puntual a la salida	. . . . .	(Pa)
$E_p$	- Error relativo puntual	. . . . .	(%)
$m$	- Tamaño de la muestra	. . . . .	(adimensional)
$n$	- Número de revoluciones del motor de la bomba	. . . . .	(rev/min)
$N_e$	- Número de experimentos	. . . . .	(adimensional)

$k$  - Número de factores experimentales . . . . . (adimensional)

$n$  - Número de niveles . . . . . (adimensional)

## PRODUCCIÓN CIENTÍFICA DEL AUTOR SOBRE EL TEMA DE LA TESIS

### Participación en eventos científicos

1. **Rodríguez, M.** Velocidad crítica de la pulpa laterita en el transporte por tuberías. En: Evento V ENERMOA. Moa 2014 ISBN: 978-959-16-2407-9.
2. **Rodríguez, M.** Evaluación de los parámetros de hidrotransporte de la pulpa laterita en la fábrica Comandante Pedro Sotto Alba En: Evento VI ENERMOA. Moa 2016 ISBN: 978-959-16-3202-9.

### Publicación científica relacionada con el tema de la tesis de maestría

**RODRÍGUEZ, M.;** IZQUIERDO, R.; MONTERO, R.; WILLIAMS, M.. 2016: *Cálculo del gradiente de presión en el hidrotransporte de pulpa laterítica en régimen laminar a través de una tubería horizontal*. Minería y Geología 32(4): 49-62.

### Tutorías a tesis de ingeniería

1. Ramos, R. *Evaluación de los parámetros de transporte de la pulpa laterítica en la empresa comandante "Pedro Sotto Alba"*. Tesis de Ingeniería. ISMMM. 2015. 62 p.
2. Williams, M. Determinación de la velocidad crítica en el transporte de la pulpa laterítica en la fábrica "Pedro Sotto Alba". Tesis de Ingeniería. ISMMM. 2016. 62 p.
3. Delgado, R. Modelación y simulación del hidrotransporte de la pulpa laterítica en la empresa comandante "Pedro Sotto Alba". Tesis de Ingeniería. ISMMM. 2017. 73 p.