

REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO-METALÚRGICO
Dr. ANTONIO NÚÑEZ JIMÉNEZ
FACULTAD DE METALURGIA-ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE METALURGIA

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL PROCESO DE MOLIENDA
DEL MINERAL LATERÍTICO, CON COMPOSICIÓN SUSTANCIAL
VARIABLE**

Tesis presentada en opción al grado científico de Dr. en Ciencias Técnicas.

Autor: Ing. Reynaldo Laborde Brown

Tutores: Dr. C. Alfredo L. Coello Velázquez
Instituto Superior Minero Metalúrgico "Dr. Antonio Núñez Jiménez"
Facultad Metalurgia Electromecánica
Departamento de Metalurgia

Dr. C. Juan M. Menéndez Aguado
Universidad de Oviedo

Dr. C. Secundino Marrero Ramírez
Instituto Superior Minero Metalúrgico "Dr. Antonio Núñez Jiménez"
Facultad Metalurgia Electromecánica
Departamento de Eléctrica

Moa, 2005

AGRADECIMIENTO

A los doctores Alfredo L Coello Velázquez, Juan María Menéndez Aguado y Secundino Marrero Ramírez, por la ayuda y la orientación acertada durante el desarrollo de este trabajo.

A todos mis compañeros del Departamento de Eléctrica y en especial al Dr.C. Orllys Torres y a todos los compañeros de la Facultad por su apoyo y colaboración, en especial a los compañeros de los departamentos de Química y de Metalurgia por su ayuda durante el desarrollo del trabajo experimental de laboratorio.

A todo el personal técnico de la empresa "Cmde Ernesto Che Guevara", que nos facilitó realizar el trabajo experimental en la sección de molienda.

A todos los que de una forma u otra han contribuido al desarrollo de este trabajo.

DEDICATORIA

A mi esposa Olguita, por el apoyo brindado en todo momento, sin el cual no hubiese sido posible este trabajo.

A mis hijas Aidee y Gardenia por el aliento que me brindaron y por la confianza que depositaron en mí.

A nuestra Revolución, sin la cual hubiese sido imposible materializar este sueño.

INDICE

		Pág
SÍNTESIS		
INTRODUCCIÓN		
		1
CAPÍTULO I.- MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL		
		5
1.1	Generalidades sobre las funciones de la fragmentación	5
1.2	Modelos de la molienda, basados en el balance de masa de la población de partículas	7
1.3	La simulación de la molienda de los minerales, como herramienta fundamental en el control, optimización y diseño de instalaciones industriales.	10
1.4	El uso del índice de Bond y de las características energéticas del molino, como herramienta para valorar la eficiencia energética de los circuitos de molienda en operación.	13
1.5	Investigaciones realizadas sobre la molienda de los minerales lateríticos cubanos	14
	Conclusiones del capítulo	16
CAPÍTULO II.- MATERIALES Y MÉTODOS		
		17
	Introducción	17
2.1	Diseño de la investigación	17
2.2	Principales equipos e instrumentos utilizados durante los ensayos	18
2.3	Materiales utilizados y sus características.	18
	Metodología para la determinación de la composición granulométrica	19
2.4		
2.5	Determinación de la carga de bolas del molino.	20
2.6	Determinación de la carga de mineral para el molino de laboratorio.	21
2.7	Procedimiento para la determinación de los parámetros S_i de la función razón específica de la fragmentación S .	22
2.8	Procedimiento para la determinación de los parámetros $B_{i,j}$ de la función de distribución de la fragmentación B .	23
2.9	Procedimiento para la determinación del modelo cinético acumulativo	24
2.10	Procedimiento para determinar el índice de Bond .	25
2.11	Toma de muestras en el proceso industrial.	26
2.12	Medición del flujo de alimentación fresca al molino.	27
2.13	Estimación del tiempo medio de retención del mineral en el molino.	27

2.14	Medición de la energía consumida por el molino de bolas industrial	27
	Conclusiones del capítulo	28
	CAPÍTULO III.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN DEL TRABAJO EXPERIMENTAL DE LABORATORIO.	29
	Introducción	29
3.1	Determinación del índice de Bond para el mineral laterítico, con una composición sustancial variable.	29
3.2.1	Determinación de los parámetros del modelo cinético acumulativo	31
3.2.2	Validación del modelo cinético acumulativo.	32
3.3	Determinación de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación, S, para el mineral laterítico.	40
3.4	Determinación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación, B, para el mineral laterítico.	49
3.5	Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre la productividad del molino.	55
3.6	Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre el consumo específico de energía del molino.	57
3.7	Variación de la composición sustancial del mineral laterítico en el proceso industrial	58
	Conclusiones del capítulo	60
	CAPÍTULO IV.- MODELACIÓN DE LA MOLIENDA DEL MINERAL LATERÍTICO	61
	Introducción	61
4.1	Modelación y simulación de la molienda del mineral laterítico con composición sustancial variable.	62
4.1.1	Modelación de la molienda seca del mineral laterítico en un circuito abierto,	62
4.1.2	Validación del modelo.	70
4.1.3	Simulación del circuito abierto	72
4.2.1	Modelación de la molienda del mineral laterítico en un circuito cerrado.	73
4.2.2	Selección del modelo básico conceptual.	78
4.2.3	Identificación de los parámetros del modelo general en el circuito cerrado	80
4.2.4	Validación del modelo.	87
4.3	Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral, sobre la productividad y sobre el comportamiento	91

	energético del molino industrial.	87
4.4	Simulación del circuito cerrado	95
4.5	Valoración económica	96
	Conclusiones del capítulo	98
	Conclusiones generales	101
	Recomendaciones	102
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
	Anexo I (figuras)	
	Anexo II (tablas)	
	Anexo III (programas)	

SÍNTESIS

En el presente trabajo se ha particularizado la aplicación de los modelos matemáticos de molienda, basados en el balance de masas de la población de partículas, a un mineral de alta complejidad y variación de su composición sustancial, como es el caso de la laterita. Son establecidas determinadas regularidades entre las funciones de la fragmentación, la composición sustancial variable y el índice de Bond. Estas regularidades son aprovechadas para la formulación de un procedimiento que permite utilizar las concepciones clásicas de la modelación en el caso en que la composición sustancial del mineral sea variable, dando solución a las limitantes que hasta el momento han existido para el empleo de estos modelos en el caso de la laterita. El trabajo está desarrollado sobre una amplia base experimental, tanto a escala de laboratorio como a escala industrial y queda demostrada la factibilidad de emplear el procedimiento propuesto en una planta en explotación, donde los costos de producción en la sección de molienda pueden ser reducidos en un 17 %, en lo que se refiere al pago de electricidad, lo que equivale al ahorro de 337.4 MUSD anualmente por este concepto.

INTRODUCCIÓN

En las últimas cuatro décadas la molienda seca de los minerales lateríticos ha sido objeto de estudio con el fin de profundizar en los complejos fenómenos que tienen lugar durante el proceso industrial y sus altos consumos energéticos. La molienda de minerales es considerada un verdadero coloso energético, consume aproximadamente el 3% de toda la energía que producen los países industrializados (Schonert, 1979), de ahí que en términos de costos, la etapa de molienda es la más significativa en el procesamiento de los minerales (M. Duarte et al., 1998). Durante los últimos 25 años los investigadores han realizado grandes esfuerzos dirigidos hacia el mejoramiento de la eficiencia de este proceso, apoyándose en la modelación y simulación matemática del mismo. Se destacan en estas investigaciones países tales como Sudáfrica, Finlandia, Australia y Canadá.

Los modelos utilizados hasta el presente con mayor éxito y difusión para la simulación de la molienda, se basan en el balance de masa de la población de partículas (F. Muller et al., 1999). En dichos modelos juegan un rol esencial dos funciones básicas de la conminución: la función razón específica de la fragmentación y la función de distribución de la fragmentación. La primera, expresa la probabilidad que tiene una partícula de ser fragmentada. Esta función depende de las características del mineral y del equipamiento (Lynch, 1977); la segunda, expresa la distribución de la prole de partículas hijas en la fragmentación, antes de que ocurra la refragmentación. Algunos autores al describir la naturaleza de esta función (Lynch, 1977; Prasher, 1987; Austin y Concha, 1994; King, 2001), plantean la tesis de que ella no depende de las condiciones de operación. Particularmente Shoji (1979) señala que los valores de dicha función son insensibles a las condiciones de molienda al menos, en las condiciones normales de operación. En general, estas funciones han sido ampliamente investigadas y aplicadas en la modelación y simulación de los circuitos de molienda, con una gran cantidad de minerales cuya composición sustancial es invariable (cuarzo, cromita, dolomita, magnetita, granito, oro, etc). En el caso de los minerales multicomponentes, es escasa la bibliografía, aunque aparecen algunos trabajos donde se toma como alternativa la de determinar las funciones de la fragmentación para cada componente por separado (Ramírez y Finch, 1980). En el caso particular del mineral laterítico del yacimiento de Punta Gorda (ubicado al este de la provincia de Holguín), estudios preliminares han puesto de relieve la alta complejidad de

este tipo de mineral y la conveniencia de tratarlo como un mineral multicomponente, donde la variación de su composición sustancial está dada por la proporción en que se mezclen las componentes limonítica y serpentinitica. (Coello 1993 a, Coello 1993 b , Coello y Tijonov, 1996).

Como parte del programa de perfeccionamiento empresarial de las empresas niquelíferas cubanas, procesadoras del mineral laterítico, surge la necesidad de elevar la eficiencia del proceso de molienda, para lo cual a su vez es imprescindible la modelación y simulación matemática de dicho proceso, sin embargo, en la literatura está poco tratado el tema de la aplicación de la concepción clásica de la modelación a los minerales multicomponentes, con composición sustancial variable, de aquí surge el siguiente *problema científico*: la alta variabilidad y complejidad de la composición sustancial del mineral laterítico y su clasificación como un mineral multicomponente, limitan la aplicación de la concepción clásica utilizada en la modelación y simulación del proceso de molienda de este tipo de mineral.

Sobre la base de este problema, se establece el objeto de la investigación, los objetivos del trabajo y la hipótesis científica.

Objeto de estudio: la modelación y simulación del proceso de molienda del mineral laterítico.

Campo de acción: modelación y simulación de un mineral multicomponente, con composición sustancial variable.

Objetivo genera : desarrollar la modelación matemática de la molienda, tomando como base el balance de masa de la población de partículas, considerando la alta variabilidad de la composición sustancial del mineral laterítico como principal limitante en el empleo de las concepciones clásicas.

Objetivos específicos:

1. Determinar las regularidades del comportamiento de las funciones de la fragmentación de la laterita, el índice de Bond y la variación de su composición sustancial
2. Establecer un procedimiento para la modelación y simulación de la molienda del mineral laterítico con composición sustancial variable.

A partir de este diseño metodológico se definen las siguientes *tareas de investigación*:

1. Establecimiento del estado del arte y sistematización de los conocimientos y teorías relacionadas con el objeto de estudio.

2. Determinación del comportamiento de las funciones de la fragmentación para la molienda de la laterita con composición sustancial variable, a escala de laboratorio y en el proceso industrial.
3. Determinación de la variabilidad de la composición sustancial del mineral laterítico, en el proceso de molienda industrial.
4. Determinación del comportamiento del índice de Bond, para el mineral laterítico con composición sustancial variable.
5. Establecimiento del procedimiento para la modelación y simulación del proceso de molienda, de la laterita con composición sustancial variable, tanto a escala de laboratorio como a escala industrial.

Se plantea como hipótesis del trabajo que, si se comprueba que el mineral laterítico presenta una molibilidad variable, entonces para la modelación y simulación matemática del mismo, empleando los modelos basados en el balance de masa de la población de partículas, es necesario utilizar los parámetros de las funciones de la fragmentación en forma de variables, que expresen las regularidades de dichas funciones con respecto al cambio de la composición sustancial del mineral.

Consecuentemente con el cumplimiento de los objetivos propuestos y la hipótesis planteada, constituyen *novedades y aportes* del trabajo las siguientes:

1. Se establecen las regularidades entre las funciones de la fragmentación, el índice de Bond y la composición sustancial variable del mineral laterítico
2. Se realiza la adaptación de los modelos de molienda basados en el balance de masa de la población de partículas, a la molienda de un mineral con composición sustancial variable.

Metodología de trabajo.

Para la realización del trabajo se tomaron muestras del mineral laterítico en el yacimiento de Punta Gorda, y en el proceso de molienda de la empresa “Comde Ernesto Che Guevara”. Con estas muestras fueron preparadas diferentes mezclas de serpentina y limonita para simular la variación de la composición sustancial del mineral. Las muestras fueron sometidas a ensayos de molienda en molinos de laboratorio y a partir de los resultados obtenidos fueron determinadas la molibilidad de las mismas, los parámetros de las funciones de la fragmentación y las regularidades entre dichas funciones respecto la variación de la composición sustancial del mineral, hecho que fue aprovechado para la formulación de un

procedimiento que permite aplicar los modelos del balance de masa de la población de partículas, a un mineral multicomponente con composición sustancial variable. El procedimiento se hizo extensivo al proceso industrial, donde fue validada su efectividad.

I.- MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL

I.- MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL

Introducción

En el presente capítulo se realiza un análisis de los diferentes aspectos relacionados con los temas que son discutidos en la bibliografía consultada, con el fin de disponer de los elementos básicos y de las tendencias actuales que resultan esenciales para el desarrollo del trabajo.

Son tratados temas relacionados con las funciones de la fragmentación, con la modelación y simulación matemática del proceso de molienda y con los diversos usos del índice de Bond.

Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

1. Exponer los fundamentos teóricos de la modelación y simulación matemática del proceso de molienda de los minerales.
2. Analizar los trabajos precedentes relacionados con la modelación y simulación de la molienda del mineral laterítico con composición sustancial variable.

1.1 Generalidades sobre las funciones de la fragmentación.

Durante el proceso de molienda de cualquier mineral, el material grueso con una amplia gama de tamaños de las partículas, es alimentado al molino y aparece como producto en la zona de molienda, un material más fino cubriendo nuevamente una amplia gama de tamaños de las partículas. (Luckie y Austin, 1972). Por ello, durante el estudio del proceso, donde la alimentación se transforma en producto, no sólo es necesario conocer la razón a la cual las partículas se fragmentan, sino también describir sus tamaños generales. Estos dos requerimientos se reflejan en dos funciones de la fragmentación, inicialmente concebida por Epstein (1948), llamadas la razón específica de la fragmentación y la función de distribución de la fragmentación. (Prasher, 1987). Estas funciones son esenciales para la modelación y simulación matemática de los circuitos de conminución.

La razón específica de la fragmentación $S(x)$, es definida como la fracción de partículas del punto de tamaño x , fragmentadas en la unidad de tiempo. Esta función es utilizada de la forma siguiente: si S_j es la función razón específica de la fragmentación de un material de tamaño j y $M_j(t)$ es la fracción de masa para el tiempo t en el tamaño j de la masa total de partículas W , en una prueba batch, entonces la razón de fragmentación del material de tamaño j es $S_j M_j(t) / W$. De esta forma se indica cómo es utilizada la razón específica de la

Inicialmente se le llamó función de selección, sin embargo una mejor denominación es la de función razón específica de la fragmentación.

La función de distribución de la fragmentación $b(x,y)$ es la fracción de masa de la prógeni de partículas en el tamaño de la clase $x + \Delta x$ formadas directamente, sin sufrir ninguna refragmentación, cuando la unidad de masa de las partículas del punto y son fragmentadas ($y \geq x$). En su forma acumulativa, la función de distribución de la fragmentación $B(x,y)$ es la fracción de masa de las partículas de la prógeni igual o más fina que el tamaño x cuando la unidad de masa de las partículas de tamaño y es fragmentada.

En los trabajos desarrollados por S. R. Broadbent y T. G. Callcott (1956), A. J. Lynch (1980), E. G. Kelly y D.J Spottiswood (1990), entre otros, están ampliamente tratadas estas funciones de la fragmentación.

Diversos autores (Austin et al, 1982; Herbst y Fuertesnau, 1972; Karra et al, 1982; Ketsall et al, 1968; Kapur y Agrawal, 1970), han investigado la sensibilidad de la función razón específica de la fragmentación, S , frente a variables tales como: el tamaño de las partículas, la velocidad del molino, las dimensiones del molino, el medio de molienda y la carga de mineral. Diferentes expresiones matemáticas han sido sugeridas para cada caso.

De igual forma ha sido investigada la influencia de esas variables sobre la función de distribución de la fragmentación, B , demostrándose que dicha función es independiente del diámetro del molino, de la densidad de las bolas, de la carga de bolas, de la carga de mineral y del mineral retenido en el interior del molino (Prasher, 1987).

Para la determinación de las funciones de la fragmentación han sido propuestos diferentes métodos que se agrupan en:

1. Medición directa con una prueba completa batch para cada tamaño de fracción.
2. Estimación indirecta mediante el recálculo a partir de pruebas batch muy abreviadas.
3. Combinadas las mediciones directas limitadas y el recálculo limitado.

El método desarrollado por Kapur, con los parámetros concentrados G y H , pertenece al primer grupo y aunque es un método que requiere de un tiempo grande es sencillo, preciso y no requiere de muchos recursos para su aplicación, en comparación con otros métodos. Pettersen y Sandvick (1992), aprovechando las ventajas de la simulación han propuesto una variante para determinar las funciones de la fragmentación en un molino en operación, evitando recurrir a las pruebas de laboratorio.

En los trabajos examinados, relacionados con la determinación de las funciones de la fragmentación aparecen algunos ejemplos desarrollados para un grupo de materiales (antracita, cuarzo, mica, granito, galena, pirita, calcita, etc) sin embargo no se hace referencia a la determinación de estas funciones para el mineral laterítico con composición sustancial variable.

La aplicación de las funciones de la fragmentación aparece, en primer lugar, en la ecuación integrodiferencial de la cinética de la molienda (Bass, 1954; Filippov, 1961; Gaudin y Meloy, 1962; Gardner y Austin, 1962):

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = -S(x) M(x,t) + \int_0^x S(y) b(x,y) M(y,t) dy \dots\dots\dots(1.1)$$

En este modelo se asume que:

1. La fragmentación de una partícula es independiente de su historia pasada, es decir, es un proceso sin memoria.
2. La fragmentación de las partículas es independiente del medio en general circundante, es decir, se desprecia la interacción partícula – partícula.
3. La función razón de la fragmentación $S(x)$ solamente depende del tamaño x de la partícula, y la función de distribución de la fragmentación $B(x,y)$ depende solamente de los tamaños y, x .
4. Está ausente el aumento de tamaño de las partículas por agregación.
5. El proceso de fragmentación es independiente de la posición de las partículas en el medio de conminución, o las partículas están completamente mezcladas.

La solución analítica general a la ecuación integrodiferencial es complicada y no ha encontrado una aplicación práctica (Bass, 1954). Diferentes autores han intentado buscar soluciones analíticas más simples utilizando funciones especializadas para las funciones de la fragmentación (Gaudin y Meloy, 1962; Harris, 1968; Austin et al. 1972; Gupta y Kapur, 1976), sin embargo, se mantienen las dificultades para la aplicación práctica.

1.2. Modelos de la molienda, basados en el balance de masa de la población de partículas.

Las dificultades que se presentan para el empleo práctico de la ecuación integrodiferencial

(1.1), han obligado a los investigadores a inclinarse hacia el uso de los modelos de cinética de molienda de tamaño discreto, Bass, 1954; Reid, 1965; Mika , 1967; Austin 1971/72; Olsen, 1972; Whiten, 1974, entre otros . Estos modelos son mucho más cómodos para la determinación de parámetros y al manejo computacional. Los datos experimentales, invariablemente son recogidos en forma de grupo de densidad, distribuidos en intervalos de tamaños discretos, lo que hace más lógico el empleo de modelos de tamaño discreto, los cuales pueden interactuar directamente con la base de datos.

La expresión precursora para todos los modelos comunes, del balance de masa de las partículas, con tamaño discreto y continuos en el tiempo, de la cinética de la molienda es la ecuación diferencial:

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = -S_i(t) M_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} S_j(t) b_{i,j}(t) M_j(t) \dots\dots\dots (1.2)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

donde, S_i es el parámetro de la razón de la fragmentación, $b_{i,j}$ es el parámetro de la función de distribución de la fragmentación. S_i es el análogo en tamaño discreto de la función razón de la fragmentación y $b_{i,j}$ es el análogo en tamaño discreto de la función de distribución de la fragmentación. $M_i(t)$ es la masa o fracción de masa de las partículas, en el intervalo de tamaño i , para el tiempo de molienda t . De acuerdo a la convención establecida, el intervalo de tamaño discreto está confinado por la apertura de la malla de dos tamices adyacentes en una serie estandar, en la cual la razón del tamiz es $2^{1/2}$ ó $2^{1/4}$.

A partir de la expresión (1.2), Bass (1954) plantea el modelo:

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = -S_i M_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} S_j b_{i,j} M_j(t) \dots\dots\dots (1.3)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

Este es el modelo de la cinética de la molienda que ha encontrado mayor aplicación práctica. Soluciones analíticas al mismo han sido propuestas por Reid, (1965) y Olsen, (1972). Gupta y Kapur (1974), introducen la función reducida de Bass como una ruta alternativa para obtener los parámetros de la molienda:

$$S_j B_{i,j} = A_g(x_i) = S_i \dots\dots\dots (1.4)$$

y presentan entonces el llamado modelo de la función reducida de Bass, cuya forma matricial es:

$$M(t) = [\Theta(t)]^v M(0) \dots\dots\dots (1.5)$$

donde M(t) es un vector que representa al producto, M(0) es el vector que representa a la alimentación y $\Theta(t)$, es una matriz triangular inferior de orden n x n, llamada la matriz del molino y cuyo elemento $\Theta_{i,j}$ es la fracción de material inicialmente en el tamaño j, que es encontrada en el intervalo de tamaño i después de sufrir repetidos ciclos de fragmentación durante un período t.

Los elementos de la matriz del molino son:

$$\Theta_{i,i}(t) = e^{-A_g(x_i)t} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n-1$$

y $\Theta_{n,n} = 1$

y en cualquier fila, todos los elementos fuera de la diagonal principal no sólo son idénticos, sino que también están relacionados con los elementos de la diagonal principal mediante.

$$\Theta_{i,j} = \Theta_i = \Theta_{i,i} - \Theta_{j-1,i-1} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 2, 3, \dots, i-1$$

Dada la relativa simplicidad de este modelo, el mismo es ampliamente utilizado en la simulación. Además, el fenómeno de la producción de fino de orden cero (Arbiter y Bhrany, 1960; Mika y otros, 1967; Harris, 1968; Fuerstenau, 1968) es una consecuencia directa de este modelo.

En la literatura examinada, la mayor parte de los casos en que se han aplicado los modelos del balance de masa de la población de partículas, se refieren a minerales con composición sustancial invariable y de poca complejidad, no obstante aparecen algunos casos de aplicación a minerales multicomponentes de alta complejidad, como el plomo-zinc (Ramírez y Finch, 1980). Para la modelación y simulación de este mineral se determinan las funciones de la

fragmentación independientes para cada componente. En esta solución, si se produce una variación de las proporciones de los componentes, entonces esto puede provocar alteración en los resultados durante la simulación del proceso. En sentido general, la teoría sobre la molienda de los minerales multicomponentes se encuentra dispersa en los trabajos de Holmes y Paching (1957), Fuerstenau (1962), Tanaka (1966), Remenii (1974), Tovorov et al (1981), Bilenko (1984, 200), Kapur y Fuerstenau (1988), Coello (1993), Coello y Tijonov (1996). El análisis crítico valorativo sobre estos trabajos arrojan como conclusión que en la molienda de los minerales multicomponentes, los minerales participantes en las mezclas, se muelen de acuerdo a sus propias regularidades individuales, independientes unos de otros (Coello y Tijonov, 2001). En estos trabajos no se hace referencia a la aplicación de los modelos para un mineral multicomponente con composición sustancial variable, como es el caso del mineral laterítico del yacimiento de Punta Gorda.

1.3.- La simulación de la molienda de los minerales, como herramienta fundamental en el control, optimización y diseño de instalaciones industriales.

Una vez que se cuenta con los modelos matemáticos adecuados y aplicables, la simulación, desempeña un papel clave en los trabajos de control, optimización y diseño de las instalaciones industriales (Rajamani y otros, 1999; Mc Kee y Napier, 1990; Castro y Finch, 1980. Herbst y Potapov, 2004; Reyes, 2004) En este sentido, el hecho de que la molienda en un circuito cerrado, en una prueba batch y en un circuito abierto, presente patrones similares para las funciones de la fragmentación, es un elemento de gran importancia en este tema. Kelsall et al (1969).

Durante la simulación de los circuitos de molienda son comunes los siguientes problemas relacionados con: 1) los balances de masas estacionarios; 2) el análisis de sensibilidad, con respecto al error experimental y la precisión del modelo; 3) los valores reales y no reales de los parámetros; 4) los requerimientos diferentes para el control y para el diseño; 5) el cálculo de la función de distribución del tiempo real de retención. Estos problemas han sido tratados por Luckie y Austin (1972); Rogers, 1983; Gardner et al 1984. Los problemas relacionados con los balances de masas han sido particularmente tratados por Mular et al (1976); Richardson y White (1982); Sood et al. (1979); y Sood y Keklaitis (1979). Con relación a los

problemas de sensibilidad se destacan los trabajos de Klimpel y Austin (1984); Hodouin et al (1982); entre otros.

Kelsall et al (1968), han demostrado que, en el contexto de la simulación, es posible obtener resultados satisfactorios aún cuando sean utilizados valores no reales de algunos parámetros en combinación con los valores reales de otros parámetros. Austin y Weller (1982) han señalado que aunque este tipo de simulación introduce errores en el recálculo de la razón de fragmentación es adecuada para la predicción del flujo de alimentación y del comportamiento del clasificador.

Si se utilizan valores no reales de la función de distribución del tiempo de retención, en el modelo matemático, esto tiene su repercusión en las funciones de la fragmentación. Klimpel y Austin (1984) han llegado a la conclusión de que cuando se asume una mezcla perfecta en el molino, con un tiempo de retención real, los valores que se obtienen en el recálculo de S no son reales. Por ello se recomienda tomar las distribuciones de tamaños lo más cercanas posibles a las distribuciones del circuito real en estado estacionario, para ser utilizadas en la simulación.

Cuando el propósito de la simulación es el control o la optimización de una planta existente, puede resultar suficiente trabajar con parámetros concentrados o con valores no reales de los parámetros de la fragmentación y de la función de distribución del tiempo de retención, siempre y cuando se logre suficiente precisión en la distribución de tamaño del producto. Para el caso del diseño de una planta nueva, se desea preferiblemente obtener valores reales de los parámetros como han planteado Klimpel y Austin (1977).

Con relación al uso de modelos matemáticos en la simulación de los circuitos cerrados de molienda, Austin y Weller (1982), han propuesto tres aproximaciones generales para la reducción de tamaño:

1. Las distribuciones de tamaño y la función de distribución del tiempo de retención, se toman en la propia industria, y las funciones de la fragmentación son recalculadas a partir de los datos industriales
2. Las funciones de la fragmentación y de distribución del tiempo de retención son determinadas en un pequeño molino de trabajo continuo, del mismo tipo y bajo las mismas condiciones del molino industrial. Los valores obtenidos son escalados al molino industrial.

3. Las funciones de la fragmentación son determinadas en un molino de laboratorio. Estas son escaladas al molino industrial y se combinan con la función de distribución del tiempo de retención determinada en el molino industrial.

El primer método ha sido utilizado por Stewart y Restarick (1977), Lynch (1977) y Marchand et al (1980). Aquí se emplea un conjunto único de valores de la función de distribución de la fragmentación, B , para todos los minerales, lo que conlleva a errores en el cálculo de los valores de la razón específica de la fragmentación, S . Este método es válido para el caso en que se contemple la predicción en cambios en el tamaño de la alimentación o en flujo y para el caso en que sea estudiado el comportamiento del clasificador.

El segundo método ha sido desarrollado por Kelsall et al (1968), utilizando un molino de laboratorio y por Rogers (1979), utilizando un molino piloto. Este método tiene el inconveniente de que los valores de S , tienen que ser recalculados asumiendo los valores de B , y no resulta fácil separar con precisión los valores de S y de B , además los valores de la función de retención varían con la cantidad de mineral en el interior del molino (hold-up).

El tercer método ha sido utilizado por Austin et al (1976) y Herbst y Fuerstenau (1980). Resulta el método más fácil cuando se estudia un rango de condiciones del molino y es posible medir los valores de B y de S sin ambigüedades. Sin embargo, el escalado de las condiciones de laboratorio a las condiciones industriales, es un rasgo esencial en este método.

Algunos autores han utilizado estos métodos de forma combinada. , por ejemplo, Austin y Weller (1982), han aplicado elementos del segundo y tercer método para condiciones especiales asociadas con un mineral tricomponente.

En los trabajos examinados, los modelos y algoritmos utilizados para la simulación de los circuitos cerrados de molienda, consideran constantes los valores de los parámetros de las funciones de la fragmentación, como en realidad sucede para la mayoría de los minerales, sin embargo, al no hacer referencia al mineral laterítico en particular, no aparecen desarrollados procedimientos donde se tenga en cuenta la variación de la composición sustancial de este mineral, dada en la variación de la relación de sus componentes limonítica y serpentinitica.

1.4.- El uso del índice de Bond y de las características energéticas del molino, como herramienta para valorar la eficiencia energética de los circuitos de molienda en operación.

Durante la simulación de los circuitos de molienda, frecuentemente se tiene en cuenta el comportamiento energético del molino y se enfrenta el problema de determinación de la energía asociada al proceso de fragmentación de una partícula. Este problema de alta complejidad ha encontrado respuestas diversas entre los investigadores. Los trabajos más avanzados en este sentido son las llamadas leyes de la conminución : ley de Rittinger (1867), ley de Kick (1885), ley de Bond (1952), ley de Holmes (1957) y la ley de Charles (1957). Varios autores, Kinasevich y Fuerstesnau (1964), Austin y Luckie (1972), Austin y Brame (1983) han demostrado el carácter no fundamental de estas leyes y sus limitaciones al ser aplicadas en circunstancias prácticas.

Una alternativa a esta situación ha sido la determinación de la facilidad o dificultad con la cual el material es reducido en tamaño, la cual a su vez está relacionada con el comportamiento del molino. A través de los años han sido propuestas muchas expresiones de molibilidad, pero solamente dos de ellas han encontrado amplia aplicación práctica y han sido reconocidas como la base para el diseño de determinados tipos de molinos: (1) el índice de Hardgrove, asociado principalmente con los molinos verticales y (2) el índice de Bond, asociado con los molinos de volteo (Prasher, 1987).

El índice de Bond ha sido definido como el parámetro de la reducción de tamaño o dimensional, que expresa la resistencia del material a la trituración y a la molienda (Morrell, 2004). Este índice se ha empleado en la industria desde finales de la década del 20 del pasado siglo XX (Mosher y Tague, 2001). Sus valores han sido utilizados para el diseño industrial de los circuitos de molienda (Rowland y Rjos, 1978).

En diversos trabajos se dan indicaciones prácticas para facilitar la determinación del índice de Bond, con diferentes tipos de materiales, Deister (1987), Leving (1989), Lewis y Pearl (1990), Aksani y Sonmez (2000), Aguado (2001), sin embargo no aparecen referencias sobre la determinación de este índice para un mineral de composición sustancial variable como es el caso de la laterita

A pesar de que la molibilidad es ampliamente utilizada, tanto en el diseño como para valorar la eficiencia de los molinos en operación, Austin et al (1982) y Austin y Brame (1983) han

señalado las limitaciones del método de Bond. Estas limitaciones han sido corroboradas por Blanket (1970). Por otro lado, Herbst y Fuerstenau (1980), han demostrado que en diferentes plantas en operación, de la industria del cemento, la relación entre el consumo específico de energía observado y el estimado por el método de Bond se encuentra en el rango de $\pm 20\%$. Independientemente del grado de error que puede cometerse al determinar la molibilidad del material por el método de Bond, este continúa siendo el método principal utilizado para determinar la eficiencia operacional en un proceso de conminución, (Rowland, 1999). La aplicación del método de Bond tanto para el diseño de instalaciones de molienda como para juzgar la eficiencia de los circuitos en operación, no deja duda sobre su efectividad. sin embargo, cuando se trata de un análisis energético en una planta concreta en explotación, además de utilizar el método de Bond es aconsejable determinar un modelo de regresión que relacione el consumo específico de energía de la unidad de molienda con su productividad, este modelo representa la llamada característica energética de la unidad. Belyx et al (1971) y Avilov et al (1987) describen en detalles, con ejemplos de plantas procesadoras de materiales ferrosos, las ventajas que ofrece el uso del método de las características energéticas. Laborde y Marrero (2000), Laborde y Coello (2005) demuestran la conveniencia del uso de las características energéticas en el proceso de molienda del mineral laterítico, como un método que complementa al método de Bond y que tiene en cuenta los cambios que sufren las principales variables del proceso de molienda.

1.5.- Investigaciones realizadas sobre la molienda de los minerales lateríticos cubanos.

Muchos han sido, en sentido general, los trabajos realizados en busca de la mejora de la eficiencia energética de los circuitos de molienda (Alexandra y Fulvio, 1994). En el tema referido a la eficiencia energética de los molinos de bolas, Austin, Klimpel y Luckie (1984), en uno de sus libros han planteado: “ hemos tratado a través de todo el libro de evitar el uso del término eficiencia de la molienda porque el grado de conversión de energía para la reducción del tamaño útil es un concepto débilmente definido. Añadimos que, la única eficiencia que es realmente de interés es el encuentro de las especificaciones del producto al costo mínimo”.

Se reconoce que hasta un 99 % de la energía consumida en la molienda de un mineral se gasta en el movimiento del molino, en ruido y en calor, quedando sólo el 1 % para la reducción del

material. (Rowland, 1981). En el caso particular del proceso de molienda del mineral laterítico cubano, se han realizado importantes investigaciones en este sentido.

En Cuba existen dos plantas procesadoras de las minas oxidadas de níquel y cobalto, ubicadas al nordeste de la zona oriental (empresa “Cmdte Ernesto Che Guevara”, en Moa y la empresa “Cmdte René Ramos Latour”, en Nicaro), ambas plantas incluyen la molienda como parte del proceso de preparación de minerales y en las mismas está establecido moler de forma conjunta las fracciones serpentinitica y limonítica a razón de 1:3, sin embargo, en la práctica se observa que es difícil mantener de forma estable esta relación (Llorente, 2003), por lo que la molienda del mineral laterítico se presenta como la molienda de un mineral multicomponente con composición sustancial variable. El tema sobre la interacción de las dos componentes mineralógicas durante la molienda, ha sido polémico. Falcón (1987), sostuvo la hipótesis sobre la existencia de una interacción positiva entre las fracciones limoníticas y serpentiniticas, sobre la base del comportamiento de los índices del mineral molido al compensar con mineral la disminución de la carga de bolas. Coello (1993 a), también consideró esta posible interacción, sin descartar la necesidad de tener en cuenta los fenómenos relacionados con la molienda de los minerales de diferentes dureza y densidad. En un otro análisis de este problema, Coello (1993 b) asume un nuevo punto de vista al plantear que las componentes limonítica y serpentinitica se muelen de forma independiente, de acuerdo a sus propias regularidades.

Otras direcciones de trabajo han estado encaminadas a investigar la influencia de la carga de bolas del molino sobre los indicadores energotecnológicos del proceso (Coello , 1993 b); las variables operacionales sobre la productividad (Aldana y Legrá, 1996); la influencia del petróleo aditivo sobre los indicadores energotecnológicos (Llorente y Coello , 2003); El comportamiento del consumo específico de energía en la sección de molienda (Laborde ,et al, 2001 a), Laborde et al, 2001 b) Laborde et al, 2003, Laborde et al, 2004) En estos últimos trabajos se ha revelado una alta inestabilidad del consumo específico de energía en la sección de molienda de la empresa “Cmdte Ernesto Che Guevara” (ver figura A19, en el Anexo I.), por lo que es una necesidad el mejoramiento de la eficiencia de este proceso, lo que a su vez exige de la utilización de la modelación y simulación del mismo, sin embargo, al ser considerada la laterita como un mineral multicomponente con composición sustancial variable, surge el problema científico sobre las limitaciones que existen para la aplicación de

limitaciones que existen para la aplicación de las concepciones clásicas de modelación a este tipo de mineral en particular. Este hecho evidencia la importancia del presente trabajo.

De forma paralela han sido desarrollados trabajos similares en la empresa “ Cmdte René Ramos Latour” de Nicaro y se han obtenido resultados semejantes (Zaldívar y Fajardo, 1999).

En todas estas investigaciones, sobre el mejoramiento de la eficiencia energética en el proceso de molienda de la laterita, han sido tratados con profundidad problemas particulares, utilizando diversos métodos, sin embargo, están pobremente tratados los temas relacionados con los modelos de la conminución, con la determinación del comportamiento de las funciones de la fragmentación, para el mineral laterítico y con la simulación matemática del proceso de molienda.

Conclusiones del capítulo I

1. Los fundamentos de la modelación y simulación del proceso de molienda de los minerales se encuentran en dos funciones esenciales: la función de distribución de la fragmentación y la función razón específica de la fragmentación. El comportamiento de estas dos funciones para el caso de un mineral multicomponente, con composición sustancial variable, está pobremente tratado en la literatura.
2. En los trabajos investigativos desarrollados con el mineral laterítico cubano, y en particular, con la laterita de composición sustancial variable, no han sido desarrollados los modelos matemáticos basados en el balance de masa de la población de partículas.

II.- MATERIALES Y MÉTODOS

II.- MATERIALES Y MÉTODOS.

Introducción

La adecuada selección de los métodos y de los materiales es fundamental en todo trabajo investigativo, para garantizar su desarrollo eficaz y la veracidad de los resultados, de ahí que este haya sido uno de los momentos más cuidadoso, en cuanto a la toma y preparación de las muestras, los análisis granulométricos, la aplicación de las metodologías para la determinación del índice de Bond, la determinación de los parámetros de las funciones de la fragmentación, así como para el tratamiento de los resultados. Los objetivos específicos de este capítulo son:

1. Exponer de forma general la planificación de la investigación
2. Caracterizar los principales equipos, medios de medición, y materiales que fueron utilizados, durante el desarrollo del trabajo.
3. Exponer las principales técnicas y procedimientos utilizados durante el trabajo experimental.

2.1.- Diseño de la investigación.

Para dar solución al problema planteado, se procedió a la simulación física de la variación de la composición sustancial del mineral laterítico, mediante la preparación de un conjunto de muestras formadas a partir de diferentes mezclas de serpentina y de limonita. A estas muestras se les determinó el índice de Bond, aplicando convenientemente un diseño clásico del experimento, con el fin de conocer los posibles cambios en la naturaleza del mineral con los cambios en la relación serpentina-limonita. Revelada la movilidad variable del mineral, son determinados los parámetros de las funciones de la fragmentación para las componentes mineralógicas fundamentales y las mezclas, a fin de establecer las regularidades de dichas funciones respecto a los cambios que experimenta el mineral en su composición sustancial. A los modelos clásicos, basados en el balance de masa de la población de partículas, donde los parámetros S_j y $B_{i,j}$, por lo general se consideran constantes para un material dado, se les incorporan las regularidades observadas en las funciones de la fragmentación del mineral laterítico, considerando los parámetros variables y se obtiene un nuevo modelo que es validado primeramente en un circuito abierto a escala de laboratorio y luego en un circuito

cerrado industrial, en la planta de Punta Gorda, dando así solución al problema científico planteado.

Un amplio programa de muestreo del mineral industrial, así como el estudio del comportamiento energético y de la productividad de una unidad de molienda, permiten realizar una valoración económica sobre el impacto que puede producir la aplicación del procedimiento propuesto para la modelación y simulación del mineral laterítico.

Como centro experimental fue utilizado el laboratorio de Beneficio de Minerales del Departamento de Metalurgia, en el Instituto Superior Minero Metalúrgico, de Moa.

2.2. Principales equipos e instrumentos utilizados durante los ensayos .

Durante los ensayos de laboratorio fueron utilizados un pequeño molino cilíndrico de 190 x 245, con velocidad relativa $\Psi = 48.2 \%$, accionado por un motor monofásico de 373 W; un molino de Bond; un molino semi-industrial de 430 x 490, con velocidad relativa $\Psi = 0.90$, accionado por un motor trifásico de 1.5 kW; un juego de tamices de la serie Taylor (-40; 25; 20; 18; 10; 8; 5; 3,5; 3; 1,5; 1; 0,85; 0,60; 0,40; 0,30; 0,20; 0,16; 0,074; 0,044 : mm); una estufa para el secado de las muestras con rango de temperatura de 0 – 350° C, un reloj cronómetro, y otros medios auxiliares. Durante los experimentos realizados en la industria, fue utilizada una unidad de molienda integrada principalmente por el molino de bolas de 3 200 x 5 700, el cual es accionado por un motor sincrónico de 800 kW, y el ventilador de recirculación, que es un ventilador centrífugo con capacidad nominal de 134 000 m³/h, accionado por un motor asincrónico de 400 kW. Para la medición del flujo de aire en el sistema se utilizó un minibarómetro. Las mediciones de los parámetros eléctricos se realizaron mediante dos analizadores de redes: uno tipo PQM (de la serie Multilin) y otro marca ANALYST (ver fig. A18, en el Anexo I). Para el análisis de otras variables del sistema como % de humedad en el mineral, % de petróleo aditivo, etc, fueron utilizados los resultados que se obtienen diariamente en el laboratorio, con el empleo de los medios propios de la planta.

2.3. - Materiales utilizados y sus características.

El material utilizado durante esta investigación es la laterita del yacimiento de Punta Gorda, este yacimiento es un típico depósito residual de níquel, cobalto y hierro asociado a una

corteza de meteorización desarrollada en forma de un potente manto, esencialmente laterítico, sobre un macizo de rocas ultrabásicas serpentinizadas. Se distingue por el fino espesor de la capa de serpentina alterada que se interpone entre la capa limonítica y el lecho de roca (Cooke y Pongratz, 2003). Sobre la base del comportamiento de los parámetros geomorfológicos, geológicos y geoquímicos, dicho yacimiento ha sido dividido en 7 dominios geológicos (Vera, 2001). La laterita se define como “Suelo rojo residual” que se desarrolla en regiones húmedas tropicales y subtropicales con buen drenaje. La sílice y el magnesio son lixiviados y contienen concentraciones, particularmente, de hidróxidos de hierro y aluminio. Puede representar una mena de hierro, aluminio, manganeso o níquel (Rojas, 1995). Uno de los componentes principales de este material es la limonita, definida como $\text{FeO}(\text{OH}) \cdot n\text{H}_2\text{O}$ para referirse a los óxidos de hierro, naturalmente hidratados de identidad incierta. Otro de los componentes principales de la laterita es la serpentina, mineral con una fórmula química definida $\text{Mg}_3\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$ formado de rocas en dos variedades fundamentales Antigorita y Crisotilo.

La constitución del mineral laterítico se compone de una mezcla de limonita (de carácter terroso) y de serpentinas parcialmente descompuestas y duras.

La limonita aparece como tierra suelta o en terrones de color amarillo; por su parte el material serpentínico presenta toda la gama desde mineral terroso hasta fracciones de rocas duras de diversos tamaños. Este mineral está acompañado de una humedad promedio de 38%, variando desde un 30 a un 40%. El peso volumétrico del mineral seco “in situ” es de 1.20 t/m^3 y el del mineral húmedo “in situ” es de 1.78 t/m^3 .

Las características químicas de los horizontes de la corteza de intemperismo del yacimiento Moa muestran un cuadro geoquímico en correspondencia con la génesis de estos depósitos exógenos, evidenciando una tonalidad química vertical muy bien definida. Rojas (1995).

2.4- Metodología para la determinación de la composición granulométrica

La composición granulométrica se determinó por medio del análisis de tamiz. Este análisis se realizó por vía seco-húmeda, mediante el juego de tamices que aparece en el epígrafe 2.2. La masa mínima se determinó por la fórmula (2.1).

$$Q_{\text{mínima}} = 0.02(d)^2 + 0.5d \dots\dots\dots (2.1)$$

donde:

d- diámetro máximo del mineral, mm.

Q_{min} - masa mínima, kg.

Para el pesaje de las muestras se utilizó una balanza digital . El secado del material se realizó en una estufa a una temperatura de 120 °C.

2.5- Determinación de la carga de bolas del molino.

Para la selección de la carga de bolas se tuvo en cuenta que la carga constituida por bolas de diferentes tamaños ofrece un mayor rendimiento y además que los minerales blandos y menudos se muelen mejor con bolas pequeñas. La selección del diámetro máximo de las bolas se realizó según la fórmula de Rasumov (Andreiev, 1980):

$$D = 28 \sqrt[3]{d} \dots\dots\dots (2.2)$$

donde:

D, el diámetro de la bola máxima; mm

d, diámetro de las partículas de mayor tamaño; mm

Considerando un tamaño máximo de las partículas de 3.15 mm obtenemos:

$$D = 28 \sqrt[3]{3.15}$$

$$D = 29.4 \text{ mm}$$

Por ser las bolas de diámetro 30 mm, las de menor tamaño existentes en el laboratorio y para lograr una carga variada se incluyeron bolas de 50 mm hacia abajo.

La masa total de bolas a añadir fue calculada teniendo en cuenta el criterio de que el molino de bolas alcanza su mayor rendimiento cuando la carga de bolas ocupa del 45 al 50 % de su volumen interior (Andreiev, 1980). La masa de la carga de bolas fue calculada mediante la expresión:

$$M_b = \sigma_b \varphi V \dots\dots\dots (2.3)$$

donde:

ρ : densidad de las bolas (tomamos 4.35 g/cm^3 , para bolas forjadas de acero)

ϕ : grado de llenado de bolas del molino

V : volumen interior del molino (cm^3)

Para $V = 7546.7 \text{ cm}^3$ y $\phi = 0.45$, se obtiene $M_b = 14.8 \text{ kg}$. La distribución de los tamaños y cantidades de bolas escogidos aparecen en la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Distribución de la carga de bolas del molino de laboratorio.

Diámet, ϕ bola (mm)	Cant de bolas	Masa (g)	%
50	2	1077.6	7.29
40	6	1646.4	11.14
35	27	5896.8	39.89
30	55	6160	41.68
total	86	14780.8	100

2.6- Determinación de la carga de mineral para el molino de laboratorio.

Este cálculo se realizó tomando como criterio fundamental el trabajar con una carga de mineral tal que garantice un valor constante de la función razón específica de la fragmentación y esto se logra cuando el mineral ocupa del 60 al 110 % de los espacios entre las bolas. Este volumen se determinó mediante el procedimiento siguiente:

$$V_{eb} = V_{cb} - V_{mb} \dots\dots\dots (2.4)$$

donde :

V_{eb} : volumen total de los intersticios entre las bolas

V_{cb} : volumen que ocupa la carga de bolas en el molino (0.45 del volumen total del molino).

V_{mb} : volumen total de la masa de bolas.

El volumen obtenido fue comprobado hallando la diferencia del nivel de agua del molino con las bolas y sin estas.

Así para un volumen $V_{mb} = 1715.6 \text{ cm}^3$ se obtiene que el volumen total que ocupan los intersticios entre las bolas es de $V_{cb} = 1679.1 \text{ cm}^3$

Considerando que el material ocupe el 70 % de este volumen y teniendo en cuenta su peso volumétrico (1.19 g/cm^3 para la serpentina dura y 0.9 g/cm^3 para la serpentina blanda, determinadas experimentalmente), entonces la masa total de material posible a seleccionar para la experimentación es de :

$$M_{alim} = 1398.7 \text{ g (para la serpentina dura)}$$

$$M_{alim} = 1057.8 \text{ g (para la serpentina blanda)}$$

Tomamos definitivamente 1200 g para la alimentación del molino con cualquier tipo de material, con la seguridad de que se mantendrán invariables los valores de la razón específica de la fragmentación durante la molienda y de que no se producirá sobrecarga del molino (esta ocurre a partir del 110 % de llenado de los intersticios con mineral) (Prasher, 1987)

2.7.- Procedimiento para la determinación de los parámetros S_j de la función razón específica de la fragmentación S .

Para la determinación de los parámetros S_j de la función razón específica de la fragmentación para los distintos tipos de materiales ensayados, se aplicó el procedimiento siguiente.

De acuerdo con la teoría de las probabilidades, la razón de desaparición de material de tamaño j debido a la fragmentación es proporcional a la cantidad de material de tamaño j expuesto a ser fragmentado (Prasher, 1987). Así:

$$-\frac{d}{dt}[M_j(t)W] = S_j M_j(t)W \dots\dots\dots (2.5)$$

Si S_j es constante en el tiempo, entonces se puede expresar:

$$\log[M_j(t)/M_j(0)] = -\frac{1}{2.3} S_j t \quad \text{ó} \quad \ln[M_j(t)/M_j(0)] = -S_j t \dots\dots (2.6)$$

donde $M_j(0)$ es la fracción de masa del material de tamaño j para $t = 0$ (tamaño de alimentación). Entonces si $\log M_j(t)$ se plotea contra t , resulta una línea recta de pendiente $S_j/2.3$ ó $-S_j$.

2.8. Procedimiento para la determinación de los parámetros $B_{i,j}$ de la función de distribución de la fragmentación B.

En este trabajo fue utilizado el método de determinación directa, con alimentación de partículas de un solo tamaño, y en específico el método modificado de Kapur con los parámetros concentrados G y H, el cual se basa en una de las soluciones de la ecuación de la molienda dosificada de tamaño discreto, en la forma,

$$\ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i t + H_i \frac{t^2}{2} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

donde:

$$G_i = -S_1 + \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{i,j} \frac{R_j(0)}{R_i(0)} \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$$H_i = \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{i,j} (G_j - G_i) \frac{R_j(0)}{R_i(0)} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

$$\lambda_{i,j} = S_{j+1} B_{i,j+1} - S_j B_{i,j} \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

en estas ecuaciones:

$R_i(t)$: material retenido en un tiempo t

$R_i(0)$: material retenido para $t = 0$

Dado el hecho de que (2.7) es lineal en los parámetros G_i y H_i , esta ecuación puede ser utilizada para la determinación de los $B_{i,j}$ a partir de una determinada cantidad de datos obtenidos experimentalmente. Además es posible reducir el orden de la ecuación (2.7) y obtener,

$$\frac{1}{t} \ln \frac{R_i(t)}{R_i(0)} = G_i + \frac{H_i}{2} t \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

Para la alimentación con partículas de un solo tamaño, $R_i(0) = 1$ para

$i = 1, 2, 3, \dots$; entonces G_i en la ecuación (2.8) se simplifica a :

$$G_i = -S_1 B_{i,1} \quad \text{para} \quad i = 2, 3, \dots$$

$$G_i = -S_i$$

Mediante sustituciones de estas relaciones se obtienen las formas alternativas:

$$\ln \frac{R_i(t)}{-S_i(t)} = B_{i,1} - \frac{H_i}{2 S_i} t \quad (2.12)$$

$$\frac{\ln R_i(t)}{\ln R_1(t)} = B_{i,1} - \frac{H_i}{2 S_i} t \quad (2.13)$$

Fue utilizada la variante de la ecuación (2.13), para determinar los parámetros $B_{i,1}$, a partir de la molienda de los diferentes materiales ensayados en la clase de tamaño $- 3.25 + 2.0 \text{ mm}$. Las muestras fueron preparadas a partir de la trituration previa de material comprendido en las clases $- 10.00 + 3.25 \text{ mm}$. Como intervalo base de molienda se tomó 5 minutos. Para la determinación de la composición granulométrica de las muestras, en todos los casos, se aplicó la técnica del tamizado por vía húmeda, con un conjunto de tamices de la serie Taylor. Para reducir un tanto la laboriosidad del método, se hizo uso del modelo cinético acumulativo y fue simulada la molienda de los monotamaños.

2.9.-Procedimiento para la determinación del modelo cinético acumulativo.

Para la determinación de los parámetros de los modelos de los materiales ensayados, primeramente fue investigada la granulométrica inicial del material (para $t = 0$) y luego se procedió a realizar la molienda de las muestras para diferentes tiempos. En todos los casos las muestras fueron de 1200 g.

Los valores del parámetro cinético k , para cada tamaño, fueron determinados a partir de una regresión lineal de los valores del retenido del material en el tiempo, con un ajuste de la forma:

$$\ln W_{(x,t)} - \ln W_{(x,0)} = k t \quad (2.14)$$

Los valores de C y de n para cada tamaño se calculan a partir de los valores de k estableciendo una regresión lineal, con un ajuste de la forma:

$$\ln k = \ln C + n \ln x \quad (2.15)$$

2.10.- Procedimiento para determinar el índice de Bond .

A continuación se detallan los pasos seguidos para determinar experimentalmente el índice de Bond del mineral laterítico y de las mezclas de sus componentes en diferentes proporciones.

- 1) Preparación del material de alimentación en un volumen de 700 cm³ con el 100 % pasante por el tamiz de 3 200 micras.
- 2) Cálculo del peso del producto ideal o peso ideal de finos, considerando una carga circulante del 250 %, mediante la expresión:

$$\text{Peso ideal} = P_i = \frac{\text{Peso de 700 cm}^3 \text{ en la alimentación}}{3.5} \dots\dots\dots (2.16)$$

- 3) Caracterización granulométrica de la alimentación y determinación de F₈₀ y del contenido de fino presente.
- 4) Inicio del primer ciclo de molienda con un número arbitrario de revoluciones (se recomienda 100 vueltas para materiales duros y 50 para materiales más blandos)
- 5) Se extrae cuidadosamente el material molido del molino y se tamiza. Se determina el peso de todo el material fino (en nuestro caso escogimos como tamiz de corte el tamiz de 74 micras)
- 6) Se realizan los cálculos correspondientes para determinar los finos netos producidos:

Finos netos producidos = Peso total de finos – Peso de finos en la alimentación:

$$\text{Gramos por revolución} = g_{bp} = \frac{\text{Peso de finos netos}}{\text{número de vueltas}} \dots\dots\dots (2.17)$$

El número de vueltas para el próximo ciclo:

$$n = \frac{P_i - \text{Peso del nuevo material a moler}}{g_{bp}} \dots\dots\dots (2.18)$$

- 7) Se añade al rechazo una cantidad de material fresco con un peso igual al del fino total que fue retirado y se procede a realizar el próximo ciclo según el valor de n calculado.
- 8) Se repite la operación varias veces hasta que se alcanza el equilibrio (cuando los tres último valores de g_{bp} son aproximadamente iguales). Para el último ciclo se realiza un análisis granulométrico completo al material para determinar

el P_{80} . Los tres último valores de g_{bp} son promediados para determinar el índice de molturabilidad G_{bp} y con los datos obtenidos se procede a calcular el índice de trabajo mediante la expresión :

$$W_i = \frac{44.5}{(P_{74})^{0.23} (G_{bp})^{0.82} \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right]} \text{ kWh/t} \dots\dots\dots (2.19)$$

Para llevar el valor obtenido a toneladas métricas se introduce el factor $K_1 = 1.1$ y para considerar la molienda seca se introduce un factor $K_2 = 1.3$

2.11.- Toma de muestras en el proceso industrial.

Según el esquema de molienda representado en al fig. 2.1, la toma de muestras se realizó en 5 puntos que se corresponden con con g_i (alimentación fresca al molino, en la banda transportadora de alimentación); f_i (entrada al molino); p_i (descarga del molino); fc (material de retorno al molino); y q_i (producto final, muestreado en la descarga de los ciclones primarios y secundarios). Las muestras fueron tomadas en el sentido del flujo, con 5 réplicas, dejando transcurrir 25 minutos entre cada campaña. En cada punto se tuvo en cuenta la masa mínima de la muestra según la expresión (2.1). En las tablas A11 a la A14 del Anexo II se recogen los resultados de la composición granulométrica media observada en cada caso.

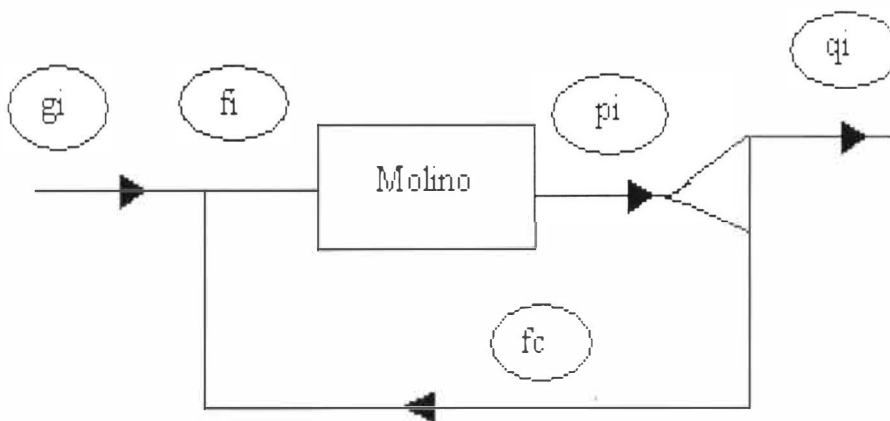


Fig. 2.1. Esquema del circuito de molienda cerrado objeto de estudio.

2.12.- Medición del flujo de alimentación fresca al molino.

Se realizó de forma indirecta mediante el pesaje de la cantidad de mineral contenida en la banda de alimentación al molino y tomando en consideración la velocidad de la banda. Para cada estimación se repitió la prueba 5 veces.

2.13.- Estimación del tiempo medio de retención del mineral en el molino.

Se utilizó un método indirecto, basado en la teoría de que el mineral acumulado en el interior del molino (hold-up), prácticamente no varía con los cambios en el flujo de alimentación, siempre y cuando dicho flujo sea inferior al nominal (Austin y Brame, 1983; Rogers y Austin, 1984). Teniendo en cuenta las dimensiones del molino y las características del mineral fue estimado un acumulado de 10 t. Para la determinación del tiempo medio de retención del mineral en el molino, fue aplicada la expresión:

$$tr = \frac{W^*}{Q_2} \times 60 \dots\dots\dots (2.20)$$

tr: tiempo medio de retención del mineral en el molino, min

W*: mineral acumulado en el interior del molino, t

Q₂: Flujo de alimentación al molino, t

2.14.- Medición de la energía consumida por el molino de bolas industrial.

Se empleó un analizador de redes digital, programado para el registro de la potencia demandada por el molino, cada 5 minutos. A partir de esta información se realizó la estimación de la energía consumida por el molino durante el desarrollo de las diferentes pruebas

Conclusiones del capítulo II

1. El diseño de la investigación, garantiza adecuadamente el tratamiento del problema planteado y fue concebido sobre la base de simular a escala de laboratorio la composición sustancial del mineral laterítico, utilizar los modelos del balance de masa de la población de partículas en esta simulación, mediante un procedimiento elaborado con este fin y luego extender la experiencia hacia el circuito cerrado industrial.
2. La selección y procesamiento del material de trabajo, durante los experimentos, con la aplicación de técnicas y de métodos reconocidos así como el empleo de equipos e instrumentos de medición en perfecto estado técnico y certificados, han garantizado la calidad y la veracidad de los resultados.
3. La aplicación de las metodologías para la determinación de las funciones de la fragmentación del mineral laterítico, constituyeron la esencia del trabajo experimental y los resultados obtenidos fueron satisfactorios.

III.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN DEL TRABAJO DESARROLLADO A ESCALA DE LABORATORIO

III.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN DEL TRABAJO EXPERIMENTAL DE LABORATORIO

Introducción

La determinación del índice de Bond constituye el método clásico más fiable de caracterización de un material ante la molienda, en un circuito cerrado, por ello constituye la etapa de partida en este trabajo, para luego profundizar en el estudio del comportamiento de las funciones de la fragmentación con relación a la naturaleza del mineral. Los objetivos específicos de este capítulo son los siguientes:

1. Determinar el comportamiento del índice de Bond y de las funciones de la fragmentación del mineral laterítico con composición sustancial variable.
2. Valorar el comportamiento de la productividad del molino de bolas frente a la variación de la composición sustancial del mineral.
3. Determinar la variabilidad de la composición sustancial del mineral laterítico, en el proceso tecnológico.

3.1.- Determinación del índice de Bond para el mineral laterítico, con una composición sustancial variable.

Aplicando el procedimiento descrito en el epígrafe 2.10 (de forma directa e indirecta mediante simulación con la ayuda del modelo cinético acumulativo), para las componentes fundamentales del mineral y las mezclas, fueron obtenidos los resultados que se muestran en la tabla 3.1. Como tamiz de cierre fue utilizado el de 0.074 mm, en correspondencia con el proceso industrial

Los resultados obtenidos muestran una fuerte relación entre el índice de trabajo y la variación de la composición sustancial del mineral (nótese el coeficiente de determinación $R^2 = 0.95$, en la fig. 3.1). Esta relación ha podido ser expresada analíticamente en la forma:

$$W_i = 0,1937 C_s + 0,1109 \dots\dots\dots (3.1)$$

Wi: índice de trabajo, kWh/t

Cs: contenido de serpentina,

Tabla 3.1 . Índice de Bond determinado experimentalmente para diferentes contenidos de serpentina en el mineral laterítico.

No	Contenido serpentina. %	Índice de trabajo, W_i , kWh/t	Índice de trab W_i , kWh/t (correg)
1	100	18.17	26.03
2	85	16.49	23.62
3	75	15.98	22.89
4	66	14.5	20.77
5	50	10.57	15.14
6	44	7.1	10.17
7	35	5.66	8.10
8	10	2.5	3.58

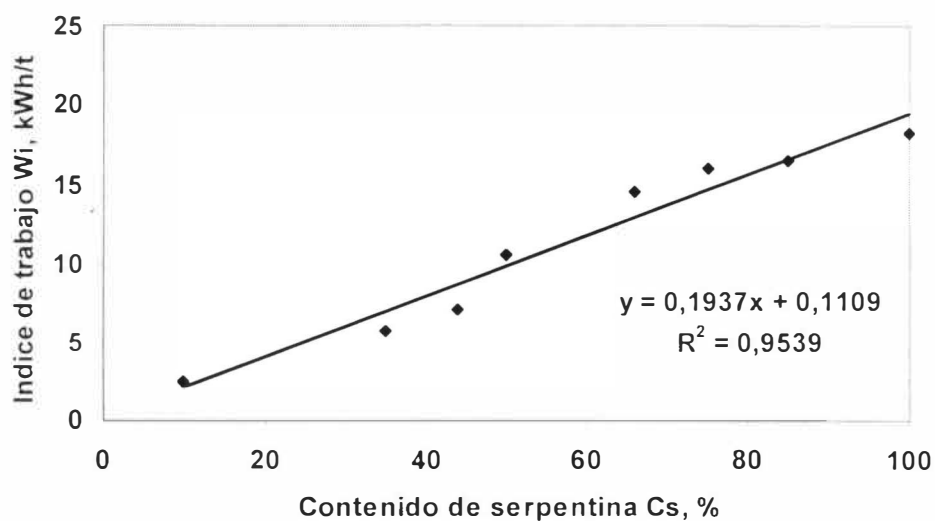


Fig. 3.1. Dependencia del índice de trabajo en función del contenido de serpentina en el mineral laterítico.

Interpretando el concepto del índice de Bond dado por Morrell (2004), los resultados obtenidos muestran un aumento de la resistencia del mineral a ser molido a medida que se incrementa la componente limonítica en la mezcla. A diferencia de otros materiales, como la

caliza, el feldespato, la mica, la celestina, el clinker, etc. ensayados por otros investigadores (Deister, 1987; Lewis et al, 1990.;Levin, 1990; Laplante, 1993; Aksani y Sonmez, 2000; Aguado, 2003; y otros) los cuales presentan un valor único del índice de trabajo, en el caso de la laterita se revela la particularidad de que este índice varía en dependencia de la composición sustancial del mineral. Y esta particularidad está estrechamente vinculada con la naturaleza del mineral, por lo que queda demostrada la variabilidad de la molibilidad del mineral laterítico en dependencia de su composición sustancial. Los parámetros de las funciones de la fragmentación también deberán cambiar con la variación de la composición sustancial. De aquí se desprende la motivación hacia la investigación del comportamiento de las funciones de la fragmentación para el mineral laterítico.

3.2.1. Determinación de los parámetros del modelo cinético acumulativo.

Al aplicar el procedimiento descrito en el epígrafe 2.9, para determinar los parámetros del modelo cinético acumulativo, ha sido obtenido el modelo representado por expresión (3.2), para la fracción serpentinitica, como herramienta para el estudio de las funciones de la fragmentación del mineral laterítico con composición sustancial variable (ver datos primarios en la tabla A1 del Anexo II).

$$W(x,t) = W(x,0) e^{-0.0057 \cdot x^{0.3605} \cdot t} \quad (3.2)$$

Con igual metodología se procedió para las mezclas previamente preparadas, donde fueron mezcladas cantidades definidas de las componentes limonítica y serpentinitica del material. En la tabla 3.2 se da el resumen de los valores promedios, de los parámetros obtenidos

Tabla 3.2. Parámetros del modelo cinético acumulativo, determinados para diferentes relaciones de serpentina-limonita en el mineral.

Parámetro	Contenido de serpentina en el mineral, Cs, %						
	0	10	25	35	50	75	85
C_m	0.1704	0.0938	0.0344	0.0327	0.0204	0.0052	0.0070
n	0.2639	0.2461	0.3154	0.2542	0.3429	0.5022	0.4253

Como puede apreciarse en la tabla 3.2, se produce una disminución del valor del parámetro C_m , con el aumento de la componente serpentinitica. Esta misma tendencia se observa al aplicar el modelo a la molienda de materiales de diferentes durezas (Aguado, 2003).

3.2.2- Validación del modelo cinético acumulativo.

Para la validación del modelo cinético acumulativo, ha sido escogido al azar un tiempo de molienda de 15 min, para una muestra de 1200 g de serpentina, en el monotamaño de 2000 μm . Como método estadístico se utilizan las pruebas F de Fisher para la comparación de las varianzas y la prueba t de Student para la comparación de las medias de los resultados obtenidos experimentalmente y los estimados mediante el modelo (Mason y otros, 1994; Bernard, 1979; Mitrofanov, 1982).

Como puede verse en la tabla 3.3 y en la figura 3.2, en la mayor parte de los casos, el error no sobrepasa el 5 %. Esto, unido a los resultados que se muestran en las tablas 3.4 y 3.5, donde queda demostrado que los valores calculados de F y de t son menores que sus respectivos valores críticos, nos permite afirmar que el modelo cinético establecido, constituye una herramienta válida para la estimación del contenido de las clases al cabo de un tiempo determinado de molienda.

Tabla 3.3 Resultados obtenidos, para $t = 15$ min

tamaño (x), μm	Peso acumul, W (x,t) obs, %	Peso acumul, W (x,t) calc, %	Error, %
2000	32,7	24,6	8,1
1000	36,8	33,6	3,2
850	37,8	35,8	2,0
600	40,4	40,4	0,0
400	47,1	45,8	1,3
300	53,3	49,5	3,8
200	56,8	54,5	2,3
100	59,1	62,4	-3,3
74	70,8	65,5	5,3

Tabla 3.4 Resultados de la prueba F, para la validación del modelo cinético acumulativo.

	W (x,t)calc	W (x,t) obs
Media	0,4577	0,4831
Varianza	0,0185	0,0159
Observaciones	9	9
Grados de libertad	8	8
F	1,1652	
P(F<=f) una cola	0,4170	
Valor crítico para F (una cola)	3,4381	

Tabla 3.5 Resultados de la prueba t, para la validación del modelo cinético acumulativo.

	W (x,t)calc	W (x,t) obs
Media	0,4577	0,4831
Varianza	0,0185	0,0159
Observaciones	9	9
Varianza ágrupada	0,0172	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	0,4119	
P(T<=t) una cola	0,3429	
Valor crítico de t (una cola)	1,7459	
P(T<=t) dos colas	0,6859	
Valor crítico de t (dos colas)	2,1199	

Para un tiempo de molienda variable, el modelo es también útil para la estimación de cualquiera de las clases como puede apreciarse en la tabla 3.6, donde el error, en la mayor parte de los casos, no sobrepasa del 5 %; y en la figura 3.3., donde la mayor parte de los puntos se agrupan muy cercanos a la línea del error cero. Las pruebas estadísticas corroboran

estos resultados, luego el modelo cinético acumulativo de la misma forma que ha sido utilizado como una importante herramienta para el análisis de otros minerales (Machado, 1990; Aksani y Sonmez, 2000; Aguado, 2003; y otros), también puede ser utilizado para el análisis del mineral laterítico con composición sustancial variable.

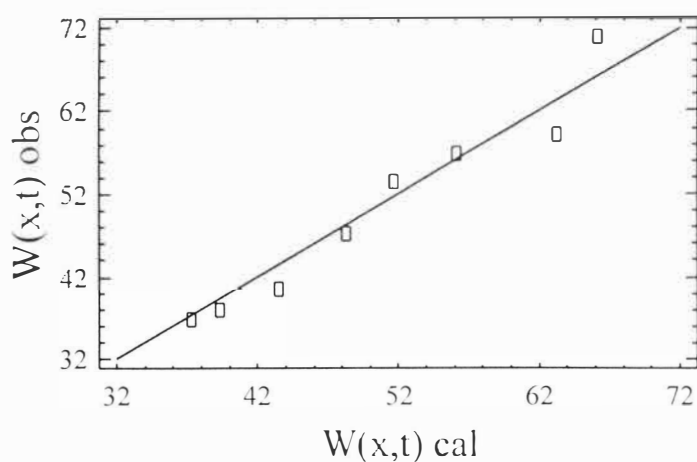


Fig.3.2 Valores experimentales y calculados para $t = 15$ min.

Tabla 3.6 Resultados de la molienda de una muestra de serpentina, en el monotamaño de $2000 \mu\text{m}$, para un tiempo de molienda variable.

Tiempo de mol, min	% en peso acumul $W(x,t) \text{ obs,}$	% en peso acumul $W(x,t) \text{ cal}$	Error, %
0	100,0	100,0	0,0
5	91,5	87,4	4,1
10	81,1	76,4	4,7
15	69,8	66,8	3,0
20	63,7	58,4	5,3

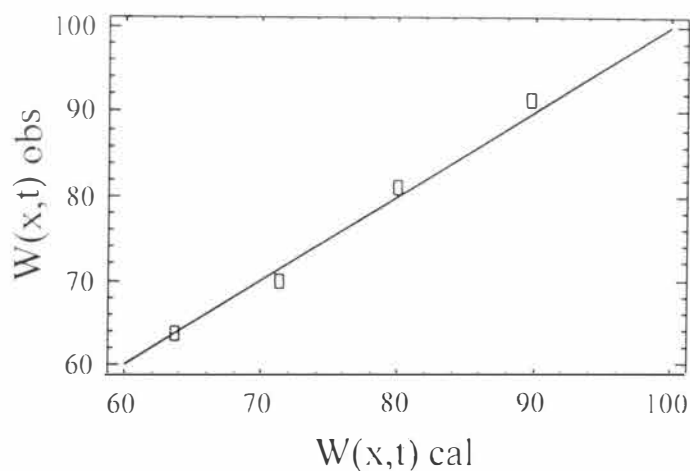


Fig. 3.3 Comparación entre los valores experimentales y los estimados mediante el modelo, para la clase - 74 μm , con un tiempo de molienda variable.

Al investigar la relación entre la composición sustancia del mineral, C_s , y el parámetro C_m del modelo cinético acumulativo, se observó una dependencia como la que se muestra en la figura 3.4, con un alto coeficiente de determinación ($R^2 = 0.97$). Esto sugiere utilizar la relación inversa como una vía para estimar la proporción en que se combinan las dos componentes mineralógicas fundamentales en una muestra de mineral laterítico.

De acuerdo a esta hipótesis se obtiene una dependencia como la que se muestra en la figura 3.5, y que puede ser expresada analíticamente según la fórmula (3.3).

$$C_s = 1.9595 C_m^{-0.7649} \% \quad \text{.....} \quad 3.3$$

Como se observa en la comparación de los valores observados y calculados (ver fig 3.6), existe una buena distribución de los puntos alrededor de la línea del error cero.

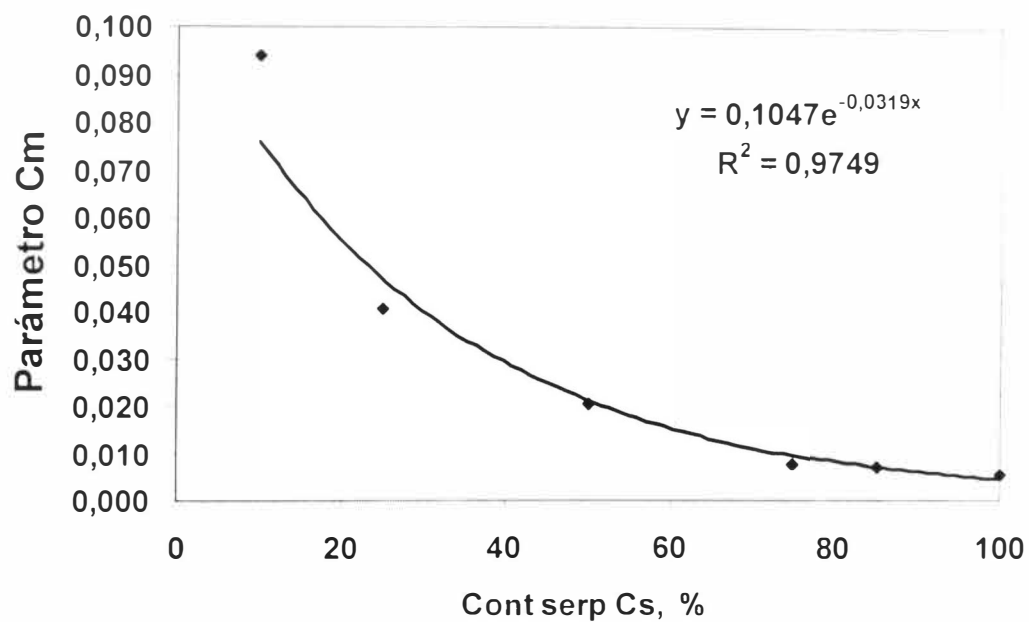


Fig. 3.4. Dependencia del parámetro C_m , respecto a la variación de la composición sustancial del mineral laterítico.

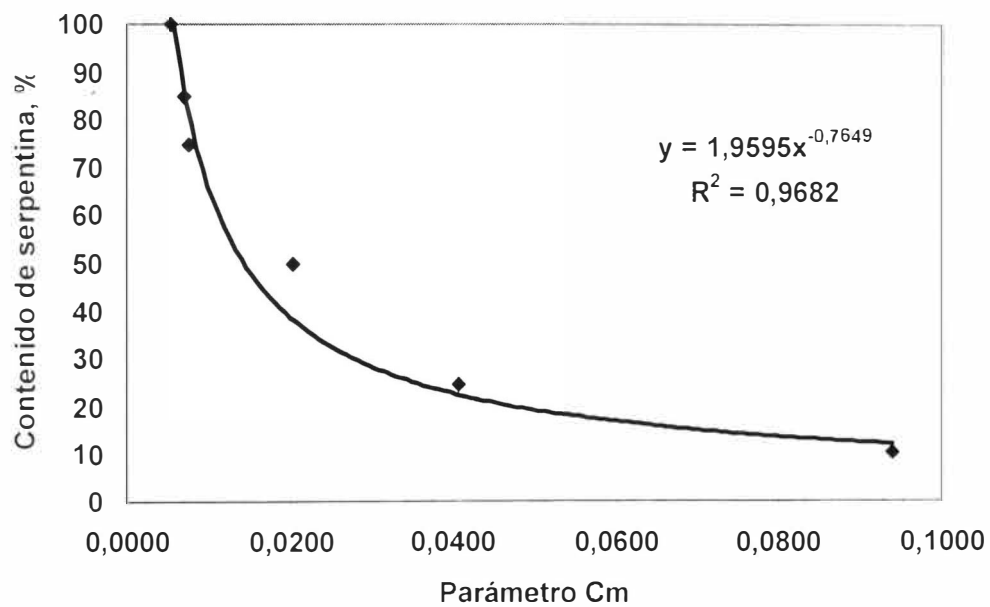


Fig. 3.5 Relación inversa de la dependencia entre el parámetro C_m y la variación de la composición sustancial.

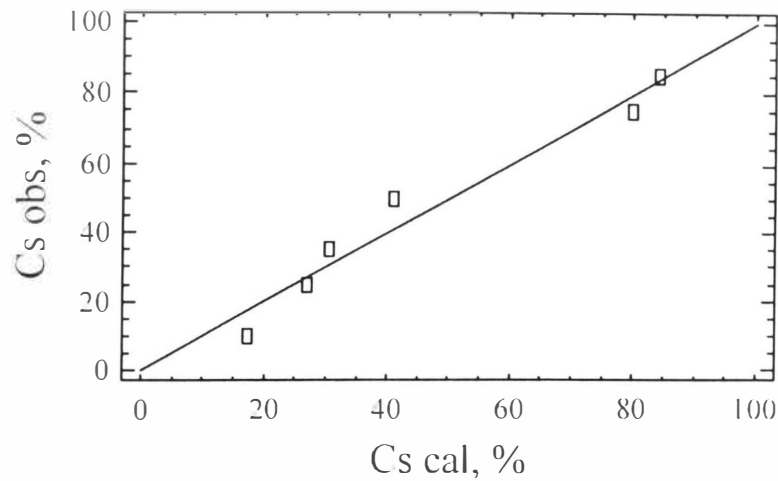


Fig. 3.6 Comparación entre los valores experimentales y los estimados.

Tabla 3.7 Resultados obtenidos, en la muestra 1.

Clase	Peso muestra, g	Peso muestra, %	Peso serp, g	Peso serp, %
(-40 +10)	2230	15.2	2230	15.2
(-10 +1)	7240	49.3	1376	9.4
(-1 + 0.074)	3403	23.2	783	5.3
(-0.074 + 0)	1826	12.4	383	2.6
Total	14699		4772	32.5

Los resultados obtenidos sobre la correlación entre C_m y la variación de la composición sustancial del mineral demuestran que, es posible utilizar la gráfica de la fig. 3.5 o el modelo (3.2) como una vía para la estimación del contenido de serpentina en el mineral a partir de determinar el parámetro C_m en el modelo cinético acumulativo.

Independientemente de esta validación se hizo una comprobación para determinar la composición sustancial de un conjunto de muestras del mineral, mediante el análisis mineralógico, utilizando la técnica de rayos X (Rojas, 1995). En las tablas 3.7 a la 3.9, están

dados los resultados obtenidos al aplicar esta técnica a tres muestras diferentes de mineral laterítico. (Ver figuras A.14 a la A.17 en el Anexo I.)

Tabla 3.8 Resultados obtenidos, en la muestra 2.

Clase	Peso muestra, g	Peso muestra, %	Peso serp, g	Peso serp, %
(-40 +10)	1349	0,084	1349	8,4
(-10 +1)	8467	0,529	1685	10,5
(-1 + 0,074)	4288	0,268	686	4,3
(-0,074 + 0)	2120	0,133	360	2,3
Total	16002		4080	25,5

Tabla 3.9 Resultados obtenidos, en la muestra 3.

Clase	Peso muestra, g	Peso muestra, %	Peso serp, g	Peso serp, %
(-40 +10)	1423,2	0,097	1628	11,1
(-10 +1)	6525,6	0,443	1833	12,4
(-1 + 0,074)	4476,4	0,304	1164	7,9
(-0,074 + 0)	2300,0	0,156	598	4,1
Total	14725,2		5223	35,5

Como puede apreciarse, los resultados obtenidos mediante los dos métodos son semejantes (ver tabla 3.10). Para confirmar esta semejanza han sido utilizadas las pruebas estadísticas (ver tablas 3.11 y 3.12), con las cuales se comprueba que $F < F_{crit}$ y $t < t_{crit}$, luego se reafirma la validez del empleo del modelo (3.2) para la estimación de la composición sustancial del mineral laterítico.

Tabla 3.10 Comparación de los resultados obtenidos mediante análisis mineralógico y mediante ensayos de molienda.

No	Contenido de serpentina, %		
	Molienda	Rayos X	Dif, %
1	31,5	32,5	-1
2	25	25,5	-0,5
3	37	35,5	1,5

Tabla 3.11 Resultados de la prueba F.

	Mol	R X
Media	31,167	26,333
Varianza	36,083	32,333
Observaciones	3	3
Grados de libertad	2	2
F	1,116	
P(F<=f) una cola	0,473	
Valor crítico para F (una cola)	19,000	

Tabla 3.12 Resultados de la prueba t

	Mol	R X
Media	31,167	26,333
Varianza	36,083	32,333
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	34,208	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	1,012	
P(T<=t) una cola	0,184	
Valor crítico de t (una cola)	2,132	
P(T<=t) dos colas	0,369	
Valor crítico de t (dos colas)	2,776	

3.3 Determinación de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación, S_i , para el mineral laterítico.

En la tabla 3.13, pueden observarse los resultados obtenidos al aplicar el procedimiento expuesto en 2.4.1 para la laterita con sus componentes independientes y para las mezclas. (el valor 100 % se refiere a la serpentina, mientras que el 0 % ha sido utilizado para identificar un material con el contenido más bajo de serpentina, lo cual no significa que el contenido realmente sea 0.)

Los resultados de la tabla 3.14 muestran un aumento de los S_j con la disminución del contenido de serpentina en el mineral y viceversa por lo que mientras menor sea el contenido de serpentina en el mineral el proceso de desmenuzamiento transcurre a una mayor velocidad. Aquí se aprecia la semejanza entre el parámetro C_m , del modelo cinético acumulativo y los parámetros S_j de la función razón específica de la fragmentación.

Tabla 3.13. Valores medios obtenidos de S_j para la limonita, la serpentina y sus mezclas.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %						
	100	85	75	50	25	10	0
	S_j						
2000	0,08587	0,17894	0,21888	0,27562	0,35106	0,60835	0,71338
1000	0,06662	0,1334	0,16123	0,21743	0,28727	0,5129	0,55990
850	0,06271	0,12443	0,15011	0,20562	0,27401	0,49266	0,52900
600	0,05528	0,10718	0,12872	0,18254	0,24779	0,45218	0,46851
400	0,04761	0,09039	0,10764	0,15878	0,22034	0,4094	0,40687
300	0,04278	0,07981	0,09484	0,14398	0,20271	0,38134	0,36815
200	0,03695	0,06716	0,07935	0,12527	0,18024	0,34523	0,31985
150	0,02875	0,05014	0,0585	0,09875	0,14743	0,29095	0,25162
74	0,02568	0,04416	0,05121	0,08901	0,13516	0,26795	0,22678
44	0,02110	0,03540	0,04077	0,0746	0,11630	0,2368	0,18920

Al plotear los valores de S_i en la clase superior (1000 μm), contra el contenido de serpentina en el mineral, se obtiene la gráfica de la figura. 3.7. Esta gráfica muestra un comportamiento

de la razón de fragmentación similar al obtenido por Fuerstenau y Abouzeid (1991) para la molienda de un material grueso en presencia de diferentes proporciones de fino del mismo material, por lo que puede considerarse aquí a la serpentina como la parte gruesa de la laterita y a la limonita como su parte fina. Sobre la base de este razonamiento, la disminución del contenido de serpentina a partir de un 50 % hacia abajo está aparejada con un rápido aumento de S , por lo que se aprecia una mayor transferencia de energía hacia las partículas gruesas (serpentina) y las finas no interfieren prácticamente en la fragmentación de las gruesas, esto reafirma desde otro punto de vista que la limonita y la serpentina presentes en el mineral laterítico se muelen cada una de acuerdo a sus propias regularidades según plantean Coello y Tijonov (1996).

Para determinar la función $S(x)$, para las componentes del mineral y sus mezclas es posible realizar un ajuste de mínimos cuadrados con los S_p , de acuerdo a la expresión propuesta por Austin (1976):

$$S_i = a^* \left(\frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \dots\dots\dots (3.4)$$

donde, a^* y α son constantes para un material dado molido en un molino específico y x_0 es un tamaño de referencia. Así son obtenidas las funciones dadas en la tabla 3.14 (Se ha tomado como referencia el valor $x_0 = 1000 \mu\text{m}$). En la fig.3.8, puede apreciarse una mejor comparación del comportamiento de S , para la serpentina y para la limonita. Los parámetros de la función razón específica de la fragmentación para las mezclas ocupan un lugar intermedio con respecto a los parámetros de las dos componentes mineralógicas fundamentales.

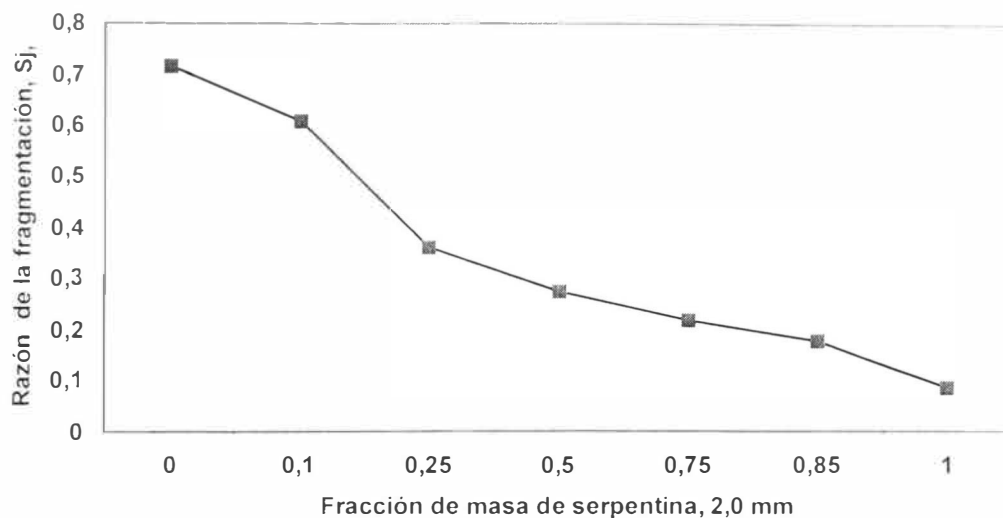


Fig. 3.7. Comportamiento de la razón de fragmentación para distintas proporciones de serpentina en el mineral.

Coello y Tijonov (1996), obtuvieron resultados similares durante la investigación de la cinética de las mezclas .

Con el objetivo de comprobar el comportamiento de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación, para el mineral con composición sustancial variable, de acuerdo a las características del molino, se repitieron las experiencias en el molino semi-industrial, cuyos datos han sido especificados en 2.2. Los resultados obtenidos (ver fig. 3.9 y la tabla A2, en el Anexo II) muestran mayores valores de los S_j en el molino semi-industrial, lo que está en correspondencia con los estudios similares realizados con otros materiales como cuarzo, dolomita y otros. Entre los principales factores influyentes en este comportamiento se encuentran: una mayor velocidad del molino semi-industrial; un mayor diámetro (Malghan y Fuerstenau, 1976, y Austin et al, 1982); un mayor valor del diámetro medio de las bolas (Austin et al, 1982); y la combinación de la carga de mineral con el coeficiente de llenado del molino con las bolas (Shoji et al, 1982; Austin y Klimpel, 1964; Austin et al, 1967; Mika et al, 1967; Kelsall et al, 1968/69; Kapur y Agrawal, 1970).

Tabla 3.14. Función $S_j(x)$ para el mineral laterítico en sus componentes serpentinitica, limonítica y sus mezclas.

No	Contenido de serpentina, Cs, %	Ecuación
1	100	$S_j = 0.0666 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.3658}$
2	85	$S_j = 0.1333 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.4247}$
3	75	$S_j = 0.1612 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.4405}$
4	50	$S_j = 0.2174 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.3428}$
5	25	$S_j = 0.2873 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.2896}$
6	10	$S_j = 0.5131 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.2476}$
7	0	$S_j = 0.5599 \left(\frac{x_i}{x_o} \right)^{0.3475}$

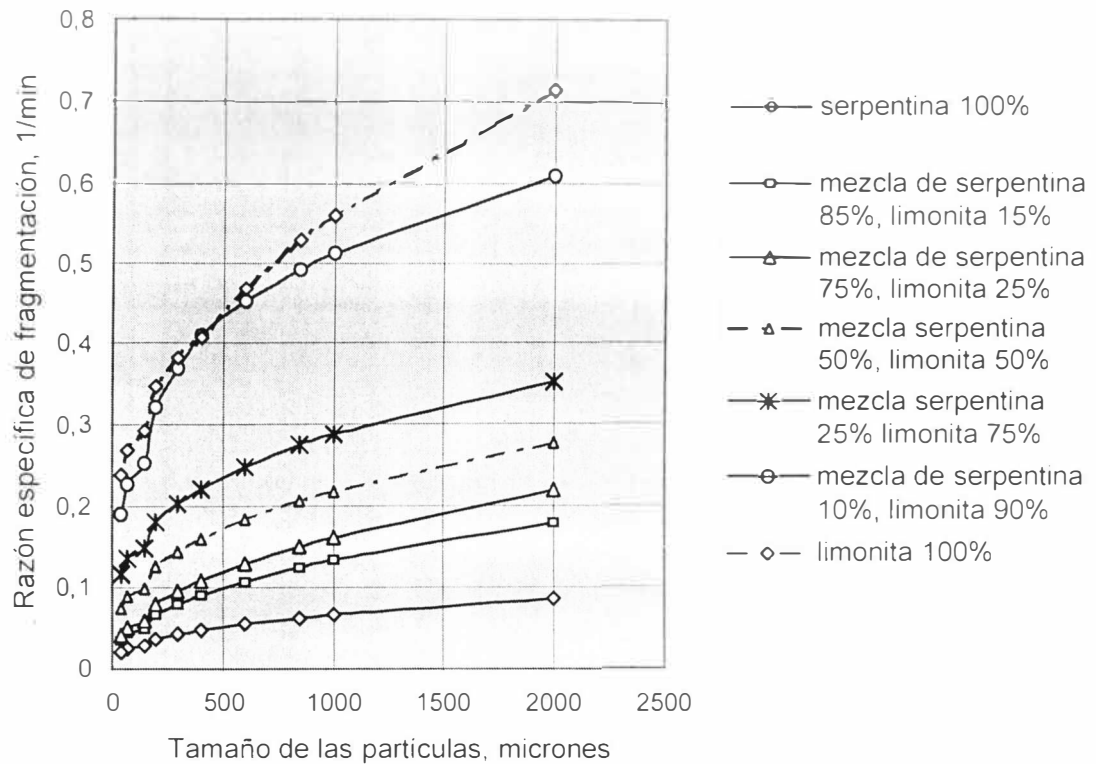


Fig.3.8 Comportamiento de la función razón específica de la fragmentación $S(x)$, para las componentes fundamentales y las mezclas.

De modo que, los parámetros de la función razón específica de la fragmentación para el mineral laterítico, además de ser sensibles a las variaciones de las características del molino como otros minerales, también son sensibles a la variación de la composición sustancial.

Dada esta sensibilidad de $S(x)$, frente a las variables del molino, en la práctica es usual utilizar el método de determinar los parámetros de esta función para un molino industrial, en operación, a partir del escalado de los S_j hallados en un molino de laboratorio (Herbst y Fuerstenau, 1980, Ramírez y Finch, 1980). Al aplicar aquí este método (ver detalles en el epígrafe 4.2.3) en el molino semi-industrial, partiendo de una mezcla con el 25 % de serpentina, han sido obtenidos los resultados que se muestran en la tabla 3.15 y en la figura 3.10.

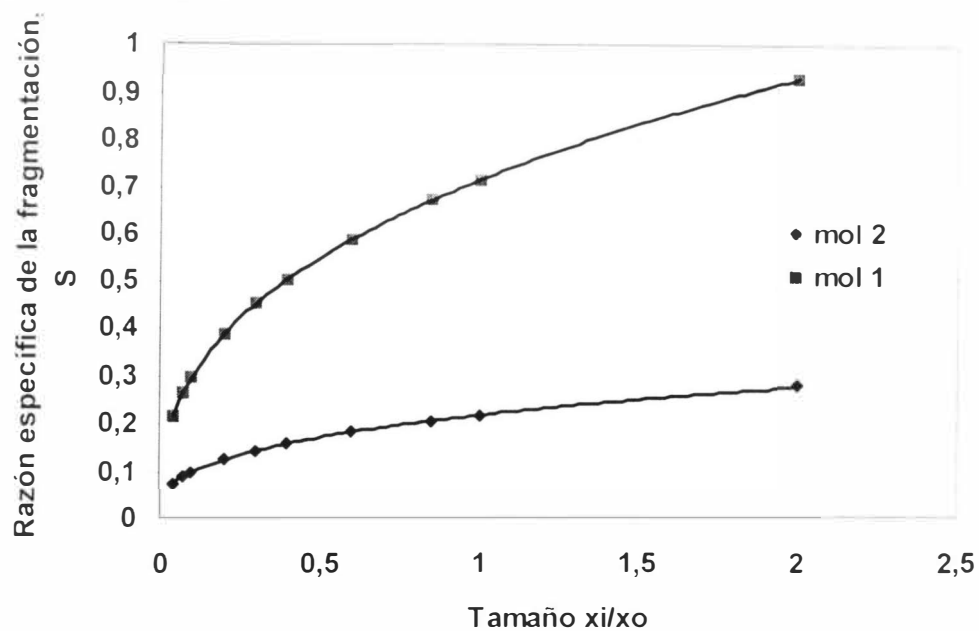


Fig. 3.9 Comportamiento de la función razón específica de la fragmentación para la molienda de una mezcla con el 50 % de serpentina y de limonita, en dos molinos diferentes.

Tabla 3.15. Resultados obtenidos en el escalado de los S_j .

Tamaño	S_j lab	S_j ind (obs)	S_j ind (cal)	Error %
2000	0,3511	1,0000	1,0000	0,00
1000	0,2873	0,9775	0,9215	5,60
850	0,2740	0,9287	0,8791	4,96
600	0,2478	0,8324	0,7948	3,76
400	0,2203	0,7328	0,7067	2,60
300	0,2027	0,6693	0,6502	1,91
200	0,1802	0,5893	0,5782	1,11
100	0,1474	0,4738	0,5320	-5,82
74	0,1352	0,4310	0,4335	-0,25
44	0,1163	0,3856	0,3729	1,27

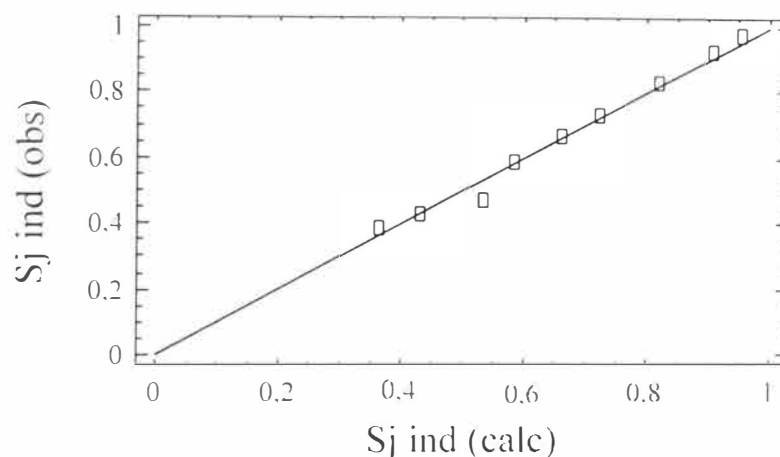


Fig. 3.10 Comparación entre los valores observados y calculados.

Con estos resultados, donde el error en la mayor parte de los casos no sobrepasa el 5 %, se demuestra que, para el mineral laterítico también es aplicable el procedimiento de escalado de los parámetros S_j , de la función razón específica de la fragmentación.

Se aprecia que el comportamiento de los parámetros S_j de la función razón específica de la fragmentación, es análogo al del parámetro C_m del modelo cinético acumulativo, con la variación de la composición sustancial del mineral, este hecho induce a la investigación de la relación entre la composición sustancial del mineral laterítico (expresada por la relación serpentina–limonita) y los parámetros de la función razón específica de la fragmentación. Los resultados de dicha investigación están dados por el conjunto de ecuaciones de regresión que aparecen en la tabla 3.16, donde los S_j se corresponden con los tamaños de los tamices utilizados durante los experimentos (ver epígrafe 2.2), S_1 se corresponde con el tamaño 2.0 mm; S_2 con 1,0 mm y así sucesivamente hasta S_{10} con 0,074 mm. En la fig. 3.11 está representada de forma gráfica la dependencia para el caso del parámetro S_1 .

En las tablas A18 y A19 del Anexo II, aparecen los resultados obtenidos para S_1 y S_{10} , respectivamente. Los resultados de la validación de los modelos de la tabla 3.16 aparecen en las tablas A3 y A4 del Anexo II, correspondientes a los valores de S_1 y S_{10} . Para todos los

casos, se obtiene una buena agrupación de los puntos alrededor de la línea de cero error, como se muestra en la fig. 3.11, y en ninguno de los casos el error sobrepasa el 5 %, esto, en correspondencia con los resultados estadísticos, prueba la validez de estos modelos para la estimación de los S_j , en función de la variación de la composición sustancial del mineral.

Tabla 3.16. Conjunto de ecuaciones que expresan la dependencia de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación , respecto a la composición sustancial del mineral.

Parámetro S	Ecuación	R^2
S1	$- 0.2005 \ln (Cs) + 1.048$	0.9599
S2	$- 0.1753 \ln (Cs) + 0.896$	0.9703
S3	$- 0.1697 \ln (Cs) + 0.8632$	0.9709
S4	$- 0.1582 \ln (Cs) + 0.7968$	0.9746
S5	$- 0.1456 \ln (Cs) + 0.7256$	0.9763
S6	$- 0.137 \ln (Cs) + 0.6785$	0.9771
S7	$- 0.1258 \ln (Cs) + 0.6171$	0.9772
S8	$- 0.1083 \ln (Cs) + 0.5238$	0.9761
S9	$- 0.1005 \ln (Cs) + 0.4842$	0.9766
S10	$- 0.09 \ln (Cs) + 0.4294$	0.9741

Entre los coeficientes de las ecuaciones de la tabla 3.16 y los tamaños correspondientes de los tamices se observa un coeficiente de regresión de $- 0.91$ y para el caso de los términos constantes de las ecuaciones, el coeficiente de regresión observado es de 0.92 . Este hecho es aprovechado para obtener otra alternativa para la estimación de los S_j , en dependencia de la

composición sustancial del mineral y del tamaño de la fracción, mediante una ecuación general:

$$S_j = \left[-0.0288 \ln(x) + 0.0238 \right] \ln C_s + 0.1774 (x)^{0.2345} \quad (3.5)$$

$j = 1, 2, \dots, 10$

x : tamaño del tamiz correspondiente, en μm

C_s : contenido de serpentina en el mineral, en %

La expresión (3.5) sintetiza la regularidad observada entre los parámetros de la función razón específica de la fragmentación y la variación de la composición sustancial del mineral

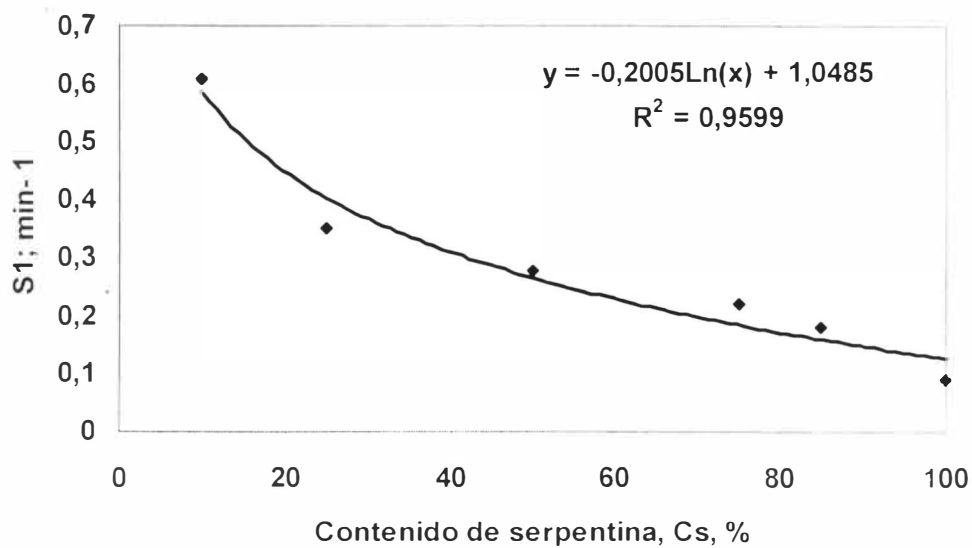


Fig. 3.11 Dependencia del parámetro $S1$ respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

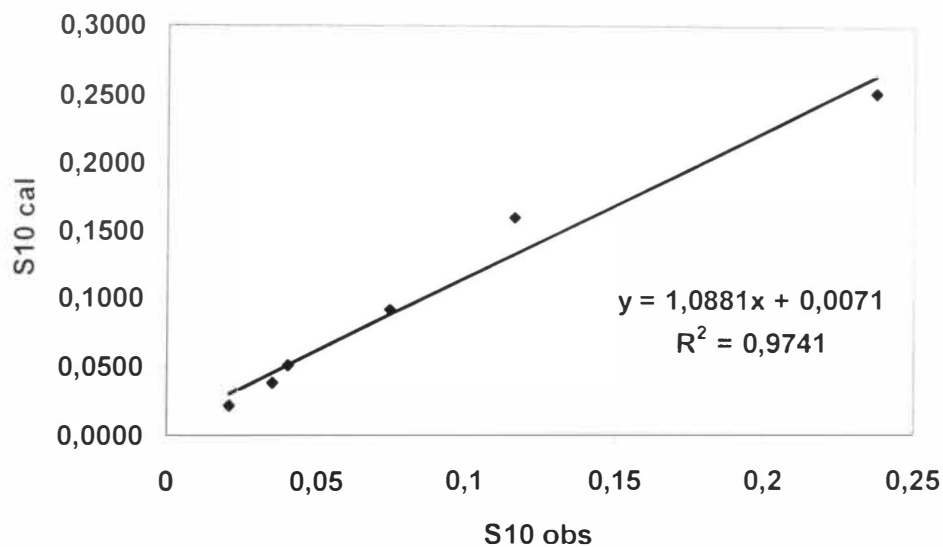


Fig.3.12 Comparación entre los valores observados y calculados para el parámetro S10

3.4 Determinación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación, B, para el mineral laterítico.

Los resultados obtenidos en la determinación de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación para el mineral laterítico, según el procedimiento expuesto en 2.8, están dados en la tabla 3.17

Como puede apreciarse, los valores de $B_{i,j}$ son mayores para la componente limonítica que para la serpentinitica (ver fig. 3.13) y a medida que aumenta el contenido de serpentina en el mineral disminuyen los valores de B, lo que indica que aumenta la cantidad de material que se retiene en las clases superiores, el proceso de fragmentación transcurre de forma más difícil. Los parámetros $B_{i,j}$ para las mezclas, quedan comprendidos entre los límites definidos por los parámetros de las dos componentes mineralógicas fundamentales. Este resultado concuerda con el obtenido por Coello y Tijonov (1996), durante la investigación de la cinética de las mezclas.

Tabla 3.17. Valores medios obtenidos de $B_{i,j}$ para una composición sustancial variable del mineral laterítico.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs %						
	100	85	75	50	25	10	0
	Parámetro $B_{i,j}$						
1000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
850	0,6356	0,722	0,7676	0,78585	0,8041	0,82965	0,8552
600	0,5716	0,6689	0,7215	0,7428	0,7641	0,7943	0,8245
400	0,4552	0,5679	0,6317	0,65825	0,6848	0,72345	0,7621
300	0,3492	0,4693	0,5412	0,572	0,6028	0,64915	0,6955
200	0,2893	0,41	0,4849	0,5178	0,5507	0,60125	0,6518
150	0,222	0,3388	0,4154	0,45005	0,4847	0,53975	0,5948
74	0,1411	0,2446	0,3189	0,35435	0,3898	0,44925	0,5087
44	0,1159	0,2124	0,2843	0,31945	0,3546	0,41495	0,4753

Para determinar el comportamiento de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación del mineral con composición sustancial variable, respecto a las características del molino, fueron repetidas las experiencias en el molino semi-industrial, de forma semejante a como se hizo en el caso de la función razón específica de la fragmentación. Los resultados obtenidos aparecen en la tabla A5, del Anexo II.. Para el caso de la función de distribución de la fragmentación al comparar los resultados obtenidos, se aprecia que no existe un cambio notable en los valores que se obtienen en uno y otro caso, independientemente de que se trata de dos molinos con características diferentes, (ver fig. 3.14 y 3.15). Estos resultados son semejantes a los obtenidos por otros investigadores al analizar la influencia de factores tales como: el diámetro del molino (Malghan y Fuerstenau, 1976); la carga de bola (Malghan y Fuerstenau, 1976); la carga de mineral (Shoji et al, 1980; Herbst y Fuerstenau, 1973; Kelsall et al, 1968/69). Esto demuestra el carácter autosimilar de esta función (Prasher, 1987) y su independencia respecto a las variables del molino como otros minerales, sin embargo, en este caso del mineral laterítico, presenta la particularidad de ser dependiente de la variación de la composición sustancial..

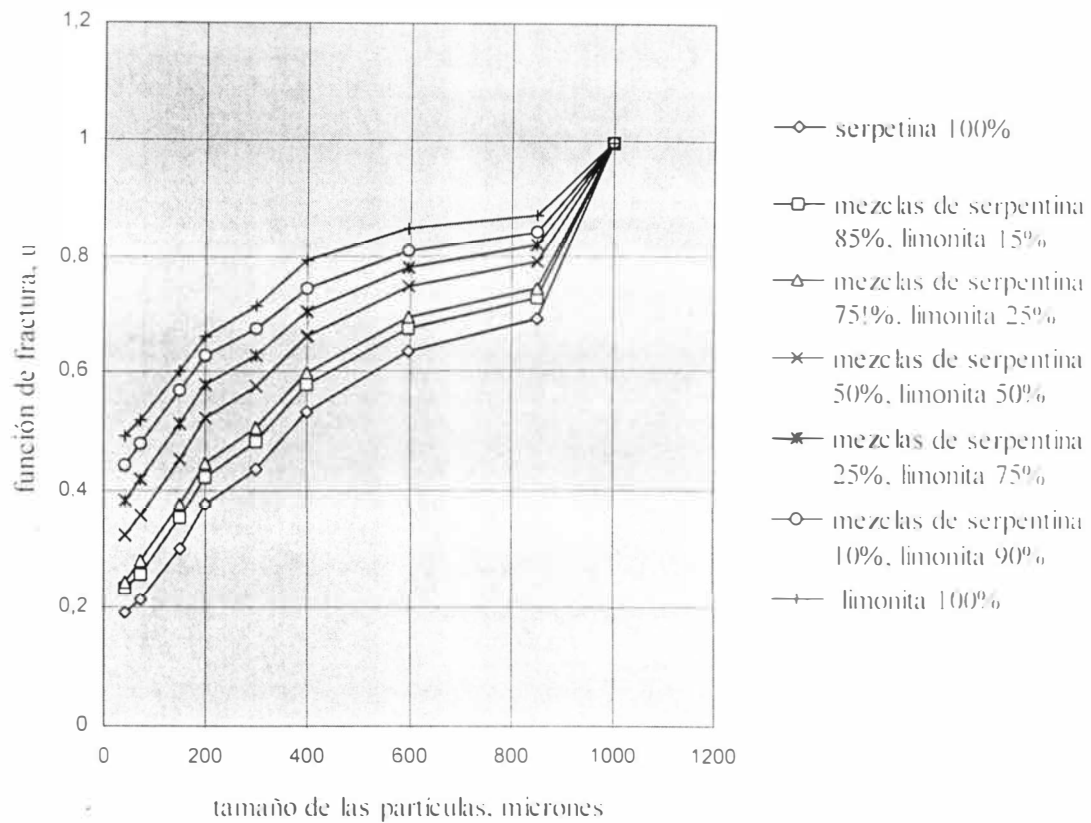


Fig. 3.13.Comportamiento de la función de distribución de la fragmentación B.

Al investigar la relación entre la composición sustancial del mineral laterítico (expresada por la relación serpentina–limonita) y los parámetros de la función de distribución de la fragmentación, ha sido obtenido el conjunto de ecuaciones que aparecen en la tabla 3.18. En la fig. 3.16 está representada de forma gráfica la dependencia entre estas dos variables para el caso del parámetro $B_{2,1}$ correspondiente al tamaño 1,0 mm. (ver resultados en la tabla A22 del Anexo II)

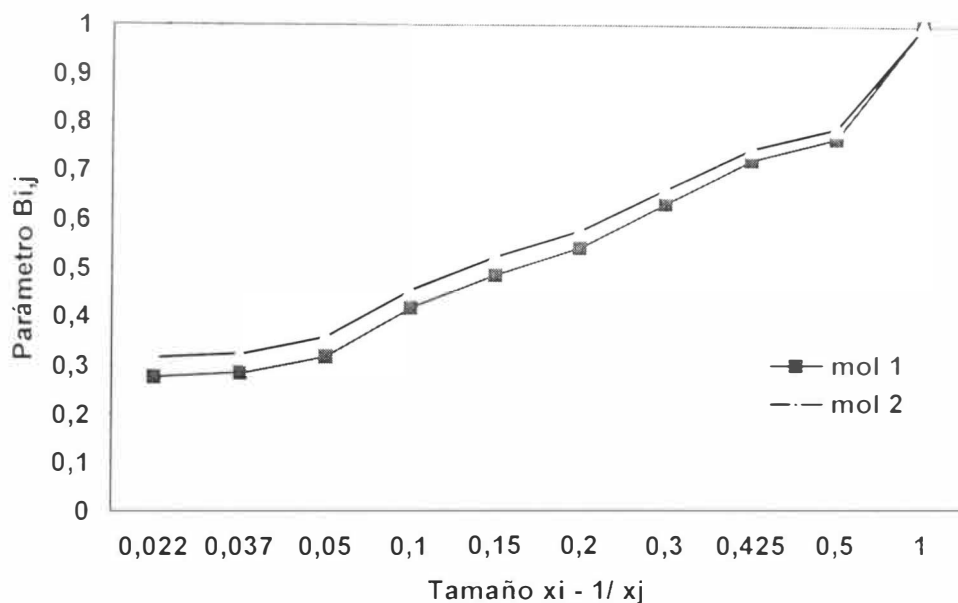


Fig. 3.14 Comportamiento de la función de distribución de la fragmentación para la molienda de una mezcla con el 50 % de serpentina y de limonita, en dos molinos diferentes.

Los resultados de las pruebas para la validación de los modelos de la tabla 3.18 aparecen en las tablas A6 y A7 del Anexo II, correspondientes a los valores de $B_{2,1}$ y $B_{10,1}$ respectivamente. Para todos los casos, se obtiene una buena agrupación de los puntos alrededor de la línea de cero error, como se muestra en la fig. 3.15, y en ninguno de los casos el error sobrepasa el 5 %, esto, en correspondencia con los resultados estadísticos, prueba la validez de estos modelos para la estimación de los $B_{i,j}$, en función de la variación de la composición sustancial del mineral.

Entre los coeficientes de las ecuaciones de la tabla 3.18 y los tamaños correspondientes de los tamices se observa un coeficiente de regresión de -0.94 y para el caso de los términos constantes de las ecuaciones, el coeficiente de regresión observado es de 0.97 . Este hecho es aprovechado para obtener otra alternativa para la estimación de los $B_{i,j}$, en dependencia de la composición sustancial del mineral y del tamaño de la fracción, mediante una ecuación general:

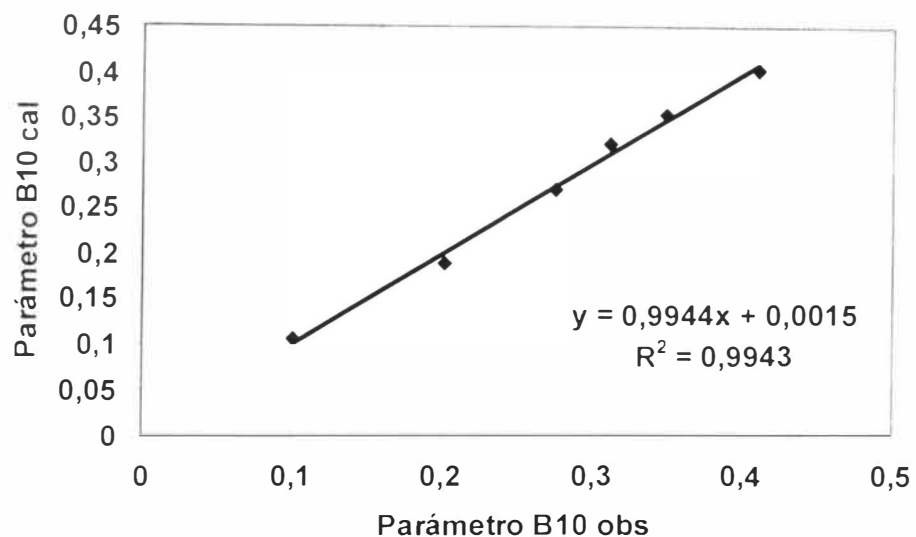


Fig. 3.15 Gráfico comparativo de los valores observado y calculado para el parámetro B10, en dos molinos diferentes con una mezcla del 50 % de serpentina y de limonita.

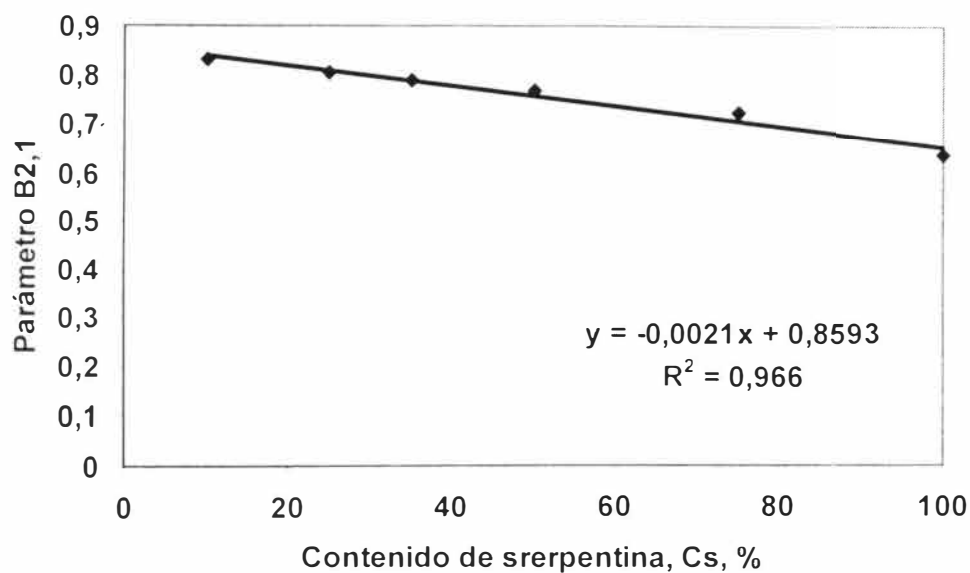


Fig. 3.16 Dependencia del parámetro B2,1 respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

$$B_{i,j} = \left[10^{-6} (x) - 0.0035 \right] C_s + 0.1683 (x)^{0.2346} \quad \dots\dots\dots 3.6$$

i = 2, 3,, 10

x : tamaño del tamiz, en μm

Cs: contenido de serpentina, en %

La expresión (3.6) sintetiza la regularidad observada entre los parámetros de la función de distribución de la fragmentación y la variación de la composición sustancial del mineral.

Tabla 3.18 Dependencia de ls $B_{i,j}$ respecto Cs.

Parámetro $B_{i,j}$	Ecuación	R^2
B1	1	0.97
B2	- 0.0021 Cs + 0.8593	0.97
B3	- 0.0024 Cs + 0.8266	0.97
B4	- 0.0028 Cs + 0.7595	0.97
B5	- 0.0032 Cs + 0.6875	0.97
B6	- 0.0033 Cs + 0.6388	0.97
B7	- 0.0034 Cs + 0.5747	0.97
B8	- 0.0033 Cs + 0.4776	0.97
B9	- 0.0032 Cs + 0.4401	0.97
B10	- 0.0033 Cs + 0.4400	0.97

3.5 Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre la productividad del molino.

Para investigar la influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre la productividad del molino fueron realizados ensayos de molienda con muestras de 1200 g de mineral en los molinos de laboratorio especificados en el epígrafe 2.2. Fue considerada como productividad nominal la obtenida para la relación de 25 % de serpentina con 75 % de limonita, según está concebida en el proyecto del proceso industrial. En la figura 3.17 puede apreciarse una dependencia lineal decreciente entre la productividad del molino y la variación de la composición sustancial, de modo que a medida que aumenta la cantidad de serpentina en el mineral disminuye la productividad del molino, según la expresión:

$$q = 1,22 - 0,0107 C_s \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

donde,

q: productividad relativa del molino (con respecto a la obtenida para la relación limonita-serpentina de 3:1)

C_s : contenido de serpentina en el mineral, en %.

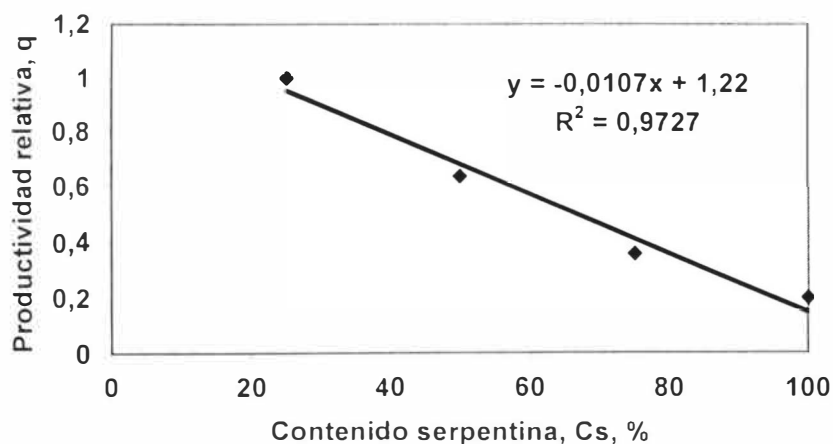


Fig. 3.17. Comportamiento de la productividad en un molino de bolas de laboratorio, respecto a la variación de la composición sustancial en el mineral laterítico

Al realizar esta misma prueba en el molino semi-industrial, cuyos datos fueron especificados en 2.2, se obtuvo una dependencia de la forma:

$$q = 1,24 - 0.0114 C_s \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

Las figuras 3.18 y 3.19 evidencian la semejanza de los resultados obtenidos en ambos casos. Estos resultados permiten afirmar que, las variaciones que experimenta la productividad relativa del molino (referida a la productividad que presenta cuando la relación serpentina limonita es 1 parte de serpentina por 3 partes de limonita, según el proyecto industrial) con respecto a las variaciones de la composición sustancial del mineral, no dependen de las dimensiones del molino, ni de su velocidad, ni de la carga de bolas, ni de la carga de mineral.

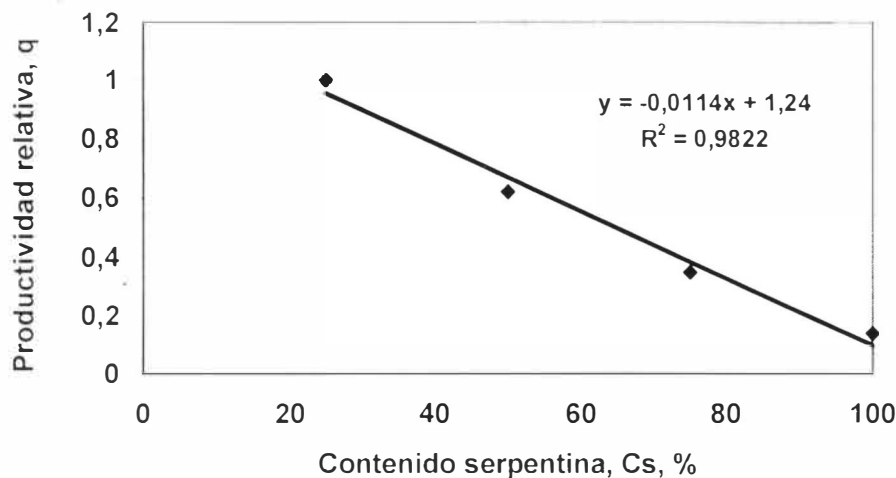


Fig. 3.18 Comportamiento de la productividad en un molino de bolas semi-industrial, respecto a la variación de la composición sustancial en el mineral laterítico

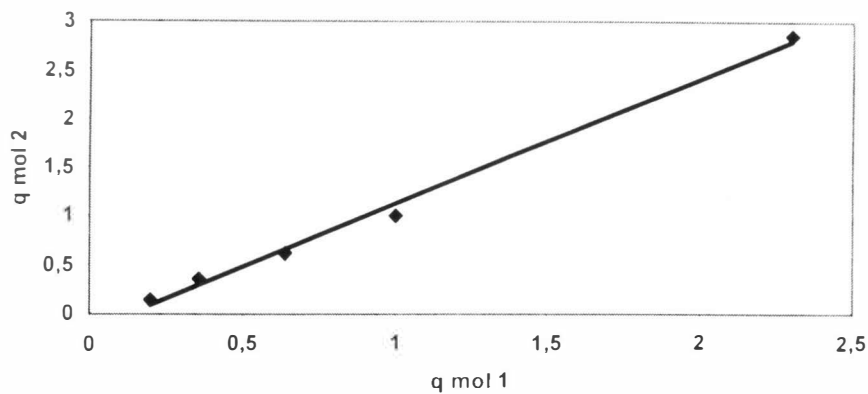


Fig. 3.19 Comparación entre las productividades relativas obtenidas en dos molinos diferentes para la molienda del mineral con composición sustancial variable

3.6. Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre el consumo específico de energía del molino.

Al investigar el comportamiento del consumo específico de energía con relación a la variación de la composición sustancial del mineral, referida a la composición de proyecto (en el molino de laboratorio), se obtiene una dependencia como la que se muestra en la figura 3.20.

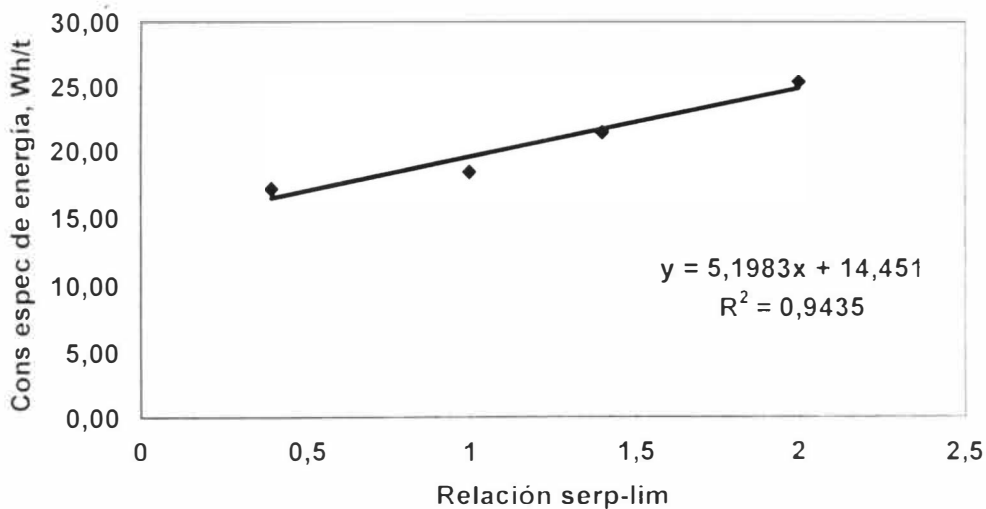


Fig. 3.20. Dependencia del consumo específico de energía del molino de bolas de laboratorio, con respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

Desde el punto de vista analítico esta relación puede plantearse según la expresión:

$$W_e = 5,1983 C_s + 14,451 \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

donde,

W_e : consumo específico de energía del molino, en Wh/kg.

C_s : relación serpentina-limonita, referida a la relación de proyecto (3 partes de serpentina por 1 de limonita)

De modo que cuando la relación serpentina-limonita crece con respecto a la relación de proyecto del proceso industrial, entonces el consumo específico de energía del molino también aumenta de forma lineal. Este resultado ha sido obtenido a partir de las mediciones directas de la energía consumida por el molino y permite conocer la forma de variación del consumo específico de energía cuando la composición sustancial del mineral se desvía respecto al valor de proyecto. Un análisis complementario de este tema, fue realizado al determinar el comportamiento del índice de Bond para el mineral con composición sustancial variable

3.7. Variación de la composición sustancial del mineral laterítico en el proceso industrial.

La valoración de la variabilidad de la composición sustancial del mineral laterítico en el proceso industrial, ha sido sustentada en el análisis de la variación de la granulometría del mineral en un período determinado (ver tabla A8 en Anexo II).

En un análisis de las clases más gruesas del mineral se observa como promedio un 16 % de contenido en peso de la clase + 5.00 mm, que corresponde a partículas de serpentina., por otro lado el contenido de las clases más finas, - 0.074 mm, que corresponde mayoritariamente a partículas de limonita, es de un 13.8 % Este mismo comportamiento ha sido característico para el resto de los meses estudiados (Ver figuras A.10 a la A.13 en el Anexo I y las tablas A8 a la A10, en el Anexo II).

La composición granulométrica de la limonita se caracteriza por un 40 a un 60 % en las clases más finas Purón (1995), por lo que al analizar los resultados obtenidos durante la investigación de la composición granulométrica del mineral de alimentación a los molinos, durante un período prolongado, se puede afirmar que dicho mineral ha presentado en su composición un

alto contenido de serpentina. Con la finalidad de valorar este contenido desde el punto de vista cuantitativo, fueron realizadas pruebas de molienda a las muestras correspondientes al mes de diciembre para determinar los parámetros del modelo cinético acumulativo de las mismas y a través del modelo encontrar el parámetro C_m , mediante el cual puede ser determinado el contenido de serpentina en el mineral, en las clases menos gruesas), con la aplicación del modelo (3.2). En la tabla 3.19, 'Cont total' incluye el contenido de serpentina determinado a las muestras mediante ensayos de molienda (para las clases comprendidas entre -5 y $+0$ mm) más el contenido determinado por análisis granulométrico en las clases superiores ($+5$ mm). Mediante ensayos granulométricos se comprobó que el mineral tiene como promedio más del 21 % de contenido en la clase $-40 + 5.0$ mm, que corresponde a la componente serpentinitica, (ver tabla A9 en el Anexo II).

Si son comparados estos resultados con la composición granulométrica característica de la limonita, Purón (1995), se observa que el mineral conque se ha estado alimentando a los molinos tiene la tendencia a mantener un contenido de serpentina por encima del establecido por proyecto (32 % como promedio) y con una alta variabilidad en la composición sustancial, como se aprecia en la figura 3.21 y en las figuras A10, A11, A12 y A13, en el Anexo I.

Tabla 3.19. Resultados de las pruebas de molienda para determinar el contenido de serpentina en el mineral de alimentación a los molinos durante el mes de diciembre (2003).

No	Parámetro C_m	Parámetro n	Parámetro S_1	Cont ensa, %	Cont total, %
1	0.0180	0.4086	0.4335	27.8	19.2
2	0.0260	0.332	0.2468	39.4	50.0
3	0.0720	0.2388	0.3748	16.3	38.0
4	0.0069	0.4197	0.4767	6.1	31.5
5	0.0350	0.3536	0.4174	12.1	17.6
6	0.0100	0.5208	0.4117	16.4	26.7
7	0.0276	0.3536	0.3229	26.2	25.0
8	0.0370	0.3686	0.4710	5.5	37.0
9	0.0215	0.4344	0.4553	8.9	36.0

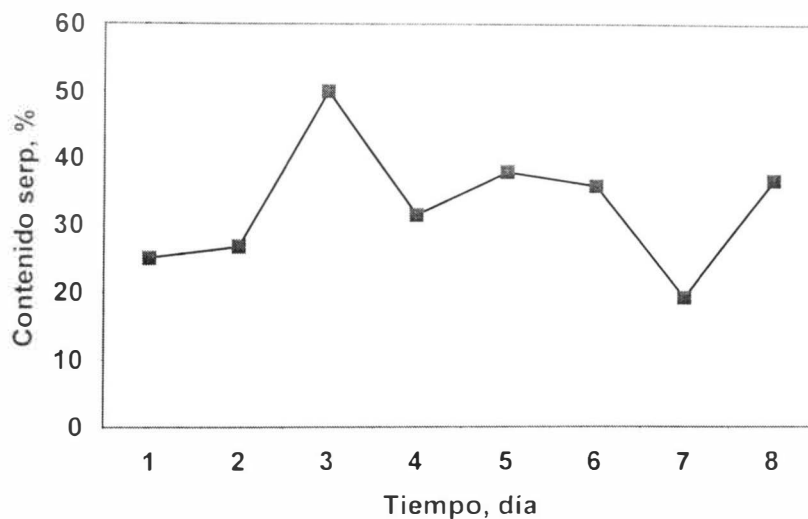


Fig.3.21 Variación típica de la composición sustancial del mineral laterítico en el proceso industrial.

Conclusiones del capítulo III

1. A medida que aumenta la componente serpentinitica en la mezcla, aumenta el valor del índice de Bond, según una dependencia lineal con un coeficiente de determinación de 0.95. Esta regularidad evidencia un cambio en la naturaleza del mineral, y de hecho, en el comportamiento de las funciones de la fragmentación.
2. Han sido establecidas, como regularidades, las dependencias de los parámetros de las funciones de la fragmentación, con respecto a la variación de la composición sustancial del mineral, con un coeficiente de determinación de 0.97
3. Se observa como una regularidad que, a medida que aumenta la componente serpentinitica en la mezcla disminuye la productividad del molino. Esta regularidad se manifiesta como una dependencia lineal, con un coeficiente de determinación de 0.98.
4. Ha sido demostrado que, en el proceso tecnológico la variación de la composición sustancial del mineral, es un hecho característico.

IV.- MODELACIÓN DE LA MOLIENDA SECA DEL MINERAL LATERÍTICO, CON COMPOSICIÓN SUSTANCIAL VARIABLE

IV.- MODELACIÓN DE LA MOLIENDA SECA DEL MINERAL LATERÍTICO CON COMPOSICIÓN SUSTANCIAL VARIABLE

Introducción.

La simulación incuestionablemente es una herramienta muy útil en la tecnología de los procesos, sobre todo si el modelo del proceso satisface la precisión requerida en tales casos, y más aún si los parámetros del modelo pueden ser determinados en el laboratorio o en la planta industrial (Benzer et al, 2001). Bien es sabido el amplio uso en el diseño y optimización de circuitos de molienda húmeda. Lo mismo se espera en la molienda seca (Benzer et al, 2001). La mayoría de los algoritmos, utilizados para la simulación de los circuitos de molienda, basados en el balance de masa de la población de partículas en estado estacionario, utilizan valores fijos para los parámetros de las funciones de la fragmentación, por cuanto dichas funciones una vez determinadas, permanecen invariables para el material dado. El mineral laterítico por ser un mineral constituido esencialmente por dos fracciones mineralógicas que se distinguen por la diferencia en sus propiedades físicas y físico-mecánicas, impone la necesidad de reconsiderar este último elemento. Como se demuestra más adelante en este capítulo, la no consideración de estas especificidades del mineral en cuestión, trae consigo grandes desviaciones entre los resultados observados y los modelados. La variabilidad de la composición sustancial de este mineral es un hecho a considerar de manera importante en la modelación de la molienda seca de las lateritas. Para resolver este problema, hemos incorporado a los algoritmos clásicos, las regularidades observadas en el comportamiento de las funciones de la fragmentación con respecto a las variaciones de la composición sustancial del mineral. Los objetivos específicos de este capítulo son:

1. Modelar la molienda del mineral laterítico con composición sustancial variable, en un circuito abierto y circuito cerrado y similar al esquema industrial de la planta de Punta Gorda.
2. Valorar la influencia de la variación de la composición sustancial del mineral sobre la productividad y sobre el consumo específico de energía en el circuito de molienda industrial.

4.1.- Modelación de la molienda seca del mineral laterítico con composición sustancial variable.

La modelación de la molienda seca fue desarrollada por los algoritmos expuestos en las figuras 4.1 y 4.6. Su principal ventaja es que los parámetros del modelo pueden ser determinados off-line en pruebas de laboratorios sencillas. Su distinción con respecto a los expuestos en trabajos anteriores (Benzer et al. 2001; King, 2000; Austin et al. 1984 y otros) radica precisamente en sostener variable los parámetros de las funciones de la fragmentación en dependencia de la composición sustancial de la alimentación al molino, también variable para el mineral laterítico como se señaló anteriormente y conjugada congruentemente con los parámetros del modelo cinético acumulativo.

La razón específica de la fragmentación, también conocida como función selección, ha sido considerada por Benzer et al, King y Austin (en los trabajos más arriba señalados) como una función que depende inobjetablemente del diámetro del molino, la velocidad del molino, la carga de bolas y tamaño y diámetro de la acumulación. Coello (1993) demostró para la molienda seca del mineral laterítico que las regularidades obtenidas a escala de laboratorio, semi-industrial e industrial siguen patrones similares. Estos elementos fueron considerados en la modelación del circuito industrial de la planta de Punta Gorda en el escalamiento de la función selección.

4.1.1.- Modelación de la molienda seca del mineral laterítico en un circuito abierto.

El algoritmo elaborado para tal efecto aparece en la figura 4.1. Más abajo se detalla cada uno de los procedimientos y ecuaciones de enlace utilizados en el desarrollo de la modelación. El objetivo esencial de la modelación del circuito abierto consiste en la necesidad de validar el modelo reducido de Bass y la consideración de las funciones de la fragmentación, elementos claves para la modelación, en dependencia de la composición sustancial de la alimentación en el molino. En el capítulo III queda demostrado que tanto la razón específica como la función de distribución de la fragmentación dependen incuestionablemente de la variación de la composición sustancial para el mineral laterítico, elemento también demostrado para el Índice de Bond (Coello, Menéndez- Aguado y Laborde, 2005). Más abajo se detallan los procedimientos aplicados para el desarrollo del algoritmo propuesto.

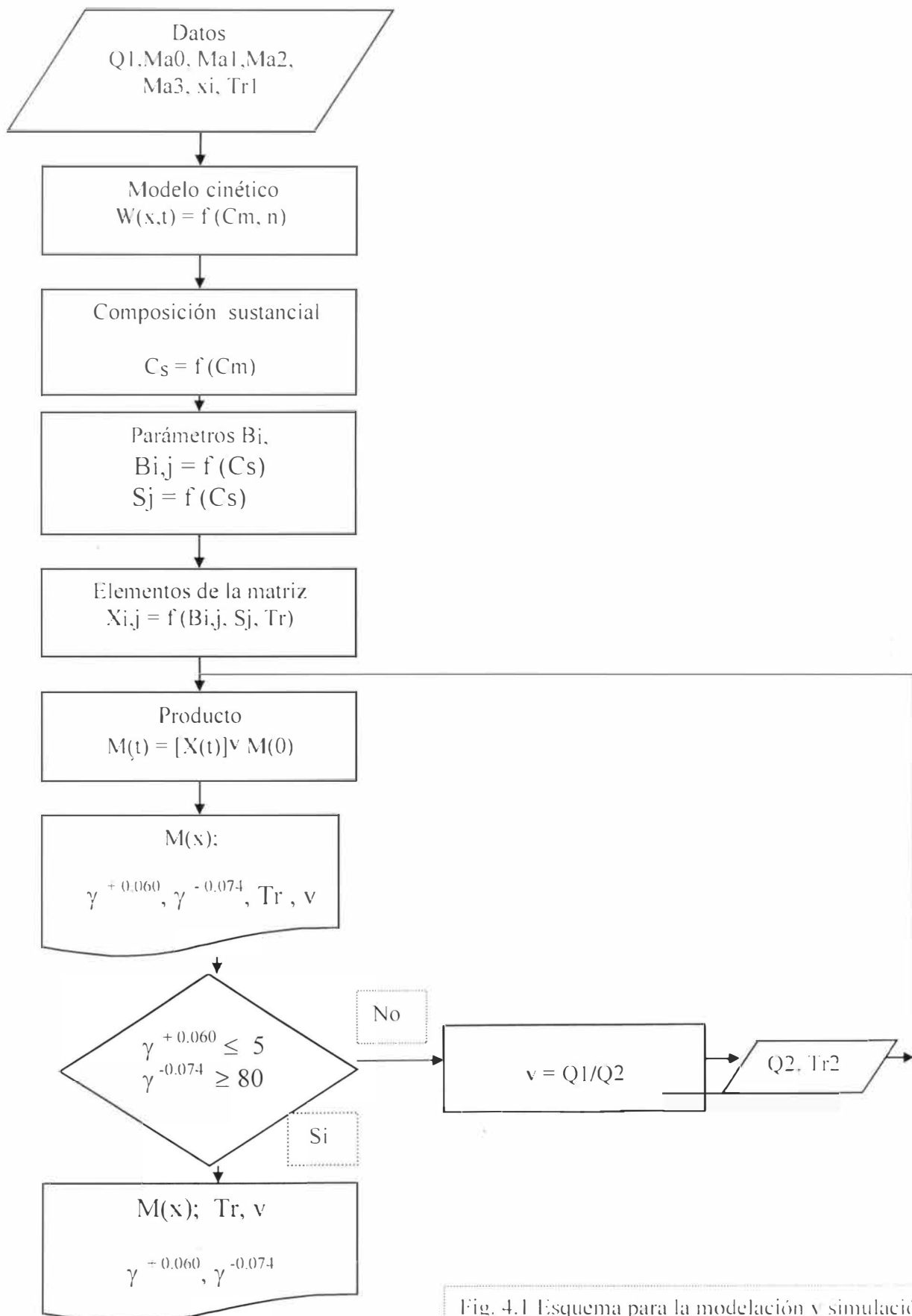


Fig. 4.1 Esquema para la modelación y simulación del circuito abierto

1.- Ensayos de molienda

- Se preparan 4 muestras de 1200 g del mineral a procesar.
- Se determina la composición granulométrica de una de las muestras, utilizando la serie de tamices especificados en el epígrafe 2.2 (primer tamiz: 2 mm).
- Se realizan pruebas de molienda a cada una de las muestras en el molino de laboratorio que se describe en 2.2. (Se sugieren los tiempos: 5; 10 y 15 min)

Los resultados de estos ensayos constituyen los datos para el programa:

Q_1 : cantidad de mineral en la alimentación del molino, en g

$Ma_0(x)$: composición granulométrica de la muestra de alimentación, para $t = 0$

$Ma_1(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 1$ min

$Ma_2(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 3$ min

$Ma_3(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 5$ min

$X_i = 2000; 1000; 850; 600; 400; 300; 200; 160; 74; 44$

Tr : tiempo de retención del mineral en el molino

2.- Determinación de los parámetros del modelo cinético acumulativo

A partir de los resultados de las pruebas de molienda, se determinan los parámetros C_m y n de modelo cinético acumulativo, según el procedimiento especificado en 2.9. En el programa se ejecutan las siguientes operaciones:

$$W_{an}(x, t) = \sum_{n=1}^{10} M_{an}(x) \quad (\text{transformación de las distribuciones de tamaño a la}$$

forma sumaria por más)

Planteamiento del conjunto de ecuaciones de regresión para determinar los coeficientes k_n

$$\ln W_{an}(x, t) - \ln W_{an}(x, 0) = k_n t$$

$t = 0; 1; 3; 5$ min

$$\ln k_n = z_n$$

Planteamiento de la ecuación de regresión para determinar los parámetros n y C_m correspondientes al modelo cinético acumulativo.

$$z_n = \ln C_m + n \ln (x)$$

Coefficiente de la ecuación = valor de n

Término constante de la ecuación = $\ln C_m$

$$C_m = e^{cte}$$

3.- Determinación de la composición sustancial del mineral.

A partir del parámetro C_m , se determina el contenido de serpentina en el mineral, utilizando el modelo, dado por la expresión 3.2.

$$C_s = 1.9595 C_m^{-0.7649}$$

4.- Cálculo de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación.

Los parámetros de la función razón específica de la fragmentación se determinan a partir de la expresión (3.7).

$$S_{j\,lab} = [-0.0288 \ln(x) + 0.0238] \ln C_s + 0.1774 (x)^{0.2345}$$

5.- Cálculo de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación.

Los parámetros de la función de distribución de la fragmentación se determinan a partir de la expresión (3.6).

$$B_{i,j} = [10^{-6} (x) - 0.0035] C_s + 0.1683 (x)^{0.2346}$$

6.- Cálculo de los elementos de la matriz del molino.

Los elementos de la matriz del molino se determinan a partir de los parámetros de las funciones de la fragmentación y del tiempo de residencia del mineral en el molino (ver epígrafe 1.2).

$$\Theta_{i,i}(t) = e^{-S_j B_{i,j} Tr} \quad i = 1; 2; 3; \dots; n-1$$

$$\Theta_{n,n}(t) = 1$$

$$\Theta_{i,j} = \Theta_i = \Theta_{i,i} - \Theta_{i-1,j-1} \quad i = 1; 2; 3; \dots; n \quad j = 1; 2; 3; \dots; i - 1$$

7.- Cálculo del contenido de las clases en la descarga del molino.

El contenido de las clases en la descarga del molino, se determina con la aplicación del modelo del balance de masa de la población de partículas, una vez conocidos sus parámetros y la composición granulométrica del mineral de alimentación.

$$M(t) = [\Theta(t)]^v M(0) \quad (\text{distribución de tamaño del producto molido})$$

$$\gamma^{+0.160} = \left(\sum_{i=1}^{10} M_i(t) \right) 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } +0.160 \text{ mm})$$

$$\gamma^{-0.074} = \left[1 - (\gamma^{+0.160} + M_9(t)) \right] 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } -0.074 \text{ mm})$$

$$\gamma^{-0.044} = \left(1 - \sum_{i=1}^{10} M_i(t) \right) 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } -0.044 \text{ mm})$$

Para la aplicación del procedimiento descrito para la modelación de la molienda en el circuito abierto, aplicando el modelo de la función reducida de Bass, fueron preparadas diferentes mezclas (3 muestras por cada combinación) de serpentina y limonita hasta obtener las composiciones que se muestran en la tabla 4.1. (promedios). Estas muestras fueron molidas para un tiempo de retención $Tr = 5$ min. En la tabla A23 del Anexo II, aparecen los elementos de la matriz del molino que fueron calculados para cada caso. Al aplicar el modelo de Bass para cada mezcla, fue utilizada la matriz particular de cada caso en combinación con la entrada correspondiente como se muestra en forma de ejemplo en el modelo 4.1. del Anexo II. para un 25 % de serpentina en la mezcla.

Los resultados obtenidos (ver figuras 4.2 y 4.3) muestran una clara correspondencia entre los valores observados y los obtenidos mediante el modelo, se aprecia que, con el incremento del

contenido de serpentina en el mineral, aumentan las clases gruesas en el producto para un mismo tiempo de molienda, mientras que las clases más finas, -0.074 y -0.044 muestran una tendencia a disminuir bruscamente, lo cual se corresponde con la disminución de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación, $S(x)$, con el aumento del contenido de serpentina

Tabla 4.1 Composición granulométrica promedio de las diferentes muestras.

Tamaño μm	Contenido de serpentina en la mezcla, %				
	25	35	50	75	100
	Peso, en fracción				
2000	0,112	0,1994	0,226	0,301	0,737
1000	0,043	0,0433	0,062	0,084	0,046
850	0,008	0,0072	0,023	0,017	0,007
600	0,018	0,0152	0,022	0,033	0,016
400	0,039	0,0358	0,047	0,062	0,023
300	0,031	0,0188	0,030	0,027	0,016
200	0,033	0,0631	0,026	0,036	0,016
160	0,045	0,0000	0,044	0,035	0,007
74	0,113	0,0833	0,095	0,088	0,035
44	0,060	0,0400	0,060	0,090	0,025

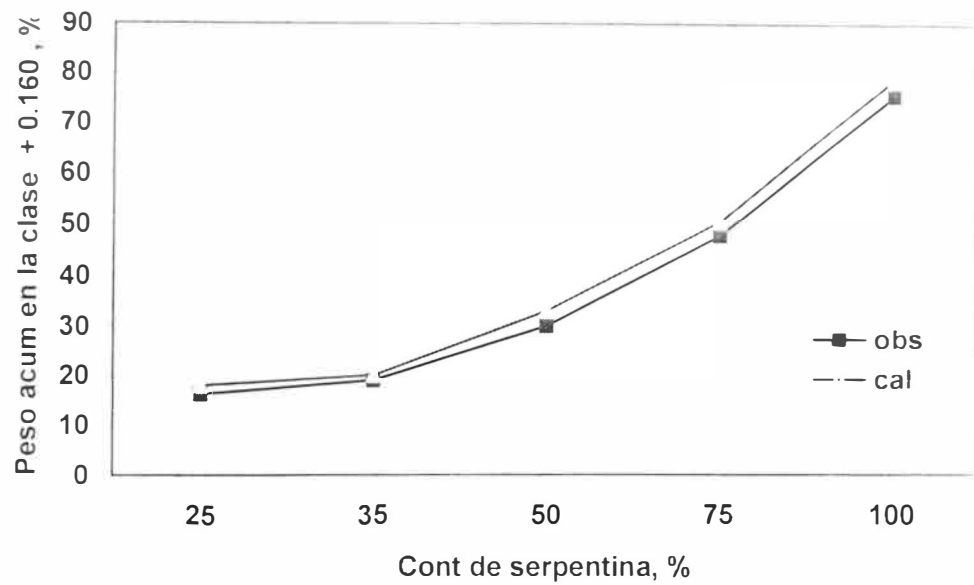


Fig. 4.2 Comportamiento de la clase + 0.160 en la descarga del molino.

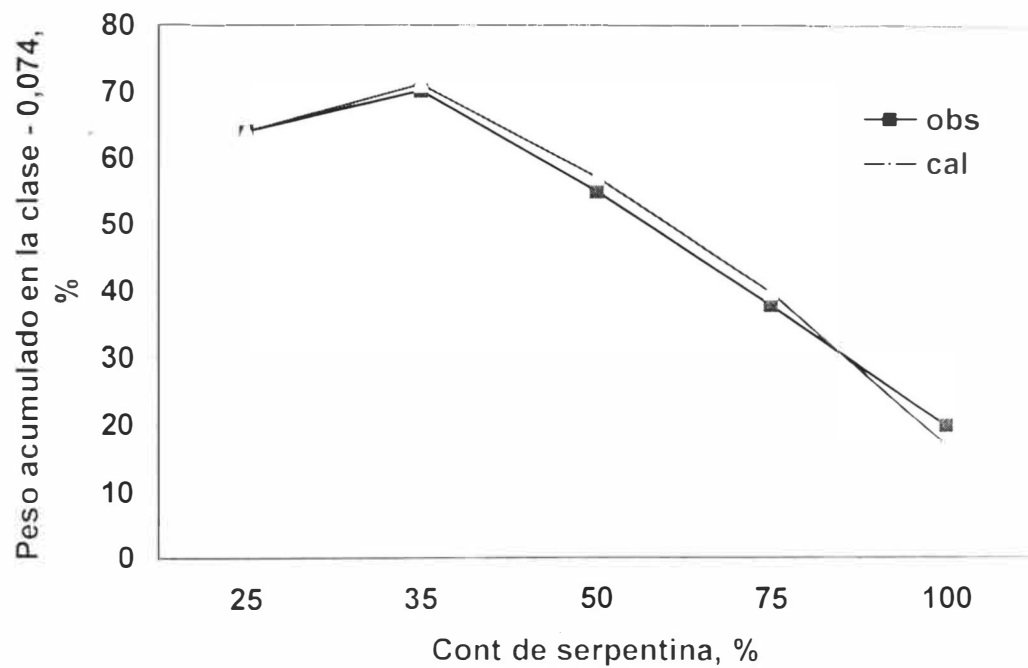


Fig. 4.3 Comportamiento de la clase - 0.074 en la descarga del molino, con la variación de la composición sustancial del mineral.

Cabe señalar que estas regularidades estimadas por el modelo adaptado a la consideración de la influencia de la composición sustancial, en gran medida guardan correspondencia con los resultados reportados por Coello (1993), Coello y Tijonov (1996) y Coello, Menéndez-Aguado y Laborde (2005). En estos trabajos quedó demostrado que la presencia de serpentina en la mezcla mineral produce un aumento en la clase + 100 mesh. El estudio estadístico realizado por Coello (1993b) demostró a escala industrial que al aumentar la relación Mg/Fe, que en alguna medida refleja el aumento de la fracción serpentinitica en la alimentación del molino, incrementa el contenido de la fracción +100 mesh en el producto molido.

Al aplicar una matriz del molino con los parámetros de las funciones invariantes (concepción clásica) para este tipo de mineral, con variación de su composición sustancial se obtienen los resultados que se muestran en la tablas 4.2 y 4.3, donde se ha tomado como referencia de matriz única, la correspondiente a la mezcla que contiene el 25 % de serpentina. Se aprecia el incremento de las diferencias entre los valores calculados y observados a medida que nos alejamos de la matriz de referencia, lo que evidencia la inconsistencia de la concepción clásica cuando la composición sustancial del mineral es variable.

Tabla 4.2 Resultados de la modelación de la molienda del mineral laterítico, mediante la aplicación del método clásico.

Tamaño, mm	Contenido de serpentina en la mezcla, %							
	35		50		75		100	
	observ	cal	observ	cal	observ	cal	observ	cal
+ 0.160	19	21	30	27	48	33	75	47
-0.074	70	72	55	65	38	58	20	46
-0.044	60	64	46	53	25	43	12	35

Tabla 4.3 Comportamiento del error al estimar el contenido de las clases en la descarga del molino, al utilizar el método clásico.

Tamaño, mm	Contenido de serpentina en la mezcla, %			
	35	50	75	100
	Error, %			
+ 0.160	-2,0	3,0	15,0	28,0
-0.074	-2,0	-10,0	-20,0	-26,0
-0.044	-4,0	-7,0	-18,0	-23,0

4.1.2 Validación del modelo

A diferencia de los resultados que se obtienen con la aplicación de la concepción clásica, al aplicar el modelo que tiene en cuenta la variación de la composición sustancial del mineral, en ninguno de los casos el error sobrepasa el 5 %, lo que explica la proximidad de los puntos a la línea de cero error en las comparaciones de los valores observados y calculados, en la figura 4.4. Con los resultados de la aplicación de las pruebas estadísticas F de Fisher y la *t* de Student, (ver tablas 4.4 y 4.5 y de las tablas A20 y A21 en Anexo II) se reafirman que no hay diferencias significativas entre los valores observados y los simulados por el algoritmo de la figura 4.1, siempre y cuando el modelo del balance de masa de la población de partículas cambie los elementos de la matriz del molino en correspondencia con la composición sustancial del mineral, a diferencia de la concepción clásica donde se emplea una matriz única para el mineral en cuestión.

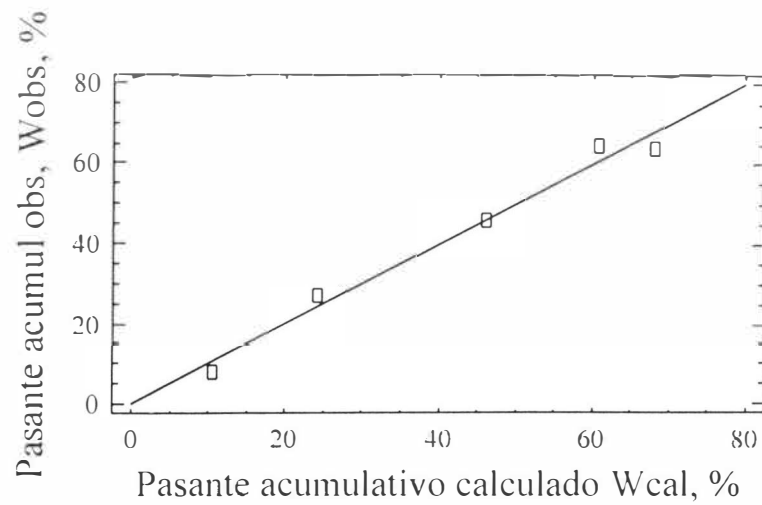


Fig. 4.4.- Comparación entre los valores observados y calculados para la clase – 0.044 mm

Tabla. 4.4 Resultados de la prueba F para la clase -0.074 mm

	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	49,800	49,400
Varianza	468,700	415,800
Observaciones	5	5
Grados de libertad	4	4
F	1,127	
P(F<=f) una cola	0,455	
Valor crítico para F (una cola)	6,388	

Tabla 4.5 Resultados de la prueba t para la clase – 0.074 mm

	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	49,800	49,400
Varianza	468,700	415,800
Observaciones	5	5
Varianza agrupada	442,25	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	8	
Estadístico t	0,030	
P(T<=t) una cola	0,488	
Valor crítico de t (una cola)	1,860	
P(T<=t) dos colas	0,977	
Valor crítico de t (dos colas)	2,306	

4.1.3 Simulación del circuito abierto.

Para la simulación de la molienda en el circuito abierto, con la aplicación del modelo propuesto, en el esquema de la fig. 4.1, se ha incorporado un lazo que recoge las variaciones de la cantidad de mineral en la alimentación (Q) y del tiempo de retención (Tr). Las variaciones de Q, son simuladas a través del parámetro v, considerando la molienda como un proceso de etapas repetitivas (Lynch, 1980).

$$v = \frac{Q_1}{Q_2} \dots\dots\dots (4.1)$$

Q₁: cantidad de mineral en la alimentación al molino, con la cual fue determinada la matriz, kg

Q₂: nueva cantidad de mineral en la alimentación al molino, kg

v: número de ciclos

Con la variación del tiempo de retención varían los elementos de la matriz, de modo que mientras mayor sea el tiempo, mayor es el pasante acumulativo para las clases más gruesas, como se muestra en la fig. 4.5, al simular la molienda para una mezcla con un 25 % de serpentina, con los tiempos de retención de 5 y 10 minutos respectivamente. Se aprecia una diferencia muy pequeña entre los valores calculados y observados.

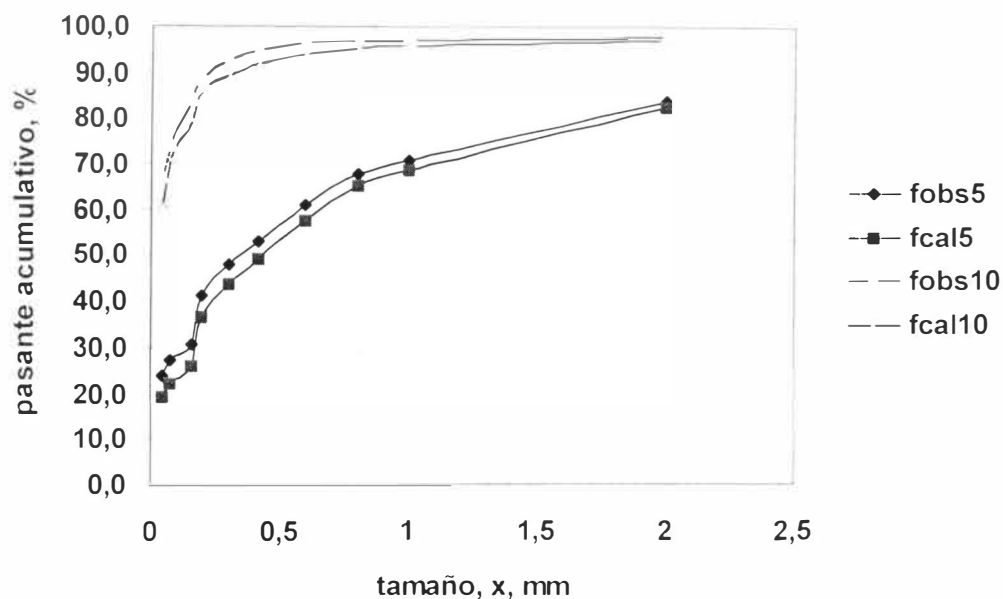


Fig. 4.5 Simulación de al molienda en el circuito abierto, variando el tiempo de retención.

El error en la mayor parte de los casos no sobrepasa el 5 %, (ver tabla A25 en Anexo II), lo que evidencia la validez del algoritmo propuesto para la simulación de la molienda en el circuito abierto. (Ver en el Anexo III, programa en Matlab para la modelación y simulación del circuito abierto).

4.2.1 Modelación de la molienda del mineral laterítico en un circuito cerrado.

Al ser demostrada, para el circuito de molienda abierto, la inconsistencia de la concepción clásica en la aplicación de los modelos de molienda basados en el balance de masa de la población de partículas, para el caso de un mineral con composición sustancial variable, se procedió a realizar un análisis similar para un circuito cerrado industrial, aplicando una metodología semejante, aunque con ciertas particularidades. Para la modelación del circuito cerrado industrial, son dos momentos de suma importancia el muestreo en los diferentes puntos del sistema (ver fig. 2.1) y el escalado de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación, dada la sensibilidad de la misma a los cambios de las características del molino (Austin y Klimpel, 1964; Mika et al, 1967; Kelsall et al, (1968/69); Herbst y Fuerstenau, 1972). Tomando en consideración la propuesta formulada para el circuito abierto,

los elementos básicos del método clásico e incorporando las regularidades de las funciones de la fragmentación ante las variaciones de la composición sustancial del mineral, se propone el siguiente procedimiento para la modelación del circuito cerrado:

1. Muestreo del mineral en la alimentación fresca y en la alimentación del molino.(Puntos 1 y 2 en la fig.2.1) . Medición del flujo de alimentación fresca.

Dadas las características de este mineral, el tamaño mínimo de la muestra para el análisis granulométrico en este punto debe ser de 7 kg. Para la medición del flujo de alimentación debe pesarse el mineral contenido en 1 m de la banda alimentadora y realizar la estimación del flujo a partir de este peso y de la velocidad de la banda. Se precisa de los siguientes datos para el modelo:

Q_1 : flujo de alimentación fresca al molino , en t/h

$M1(x)$: composición granulométrica del mineral de alimentación fresca, en fracción

$M2(x)$: composición granulométrica del mineral de entrada al molino, en fracción

$Ma0(x)$: composición granulométrica de la muestra de alimentación , para $t = 0$

$Ma1(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 1$ min

$Ma2(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 3$ min

$Ma3(x)$: composición granulométrica de la muestra molida para $t = 5$ min

$X_i = 2000; 1000; 850; 600; 400; 300; 200; 160; 74; 44$

Tr : tiempos de molienda durante los ensayos de laboratorio

$s(x)$: parámetros de la función de selectividad del separador.

C : carga circulante

2.-Análisis granulométrico a las muestras.

Es característico en el proceso industrial estudiado, la aparición de trozos de roca serpentinitica en el orden de los 40 mm de diámetro, en el mineral de alimentación fresca al molino, por lo que se recomienda para este punto, utilizar como primer tamiz el correspondiente a este tamaño. El tamizado debe ser por vía seca hasta 1.0 mm y por vía húmeda para las clases $- 1.00$ mm. Se debe anotar el resultado para la clase $+ 5$ mm, pues este valor es un indicador del contenido de serpentina en el mineral.

3.- Ensayos de molienda en un molino de laboratorio con las muestras de mineral de la alimentación fresca.

Se preparan 5 muestras de 1200 g del mineral de alimentación fresca con la clase superior ($t = 3.5 + 2.0$) mm. Se realiza el análisis granulométrico completo a una de estas muestras con la serie de tamices especificados en 2.2. De esta forma se conocerá la composición granulométrica del mineral antes de la molienda ($t = 0$). Tres de las restantes muestras son sometidas a ensayos de molienda en el molino de laboratorio, preferiblemente para $t = 1; 3; 5$ min. Se realiza el análisis granulométrico del mineral molido después de cada ensayo y se anotan los resultados, los cuales constituyen el juego de datos $M_{an}(x,t)$ para el procesamiento de la información en el programa de simulación. (ver programa en el Anexo III).

4.- Determinación de los parámetros del modelo cinético acumulativo para la muestra de alimentación fresca.

Con los resultados obtenidos en el punto 3, se determinan los parámetros del modelo cinético acumulativo, correspondientes a la composición sustancial dada del mineral, según el procedimiento expuesto en el epígrafe 2.9, y que se resume en las siguientes expresiones:

$$W_{an}(x,t) = \sum_{n=1}^{10} M_{an}(x) \quad (\text{transformación de la distribución de tamaño a la forma sumaria por más})$$

sumaria por más)

Planteamiento del conjunto de ecuaciones de regresión para determinar los coeficientes k_n

$$\ln W_{an}(x,t) - \ln W_{an}(x,0) = k_n t$$

$t = 0; 1; 3; 5$ min

$$\ln k_n = z_n$$

Planteamiento de la ecuación de regresión para determinar los parámetros n y C_m , correspondientes al modelo cinético acumulativo.

$$z_n = \ln C + n \ln(x)$$

coeficiente de la ecuación = valor de n

término constante de la ecuación = $\ln C_m$

$$C_m = e^{cte}$$

5.- Estimación de la composición sustancial del mineral.

A partir del parámetro C_m , se determina el contenido de serpentina en el mineral, utilizando el modelo, dado por la expresión (3.2.) y el procedimiento descrito en el epígrafe 3.7., donde se tienen en cuenta el contenido de serpentina en la clase + 5.0 y el determinado para las clases inferiores:

$$C_{s1} = 1.9595 C_s^{-0.7649}$$

$$C_s = C_{s1} + (\text{contenido hasta la clase} + 5)$$

6.- Cálculo de los parámetros de la función de distribución de la fragmentación

Los parámetros de la función de distribución de la fragmentación se determinan a partir de la expresión (3.6).

$$B_{i,j} = [10^{-6} (x) - 0.0035] C_s + 0.1683 (x)^{0.2346}$$

7.- Cálculo de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación

Los parámetros de la función razón específica de la fragmentación se determinan a partir de la expresión (3.7).

$$S_{j_{lab}} = [-0.0288 \ln(x) + 0.0238] \ln C_s + 0.1774 (x)^{0.2345}$$

8.- Escalado de los parámetros de la función razón específica de la fragmentación.

Se realiza aplicando las siguientes expresiones: (ver epígrafe 4.2.3)

$$Z_1 = 1.65; \quad Z_2 = 0.66; \quad Z_3 = 2.3; \quad Z_5 = 1.58$$

$$U = 0,009 \left(\frac{Q_1}{90} \right)$$

$$Z_4 = e^{[-1.2_1 (U - 0.7)]}$$

$$S_{j\ ind} = S_{j\ lab} Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 Z_5$$

9.- Cálculo de los elementos de la matriz del molino

Los elementos de la matriz del molino se determinan a partir de los parámetros de las funciones de la fragmentación y del tiempo de residencia del mineral en el molino.

$$\Theta_{i,i}(t) = e^{-S_{ind} B_{i,j} tr}$$

$i = 1; 2; 3; \dots; n-1$

$$\Theta_{n,n}(t) = 1$$

$$\Theta_{i,j} = \Theta_i = \Theta_{i,i} - \Theta_{i-1,j-1} \quad i = 1; 2; 3; \dots; n \quad j = 1; 2; 3; \dots; i-1$$

10.- Cálculo del contenido de las clases en el producto final.

El contenido de las clases en el producto final, se determina con la aplicación del modelo básico, una vez conocidos sus parámetros y las variables operacionales del circuito.

$$P = (1 + C) (1 - si) [\Theta(t)]^v M(0) \quad (\text{distribución de tamaño del producto})$$

$$\gamma^{+0.160} = \left(\sum_{i=1}^{10} M_i(t) \right) 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } + 0.160 \text{ mm})$$

$$\gamma^{-0.074} = \left[1 - \left(\gamma^{+0.160} + M_9(t) \right) \right] 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } - 0.074 \text{ mm})$$

$$\gamma^{-0.044} = \left(1 - \sum_{i=1}^{10} M_i(t) \right) 100 \% \quad (\text{contenido de la clase } - 0.044 \text{ mm})$$

Este procedimiento se ilustra en el diagrama que se muestra en la figura 4.6 y para mejor comprensión del mismo es desarrollado para un régimen de operación determinado de la unidad de molienda, según se expone a continuación: (ver programa en el Anexo III).

4.2.2 Selección del modelo básico conceptual.

Para estimar la distribución de tamaño del producto de salida en el circuito cerrado de molienda de la planta objeto de estudio, fue escogido el modelo que representa la expresión (4.2), que está basado en el balance de masa de la población de partículas.

$$P_i = (1 + C) (1 - s_i) M_i \dots\dots\dots (4.2)$$

donde:

P_i : fracción de masa del producto final

C : carga circulante

s_i : parámetros de la función de selectividad del clasificador

M_i : fracción de masa del producto en la descarga del molino

Para el cálculo de P_i en (4.2), se emplea el modelo de la función reducida de Bass, por ser uno de los modelos del balance de la población de partículas, en estado estacionario, con tamaño discreto y con tiempo continuo que tiene mayor difusión y a través del cual se logra un nivel avanzado de simulación . De esta forma la expresión (4.2) se convierte en

$$P_i = (1 + C) (1 - s_i) \theta (t) M_i (0) \dots\dots\dots (4.3)$$

donde,

$\theta (t)$: matriz del molino formada por los términos $\theta_{i,j} = e^{-B_{i,j} S_j t}$

$M_i (0)$: fracción de masa de las partículas en la alimentación al molino

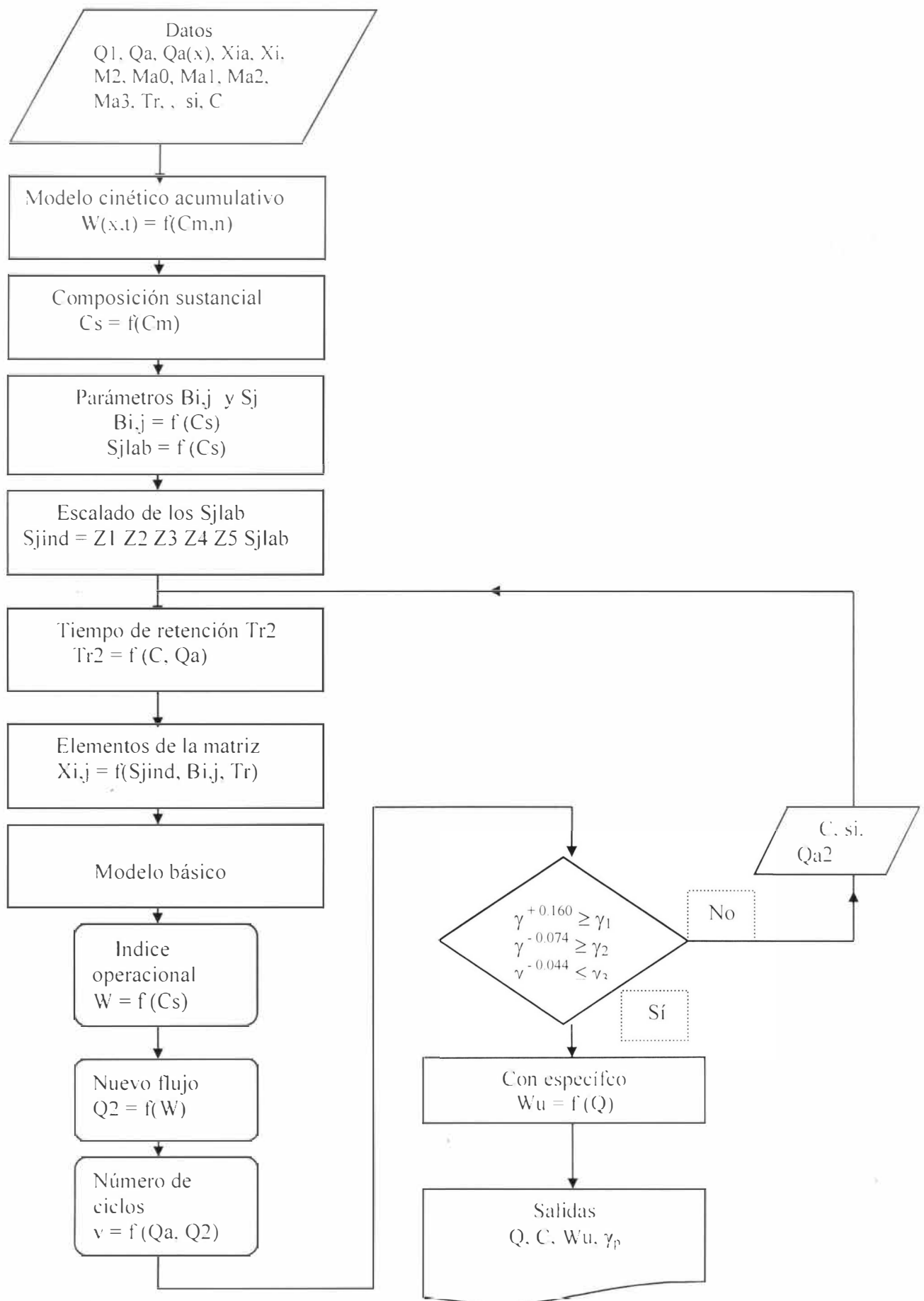


Fig. 4.6 Esquema para la modelación y simulación del circuito cerrado

4.2.3 Identificación de los parámetros del modelo general en el circuito cerrado.

En el modelo básico (4.3), la carga circulante C y los valores de la función de clasificación del separador $s(x)$, son parámetros que deben ser previamente determinados, de acuerdo al régimen de operación establecido en la unidad de molienda. A continuación están detallados los pasos seguidos para la determinación de estos parámetros para un régimen de trabajo caracterizado por las siguientes variables operacionales:

Flujo de alimentación fresca, $Q = 50$ t/h

Flujo de aire a través del molino, $Q_a = 30$ %

Angulo de inclinación de las paletas del separador, $\alpha = 4^\circ$

Contenido de serpentina en el mineral, $C_s = 38$ %

Con la aplicación de técnicas de muestreo y análisis granulométricos (especificadas en 2.4 y 2.11) fueron determinadas las distribuciones que se recogen en las tablas 4.6: 4.7 y 4.8 en forma de pasante acumulativo (%), para la descarga del molino (f_o), en el retorno (f_c) y en el producto fino (f_f), respectivamente.

Tabla 4.6. Distribución del pasante acumulativo, $f_o(x)$, para el material en la descarga del molino.

Tamaño, μm	Indicador				
	Valor medio	Máximo	Mínimo	Desv estand	n
	Pasante acumulativo, $f_o(x)$, %				
2000/1000	99,50	99,90	99,10	0,34	5
1000/850	96,83	98,33	94,97	1,41	5
850/400	93,46	94,29	91,91	1,08	5
400/300	91,19	93,53	87,11	2,90	5
300/200	86,30	89,09	82,01	3,40	5
200/160	82,28	86,07	77,57	4,01	5
160/74	68,77	76,88	64,63	5,62	5
74/44	61,29	68,88	54,34	5,95	5
44/0	58,56	66,86	51,42	6,50	5

Tabla 4.7. Distribución del pasante acumulativo, $f_c(x)$, para las arenas.

Tamaño, μm	Indicador				
	Valor medio	Máximo	Mínimo	Desv estand	n
	Pasante acumulativo, $f_c(x)$, %				
2000/1000	94,34	95,25	93,57	0,61	5
1000/850	91,99	92,96	90,97	0,73	5
850/400	84,74	87,03	81,38	2,20	5
400/300	68,40	71,33	65,39	2,71	5
300/200	66,35	69,03	63,42	2,75	5
200/160	57,59	60,57	54,63	2,77	5
160/74	50,78	53,71	47,83	2,55	5
74/44	33,79	36,27	30,88	2,16	5
44/0	27,70	30,52	24,98	2,27	5

Tabla 4.8. Distribución del pasante acumulativo, $f_f(x)$, para el producto fino

Tamaño, μm	Indicador				
	Valor medio	Máximo	Mínimo	Desv estand	n
	Pasante acumulativo, $f_f(x)$, %				
200/160	95,08	96,5	93,7	1,16	5
160/74	92,32	94,2	90,3	1,57	5
74/44	74,10	78,2	70,5	2,80	5

Tomando como referencia los valores promedios de las distribuciones $f_f(x)$, $f_c(x)$ y $f_o(x)$, en las tablas anteriores, es estimada la carga media circulante del sistema según la expresión:

$$C = \frac{\sum (f_f(x) - f_o(x))(f_o(x) - f_c(x))}{\sum (f_o(x) - f_c(x))^2} \dots\dots\dots (4.4)$$

Con $C = 77\%$ y con el flujo de alimentación fresca $Q = 50$ t/h, fue establecido el balance de masa del circuito según se muestra en la tabla 4.9. En la misma,

Q_1 : flujo de alimentación fresca al molino, en t/h

Q_2 : flujo total de entrada al molino, en t/h

Q_3 : flujo en la descarga del molino, en t/h

Q_4 : flujo de finos en la descarga del separador, en t/h

Q_5 : flujo de material de retorno (arenas) en la descarga del separador, en t/h

Tabla 4.9 Balance de masa para el circuito de molienda, con 30 % de estrangulación de aire y 4° de inclinación de las paletas del clasificador.

Flujo, Q, t/h					Carga circulante, C, %	% en peso de las arenas
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	77	44
50	88.5	88.5	50	38.5		

El % en peso de las arenas ha sido calculado según la expresión:

$$\psi = \frac{Q_c}{Q_o} \dots\dots\dots(4.5)$$

donde:

Q_c : flujo de retorno al molino (arenas), en t/h

Q_o : flujo de alimentación total al molino, en t/h

El cálculo de C, según (4.4), está basado en un ajuste hacia el mejor valor, por lo tanto es necesario reajustar los datos originales para hacerlos consecuentes con este valor (Lynch, 1980; Ramírez y Finch, 1980), para ello han sido aplicadas las expresiones:

$$k = \left[1 + C^2 + (1 - C)^2 \right] \dots\dots\dots (4.6)$$

$$d(x) = f_o(x) - C f_f(x) - (1 - C) f_c(x) \dots\dots\dots (4.7)$$

$$df_o(x) = \frac{d(x)}{k} \dots\dots\dots (4.8)$$

$$df_f(x) = -d(x) \frac{C}{k} \dots\dots\dots (4.9)$$

$$df_c(x) = -d(x) \frac{(1 - C)}{k} \dots\dots\dots (4.10)$$

$$f_o^*(x) = f_o(x) - df_o(x) \dots\dots\dots (4.11)$$

$$f_f^*(x) = f_f(x) - df_f(x) \dots\dots\dots (4.12)$$

$$f_c^*(x) = f_c(x) - df_c(x) \dots\dots\dots (4.13)$$

$f_o^*(x)$, $f_f^*(x)$, $f_c^*(x)$ valores reajustados de las distribuciones.

Aplicando estas expresiones a los datos experimentales del caso de análisis, fueron obtenidos los resultados que se muestran en la tabla 4.10.

Reajustados los datos, son determinados los valores de la función de selectividad del separador, $s(x)$, mediante la expresión:

$$s(x) = \Psi \frac{f_c(x)}{f_o(x)} \dots\dots\dots (4.14)$$

En la tabla 4.11 se muestran los valores de $s(x)$, correspondientes al caso objeto de estudio.

Tabla 4.10. Datos experimentales reajustados.

Tamaño, μm	Pasante acumulativo, %		
	Aliment. $f_0(x)$	Arenas, $f_c(x)$	Fino, $f_f(x)$
2000/1000	94,3	97,6	100,0
1000/850	92,0	96,6	100,0
850/400	84,7	93,4	100,0
400/300	68,4	86,4	100,0
300/200	66,4	85,5	100,0
200/160	57,6	81,8	100,0
160/74	50,8	76,0	95,1
74/44	33,8	67,1	92,3
44/0	27,7	54,2	74,1

Tabla 4.11 Valores obtenidos de la función de selectividad $s(x)$.

Tamaño, mm	2.0	1.0	0,80	0,60	0,40	0,30	0,20	0,15	0,074	0,044
Parámetro, $s(x)$	0,440	0,417	0,418	0,399	0,330	0,339	0,308	0,325	0,243	0,208

En la figura A20 del Anexo I, se muestran las características del separador para diferentes operaciones de trabajo de la unidad de molienda.

Cálculo de los elementos de la matriz del molino.

Para determinar los términos $\theta_{i,j}$ de la matriz del molino, en el modelo reducido de Bass, los valores de los $B_{i,j}$ fueron estimados a partir de la expresión (3.6), teniendo en cuenta que la función $B(x,y)$, es poco sensible a las variables del molino (como quedó explicado y demostrado en el epígrafe 3.4). En el caso de la estimación de los parámetros S_j se utilizó la expresión (3.5) para la composición sustancial dada y luego se aplicó un procedimiento de

escalado, teniendo en cuenta las siguientes variables: la combinación del diámetro medio de las bolas con el diámetro interno del molino (Z_1); el diámetro medio de las bolas (Z_2); el diámetro interno del molino (Z_3); la combinación de los coeficientes de llenado del molino con mineral y con bolas (Z_4); y la velocidad relativa del molino (Z_5). A continuación es detallado el procedimiento.

$$S_{j\ ind} = S_{j\ lab} Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 Z_5 \dots\dots\dots (4.15)$$

donde,

$S_{j\ ind}$: valor de S_j para el molino industrial.

$S_{j\ lab}$: valor de S_j para el molino de laboratorio.

$$Z_1 = \frac{1}{\left(\frac{D_{ind}}{D_{lab}}\right)^{\xi_1} \left(\frac{d_{ind}}{d_{lab}}\right)^2} \quad , \quad 0.1 < \xi_1 < 0.2 \dots\dots\dots (4.16)$$

donde,

D_{ind} : diámetro interno del molino industrial.

D_{lab} : diámetro interno del molino de laboratorio

d_{ind} : diámetro medio de las bolas del molino industrial

d_{lab} : diámetro medio de las bolas del molino de laboratorio

$$Z_2 = \left(\frac{d_{lab}}{d_{ind}}\right) \dots\dots\dots (4.17)$$

$$Z_3 = \left(\frac{D_{ind}}{D_{lab}}\right)^{\xi_3} \quad \xi_3 = 0.5 \quad \text{para } D > 3.0 \text{ m} \dots\dots\dots (4.18)$$

$$Z_4 = \left(\frac{1 + 6,6 J_{lab}^{2,3}}{1 + 6,6 J_{ind}^{2,3}}\right) e^{1 - K_1 (U_{ind} - U_{lab})} \dots\dots\dots (4.19)$$

donde,

J_{ind} : coeficiente de llenado del molino industrial con la carga de bolas.

J_{lab} : coeficiente de llenado del molino de laboratorio con la carga de bolas.

U_{ind} coeficiente de llenado con mineral de los espacios entre bolas, en el molino industrial.

U_{lab} coeficiente de llenado con mineral de los espacios entre bolas, en el molino de laboratorio.

$K_1 = 1,20$ para la molienda seca.

$$Z_5 = \left(\frac{N_{ind}^*}{N_{lab}^*} \right) \left\{ \frac{1 + e^{[15,7 (N_{lab}^* - 0,94)]}}{1 + e^{[15,7 (N_{ind}^* - 0,94)]}} \right\} \dots\dots\dots(4.20)$$

donde,

N_{ind}^* : velocidad relativa del molino industrial.

N_{lab}^* : velocidad relativa del molino de laboratorio..

Para la determinación del tiempo medio de retención, tr , se consideró la experiencia de otros autores (Austing y Brame, 1983; Rogers y Austin, 1984) al demostrar que el mineral acumulado en el interior del molino (hold-up), experimenta poca variación con el cambio en el flujo de alimentación Q_1 , siempre y cuando el valor de dicho flujo sea inferior al flujo nominal Q_n . Atendiendo a las dimensiones del molino de bolas industrial, objeto de estudio, con un coeficiente de llenado en bolas de 0.45 y atendiendo al peso volumétrico medio del mineral, fue estimado un acumulado de 10 t. Sobre esta base, para el cálculo del tiempo medio de retención se emplea la expresión:

$$tr = \frac{W^*}{Q_2} \times 60 \dots\dots\dots(4.21)$$

tr : tiempo medio de retención del mineral en el molino, min

W^* : mineral acumulado en el interior del molino, t

Q_2 : Flujo de alimentación al molino, t

Los resultados aparecen en la tabla 4.12, para diferentes regímenes de operación de la unidad de molienda y guardan correspondencia con los estudios realizados por otros investigadores (Kelsall, et al., 1969/70; Rogers, 1982) que han planteado la invariabilidad del patrón de la función de retención frente a los cambios del flujo de alimentación al molino. Un procedimiento semejante fue empleado por Ramírez y Finch (1980).

Tabla 4.12 Resultados de la estimación del tiempo medio de retención, para diferentes regímenes de operación de la unidad de molienda.

Régimen operación	Carga circulante , C, %	Flujo aliment fresca, Q_1 , t	Flujo de entrada, Q_2 , t	Tiempo de ret. tr, min
1	77	50	88.5	6.8
2	65	53	87.5	6.9
3	57	64	100.0	6.0
4	47	66	97.0	6.2
5	68	58	97.4	6.2
6	94	67	102.8	5.8
7	78	76	119.3	5.0

Los resultados obtenidos para las salidas del producto fino, a partir de la determinación de todos los parámetros del modelo (4.3), según se ha descrito hasta aquí, y para las condiciones operacionales dadas más arriba, se recogen en la tabla 4.13.

4.2.4 Validación del modelo.

Como puede apreciarse en la tabla 4.13, el error para las clases consideradas es menor de un 5 %, lo que demuestra la efectividad que puede lograrse al aplicar el modelo para la estimación de las clases en la salida del circuito, para un régimen de operación determinado.

Tabla 4. 13. Resultados de la modelación del circuito cerrado.

Tamaño, mm	Salidas sumarias			
	Peso acumulativo, aliment W_a , %	Peso acumulativo, W_{obs} , %	Peso acumulativo, W_{cal} , %	Error, %
+ 0.160	21.7	20	21	1
- 0.074	71.3	71	72	1
- 0.044	61.6	57	58	1

A la aplicación del modelo, para diferentes regímenes de operación de una unidad de molienda. (ver tabla 4.14) se aprecia una diferencia mínima entre los valores observados y los calculados (ver fig. 4.7) y la mayor parte de los puntos se agrupan alrededor de la línea de cero error, como puede verse en la figura 4.8. (Ver en el Anexo II, tablas A11 y A12, sobre las distribuciones de alimentación al molino, la tabla A24 con los elementos de las matrices y las tablas A26, A27 y A28, con los resultados de la modelación).

Tabla 4. 14 Diferentes regímenes de operación de la unidad de molienda.

Régimen de operación	Productiv, Q, t/h	Flujo aire, Qa, %	Incl paletas, α , grad	Cont serp, Cs, %	Carga circ, C, %
1	50	35	4	38	77
2	53	35	6	32	65
3	64	50	4	18	57
4	66	50	5	27	47
5	58	50	6	25	68
6	67	54	5	36	94
7	76	54	6	19	78

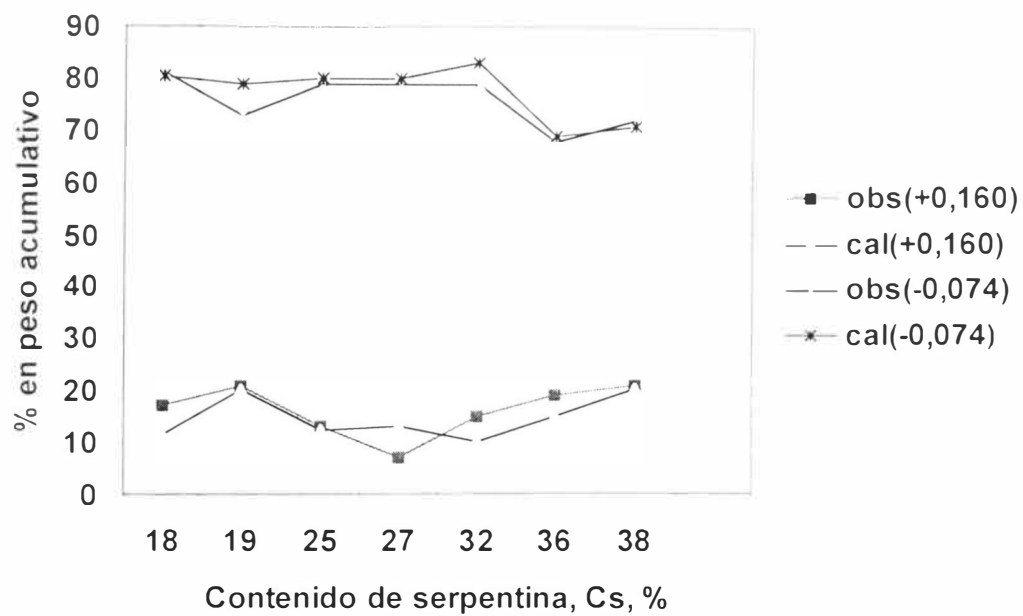


Fig.4.7 Modelación del circuito cerrado, bajo diferentes regimenes de operación.

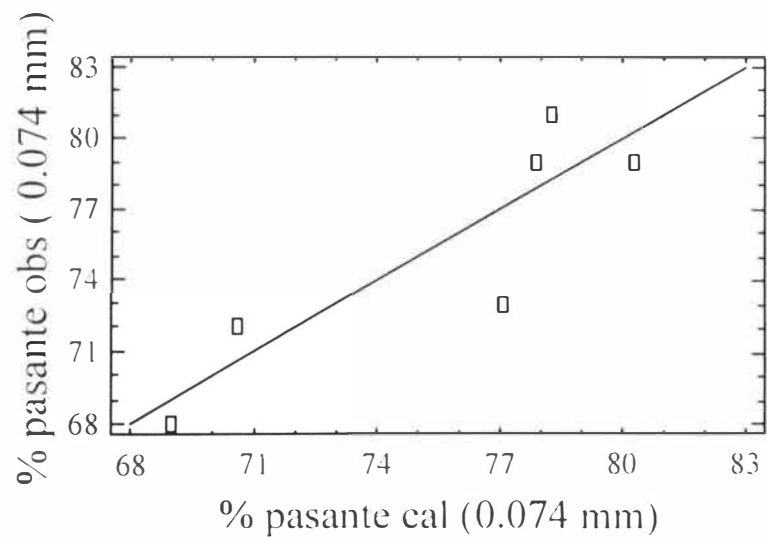


Fig. 4.8 Comparación entre los valores observados y calculados para la clase - 0.074 mm.

Para reafirmar la validez del algoritmo propuesto ha sido realizada la prueba estadística F, con el método de la falta de ajuste, particularizado en la expresión (4.22.), para el análisis de distribuciones de tamaño (Klimpel y Austin, 1984).

$$F = \frac{SSQ_{res}/(n_s - n_f)}{SSQ_{lof}/n_s} \dots\dots\dots (4.22)$$

$$SSQ_{res} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_i (p_{ioh} - p_{ical})^2 \dots\dots\dots (4.23)$$

$$SSQ_{lof} = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k w_i (p_{i,i} - p_{imed})^2 \right] / (k - 1) \dots\dots\dots (4.24)$$

donde,

SSQ_{res} : error residual

SSQ_{lof} : falta de ajuste de la suma de cuadrados

n_s : número de intervalos en la distribución

n_f : número de parámetros libres

k : número de observaciones

w_i : factor de ponderación

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.21, como puede verse, $F > F_{crit}$ por lo que las diferencias observadas entre los datos experimentales y los calculados no se deben a la falta de ajuste, por lo tanto, se considera adecuado el algoritmo propuesto para la estimación del contenido de las clases en el producto final, no sólo frente a la variación de la composición sustancial del mineral, sino también frente a los diferentes regímenes de operación de la unidad de molienda de acuerdo a los cambios de las variables operacionales.

Tabla 4.21 Resultados de la prueba de falta de ajuste

k	ns	nf	SSQ _{res}	SSQ _{tot}	g. l num	g.l denom	F	F _{crit}
7	3	1	8	1,99	2	21	6,92	3,47

4.3 Influencia de la variación de la composición sustancial del mineral, sobre la productividad y sobre el comportamiento energético del molino industrial.

Después de haber determinado el índice de Bond, para las diferentes mezclas de limonita y serpentina, se procedió a determinar el índice operacional para la composición sustancial variable del mineral, para ello se empleó la fórmula:

$$W = 10 W_i \frac{1}{\sqrt{P}} - \frac{1}{\sqrt{F}} \dots\dots\dots (4.22)$$

W: índice operacional, kWh/t

Wi: índice de trabajo, kWh/t

P: tamaño del producto requerido, con el 80 % pasante, en μm .

F: tamaño del material de alimentación para el cual el 80 % es pasante, en μm .

Para el caso analizado, $P = 74 \mu\text{m}$ y F fue determinado mediante un análisis de tamiz a las diferentes muestras de mineral tomadas directamente en el proceso industrial, en la alimentación fresca al molino.

Quedó demostrado que, con la variación de la composición sustancial del mineral, varía también de forma lineal el índice operacional, de modo que con el aumento del contenido de serpentina, aumenta la cantidad de energía requerida por el molino para la molienda de una tonelada de mineral. (ver fig. 4.9).

Las diferencias que se aprecian entre el índice operacional y el consumo específico de energía observado, son marcadas, aún considerando el posible error que se comete con el método de Bond (hasta un 20 %). Este hecho pone en evidencia un consumo de energía excesivo en el proceso de molienda industrial, al no tomarse en consideración la modelación y simulación del

proceso, sobre la base de la variación de la composición sustancial del mineral. (ver tabla 4.15).

Para un coeficiente de llenado del molino, con bolas, $J = 0.45$ (determinada según metodología aplicada por Coello, 1993), fue observada una potencia media, $P_{med} = 650 \text{ kW}$ (ver figuras A2 y A3, en Anexo 1). Bajo estas condiciones y atendiendo al valor correspondiente del índice operacional para la composición sustancial variable del material, la productividad posible a alcanzar por el molino en cada caso, queda determinada según la tabla 4.16. Para estimar esta productividad puede ser utilizada la expresión (4.23) o de forma gráfica con el empleo de la figura 4.10.

$$Q_{relat} = 21.7 C_s^{-1} \dots\dots\dots (4.23)$$

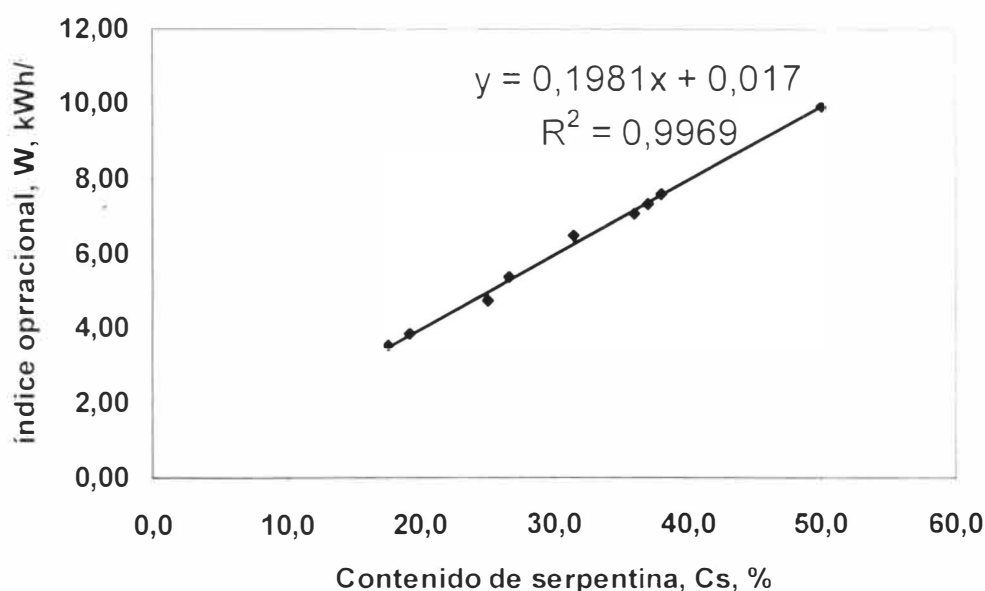


Fig. 4.9 Comportamiento del índice operacional, respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

De modo que para el molino industrial, ya en explotación, este alcanzará su productividad nominal o mayor, sólo para el caso en que la composición sustancial del mineral sea tal que, el

contenido de serpentina sea $\leq 25\%$. A medida que el contenido de serpentina aumente por encima de este valor, entonces la productividad disminuirá, según la regularidad expresada en la figura 4.10. Según fue demostrado en el epígrafe 3.7, el comportamiento de la composición sustancial del mineral en el proceso industrial se ha caracterizado por un 32 % de serpentina. durante un período determinado, a esta composición le corresponde la productividad de 81 t/h. En ese mismo período la productividad media observada del molino industrial no sobrepasa este valor., (ver tabla A17, en el Anexo II). Sin embargo, se realizó una prueba . cuyos resultados aparecen en la tabla A16 del Anexo II, y quedó demostrado que en estas condiciones es posible alcanzar una productividad de hasta 83 t/h, sin que se produzca sobrecarga en el molino, resultados semejantes fueron obtenidos experimentalmente por Coello (1993) y Aldana y Legrá (1996), aunque sus trabajos no estuvieron dirigidos hacia el empleo de los modelos del balance de masa de la población de partículas.

Tabla 4.15. Resultados de la comparación entre el índice operacional y el consumo específico de energía observado.

No de la muestra	Cont de serpent Cs, %	Indice operac, W, kWh/t	Consum esp obs We, kWh/t	Diferencia. %
1	38.0	9.11	12,89	29,32
2	50.0	11.92	8.96	-32,97
3	31.5	7.73	10,90	29,10
4	17,6	4.24	10,17	58,34
5	26.7	6.46	9.69	33,37
6	25.0	5.70	11,00	48,18
7	37,0	8.75	12,19	28,21
8	36,0	8.47	9.73	12,93
9	19.2	4.62	10.40	55.58

Tabla 4.16 Productividad a alcanzar por el molino.

Cont de serpent	Indice operac.	Productividad relativa observ.	Productividad relativa calculada.
Cs. %	W. kWh/t	Qobs	Qcal
38.0	7,59	0,42	0,58
50.0	9,93	0,61	0,44
31,5	6,44	0,44	0,68
17,6	3,53	0,53	1,24
26,7	5,38	0,55	0,81
25,0	4,75	0,48	0,92
37,0	7,29	0,44	0,6
36,0	7,06	0,56	0,62
19,2	3,85	0,63	1,14

Esto confirma una vez más la notable influencia que tiene la variación de la composición sustancial del mineral, sobre la productividad y la necesidad de tomar en consideración el comportamiento de este factor para la optimización del proceso.

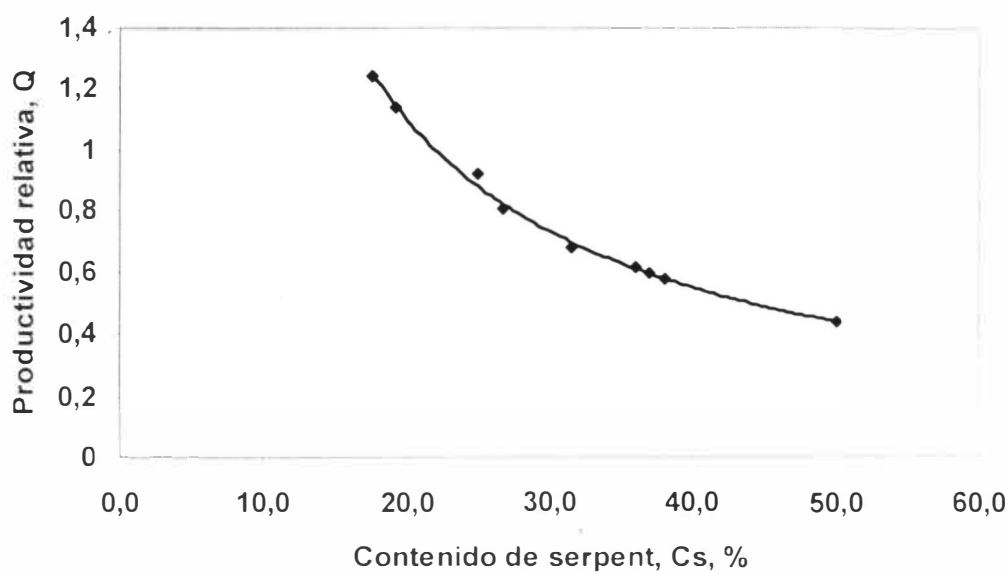


Fig. 4.10 Dependencia de la productividad del molino industrial, respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

4.4 Simulación del circuito cerrado.

Al añadir al modelo propuesto, los elementos discutidos más arriba, sobre la productividad del molino y sobre el consumo energético, se obtiene un algoritmo como el que se muestra en la figura 4.6, con el cual a partir de un muestreo en las condiciones de operación del circuito cerrado industrial, es posible predecir, mediante la simulación, no sólo el comportamiento del contenido de las clases en el producto fino, sino también el comportamiento de variables tan importantes como la productividad, el índice operacional y el consumo específico de energía real del molino. Según el esquema, la simulación permite comparar el contenido estimado de las clases en el producto final con el contenido establecido por normas para este proceso ($\gamma^{-0.160} \leq 5\%$; $80\% \leq \gamma^{-0.074} \leq 85\%$; $\gamma^{-0.044} \leq 75\%$) y en caso de alejamiento de las clases de salida, respecto a las normadas, puede ser tomada una primera decisión de lograr un mejor régimen de operación variando la carga circulante, de no lograrse el ajuste deseado, entonces una segunda decisión puede consistir en reducir un tanto el flujo de alimentación hasta lograr resultados aceptables. De las tres condiciones que establecen las normas la fundamental se refiere a la clase -0.074 mm, mientras que las otras dos son complementarias. El no cumplimiento de la condición para la clase -0.044 mm trae como consecuencia la sobremolienda, con sus efectos negativos en el circuito (Coello, 1993). En la tabla 4.18 se recogen los resultados que se obtienen al simular el circuito, primeramente con un aumento del flujo de alimentación (con lo que se obtiene una respuesta no satisfactoria en las clases de salida) y luego con un aumento de la carga circulante y disminución del flujo de alimentación (se obtiene una respuesta satisfactoria).

Al simular el circuito mediante la aplicación del modelo propuesto, con variación del carga circulante y/o variación del flujo de alimentación, pueden reducirse las diferencias observadas entre los valores de productividad observada y calculada que se muestran en la tabla 4.16, y pueden lograrse reducciones del consumo específico de energía en el orden que aparecen en la tabla 4.18, con lo cual se logra un mejoramiento significativo de los indicadores energotecnológicos del proceso. (Ver en el Anexo III, programa en Matlab, para la modelación y simulación del circuito).

Tabla 4.17. Resultados obtenidos durante la simulación del circuito cerrado.

Régimen de trabajo actual					
Productividad, Q, t/h	Carga circulante C, %	Contenido de la clase $\gamma +0.160$, %	Contenido de la clase $\gamma -0.074$, %	Contenido de la clase $\gamma -0.044$, %	Consumo esp de energía We, kWh/t
50.0	77.0	10.0	84.4	70.8	13.0
Simulación variando la productividad					
86.0	77.0	13.1	76.0	70.0	7.6
Simulación variando la carga circulante C y la productividad					
70.0	87.0	10.7	84.0	74.0	9.3

4.5.- Valoración económica

Se ha determinado en la práctica que la variación de la composición sustancial del mineral varía con frecuencia y de forma significativa (ver epígrafe 3.7), lo que conlleva a la variación de la productividad del molino, (ver fig.4.10). Al no existir actualmente en la industria un procedimiento para valorar la composición sustancial del mineral y realizar el ajuste del flujo de alimentación fresca al molino en dependencia de las variaciones de este factor, entonces los ajustes, en la mayoría de los casos, no son los más efectivos, y aunque la granulometría del producto final por lo regular es la deseada, la productividad de los molinos queda por debajo de lo que realmente se puede alcanzar y el consumo específico de energía es elevado. De ser aplicado el procedimiento que hemos propuesto en este trabajo, para la modelación y simulación de la molienda con la aplicación de los modelos basados en el balance de masa de la población de partículas, entonces pueden lograrse reducciones del consumo específico de energía en el orden en que se muestra en la tabla 4.18. Se ha incluido el consumo de energía del ventilador de recirculación, (Ramos, 1995) componente esencial en la unidad de molienda para el barrido y transporte neumático del producto. En las figuras A5, A6 y A7 del Anexo I,

están representadas la característica energética del ventilador y el comportamiento de la potencia media del mismo.

Tabla 4.18 Comparación de los resultados del trabajo de una unidad de molienda, cuando se toma en consideración la variación de la composición sustancial del mineral

No	Contenido de serpentina. Cs %	Product relativa observ, Qobs	Producti relativa calculada, Qcal	Consumo espec obs We, kWh/t	Reducción del We, % en el molino	Reducción del Wu, % en la unidad
1	38,0	0,42	0,58	12,89	29,32	24,97
2	50,0	0,61	0,44	8,96	-	-
3	31,5	0,44	0,68	10,90	29,10	24,82
4	17,6	0,53	1,24	10,17	58,34	47,27
5	26,7	0,55	0,81	9,69	33,37	27,63
6	25,0	0,48	0,92	11,00	48,18	38,54
7	37,0	0,44	0,6	12,19	28,21	24,27
8	36,0	0,56	0,62	9,73	12,93	15,27
9	19,2	0,63	1,14	10,40	55,58	44,78

De acuerdo con los estudios realizados (Laborde et al, 2005), el comportamiento promedio de los consumos de energía en la sección de molienda, de la planta objeto de estudio son los siguientes:

Consumo en el horario del día: 44,64 MWh

Consumo en el horario pico: 14,88 MWh

Consumo en el horario de la madrugada: 29,76 MWh

Consumo diario: 89,28 MWh

Teniendo en cuenta la tarifa que aplica la Empresa Eléctrica para los consumidores de alta tensión con cogeneración (Manual de Tarifas de Empresa Eléctrica, 2002), el costo actual de producción de mineral molido es de \$ 0,816/t (en el renglón de electricidad). Con la aplicación del procedimiento propuesto puede alcanzarse una productividad media de la sección de 6890 t/día, a un costo de \$ 0,68/t, lo que representa un 17 % de reducción del costo de producción.

con un 13 % en la disminución del consumo específico de energía. Este efecto es equivalente al ahorro de 337.4 MUSD, anualmente. En la tabla 4.19 se recoge el resumen de lo hasta aquí planteado respecto al efecto económico que puede tener la aplicación del procedimiento propuesto. Revelamos así las reservas energéticas y productivas del proceso industrial y las posibilidades que existen de reducir los costos de producción en el mismo.

Tabla 4.19 Efecto económico posible a alcanzar mediante la aplicación del procedimiento propuesto.

Observado		Estimado				Reducc de costo, %	Ahorro anual, MUSD
Product media, Qmed, t/h	Consumo esp de la unidad, Wu, kWh/t	Product media, Qmed, t/h	Consumo esp de la unidad, Wu, kWh/t	Increm de la prod Q, %	Reduc del con esp Wu, %		
73.0	15.0	85.0	13.0	11	13	17	337.4

Conclusiones del capítulo IV

1. La simulación de la molienda del mineral laterítico, en un circuito abierto, utilizando los modelos matemáticos del balance de masa de la población de partículas, es posible siempre y cuando sea utilizada una matriz del molino, cuyos elementos varíen en función de la composición sustancial del mineral.
2. Para la simulación de la molienda del mineral laterítico, en el circuito cerrado industrial, empleando los modelos del balance de masa de la población de partículas, puede aplicarse un procedimiento similar al propuesto para el circuito abierto, tomando los mismos parámetros de la función de distribución de la fragmentación hallados a escala de laboratorio y escalando los parámetros de la función razón específica de la fragmentación.

3. La variación de la composición sustancial del mineral laterítico, en el proceso industrial, tiene una marcada influencia sobre la productividad y sobre el consumo específico de energía de la unidad de molienda. El hecho de tener en cuenta este factor, durante la modelación y simulación del proceso, puede permitir una disminución significativa del costo de producción.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES GENERALES

1. A medida que aumenta la fracción serpentinitica en el mineral laterítico, aumenta el valor del índice de Bond, según una dependencia lineal. Esta regularidad evidencia la variación de la molibilidad del mineral con la variación de su composición sustancial.
2. Las regularidades observadas en el comportamiento de las funciones de la fragmentación, respecto a la variación de la composición sustancial del mineral laterítico, dada por la relación serpentina-limonita, han sido expresadas a través de una dependencia logarítmica con un coeficiente de determinación de 0,97 para el caso de la razón específica de la fragmentación y por una dependencia lineal con igual coeficiente de determinación para el caso de la función de distribución de la fragmentación.
3. La aplicación de las concepciones clásicas de los modelos de molienda, basados en el balance de masa de la población de partículas, en el caso del mineral laterítico, es posible cuando los parámetros de las funciones de la fragmentación se consideran variables que expresan las regularidades de dichas funciones con respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.
4. El procedimiento propuesto para la modelación y simulación de la molienda de la laterita con composición sustancial variable, resuelve las limitaciones encontradas para aplicar las concepciones clásicas de modelación a este tipo de mineral y se demuestra el impacto económico que puede producir la aplicación de este procedimiento en un proceso industrial, ascendente al ahorro de 337.4 MUSD anualmente, por concepto de racionalización en el portador energético, así como en otros beneficios adicionales de carácter económico, social y medioambiental.

RECOMENDACIONES

1. Dar continuidad al trabajo con la elaboración de un software para la aplicación del procedimiento propuesto.
2. Utilizar este trabajo como una base de conocimiento en la automatización del proceso de molienda en la empresa “Comdte Ernesto Che Guevara”.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Aguado M. J., Aplicación de la simulación matemática a la determinación de consumos energéticos en fragmentación. (Tesis doctoral) Universidad de Oviedo, 2003.
2. Aksani, B y Sonmez B. Simulation of Bond grindability test by using cumulative based kinetic model. Minerals Engineering., Vol 13, No. 6, pág 673-677, 2000
3. Aldana S. Eugenio y Legrá L. Angel. Optimización de la productividad y la fineza de la molienda en la planta de preparación de minerales de la empresa "Comdte Ernesto Che Guevara". Centro de Investigación de la Laterita, Moa, Holguín, 1996
4. Andreiev, S. E. Andreiev; V. A. Perov; V. V. Zverievich. Trituración, desmenuzamiento y cribado de los minerales. Editorial Mir, Moscú, 1980.
5. Anónimo. Manual de aplicación de las tarifas eléctricas. Unión Eléctrica. La Habana, 2002.
6. Anónimo. Manual de operaciones de la planta de preparación de minerales. Empresa "Comdte Ernesto Che Guevara", 2003.
7. Austin L. G., Measurements of impact forces in ball mills, reanalysis. Minerals and Metallurgical Processing, Vol 18, No. 4 Nov 2001.
8. Austin, L. G. , Luckie, P. T., y Klimpel, R. R. Solution to the batch grinding equation leading to Rosin-Ramler distributions. Trans. AIME, Vol 252, pág 87-94, 1972
9. Austin, L. G., y Brame, K. A comparison of the Bond method for sizing wet tumbling mills with a size mass balance simulation model. Powder Technology, 34 : 261-274, 1983.
10. Austin, L. G. , Luckie, P. T., y Klimpel, R. R. Grinding equations and the Bond work index. Trans. AIME., Vol 252, pág 87-94, 1972
11. Austin, L. G. A comentary on Kick, Bond and Rittinger laws of grinding. Powder Technology., Vol 7, pág 315-317, 1973
12. Austin, L. G., y Weller, K. R., Simulation and scale-up of wet ball milling. 14th Int. Miner. Congress, Toronto., pág 1-8, 1982
13. Austin, L. G. , Luckie, P. T., y Seebach, H. M. Optimization of a cement milling circuit with respect to particle size distribution and strength development by simulation models, Dechema Monograph., pág 519-537, 1976

14. Austin, L. G., Concha, F., Diseño y simulación de circuitos de molienda clasificación, CYTED-Green Print Impresores, Chile, pp. 394, 1994.
15. Austin, L. G., Luckie, P. T. and Shoji, K. And analysis of ball and race milling. Part II, Powder Technology, 33, 113 – 125, 1982.
16. Austin, L. G. and Klimpel, R. R., The theory of grinding operations, Ind. Eng. Chem., 56, 18 – 29, 1964.
17. Austin L., Klimpel R., Luckie P.T., Process Engineering of size reduction: Ball mill, AIME publ. NY, 458-471 pp. 1984.
18. Austin, L. G., Shoji, K., Bathia, V. K., Jindal, V., Savage, K., and Klimpel, R. R. Some results on the description of size reduction as a rate process in various mills, Ind. Eng. Chem. Process. Des Devel., 15 (1) , 187-196, 1976.
19. Aviliov, B. N., Karnaujov, Zabrobski, Racionalización del consumo de energía eléctrica en las plantas beneficiadoras de minerales, Editorial Niedra, Moscú, 1987.
20. Benzer H., Ergu L., Oner M., Lynch A., "Simulation of open circuit clincker cement", Minerals Engineering, Vol. 14, No. 7, pp 701-710, 2001
21. Bernard Ostle, Estadística aplicada , Editorial Científico-Técnica, La Habana, 1979.
22. Belyx; B. P., I. S Sbierdel ; B. K Oleinikov, Cargas eléctricas y utilización de la energía eléctrica en las empresa mineras, Editorial Niedra , Moscú, 1971.
23. Bonolli, A., y Fluvio C. The energy saving problems related to grinding, a correct definition of parameters for comminution process optimization, Mineral Processing, June 1994.
24. Blaskett, K.S. Estimation of the power consumption in grinding mills, 9th Comomwealth Min Metallurgical Congress, pág 631-649, 1969
25. Broadbent, S. R., y Callcott, T.G. a matrix analysis of process involving particle assemblies, British Coal Utilization Research Association, Vol 249, 1956
26. Castro, J.R., y J. A. Finch, Simulation of a grinding circuit charge to reduce lead sliming, Mineral Processing, April 1980.
27. Coello V. Alfredo, Consideraciones sobre la molienda seca de minerales lateríticos, Minería y Geología, XIII (2); 57-60 ; 1993 a.
28. Coello V. Alfredo, Mejoramiento de la tecnología de la molienda seca de la laterita. (Tesis de doctorado) Instituto de Minas de San Petersburgo, Rusia, 1993 b.

29. Coello V. Alfredo; N. Tijonov Oleg. Regularidad en la molienda de los minerales lateríticos. *Minería y Geología* XIII (3): 1996.
30. Coello V. Alfredo; N. Tijonov Oleg. Molienda de minerales multicomponentes: modelo integrodiferencial para la valoración de la energía. *Minería y Geología*, (2) 2001.
31. Coello V. Alfredo, Menéndez, A. J.M. y Laborde, B. R. Regularidad en la molienda conjunta y por separado de mezclas de limonita y serpentina. (Artículo en preparación).2005.
32. Cooke D. R., y J. Pongratz. Nickel laterite deposits-geological, overview, resources and exploitation. 2003. [http://www. au.com](http://www.au.com)
33. Deister, R. J. How to determine the Bond work index using the lab ball mill gridability test. *COMJ*. 1987.
34. Falcón, J. Informe al PIF sobre el estado de la molienda del mineral laterítico. ISMM. Moa. , 1987
35. Fred. C. Bond. Crushing and grinding calculations. Part I. *British Chemical Engineering*. January, 1961.
36. Fuerstenau, D. W. and A. Z. M. Abouzeid. Effect of fines particles on the kinetics and energetics of grinding coarse particles. *International Journal of Mineral Processing*., Vol 31, pp. 151-162. 1991.
37. Gaudin, A.M., y Meloy, T. P. Model and comminution distribution equation for repeated fracture. *Trans. AIME*. Vol. 223. pág 43-50. 1991
38. Gupta, V. K., y Kapur, P. C. A simple mill matriz for grinding mills. *Chemical Engineering*., V 29. pág 634-637. 1974
39. Harris, C. C. Batch grinding kinetics. *Transf AIME*., Vol 241. pág 359-364. 1968
40. Herbst, J.A., y Fuerstenau, D. G. Scale-up procedure for grinding mill desing using population balance methods. *Int Journal, Mineral Processing*, Vol 7. pág 1-31. 1980.
41. Herbst, J. A., y Fuerstenau, D. G. The zero order production of fines sizes in comminution and its implication in simulation. *Trans. AIME*., Vol 241. pág 538-548. 1968
42. Herbst, J. A., Potapov, A. V. Radical innovations in mineral, processing simulation. *Minerals and Metallurgical Processing*, Vol 21; mayo 2004.

43. Hodouin, D., Gelpe, T., y Everell, M. D. Sensitivity analysis of material balance calculations- an application to the cement clinker grinding process. *Power Technology*., Vol 32, pág 139-153. 1982
44. John Kare Pettersen and Sandvik K. L. Estimating the breakage and selection functions for a continuo mill. *International Journal of Mineral Processing*., Vol 35, pp. 149-158. 1992
45. Kapur, P. C. and Agrawal, P. K., Effect of feed charge weighth on the race of breakage in batch grinding. *Trans. IMM, (London)* 79, C269 – C274. 1970.
46. Kelly, E. G., y D. J. Spottiswood. The breakage function, what is it really ?. *Minerals Engineering*., Vol 3, No. 5 , pp. 405-414. 1990
47. Kelsall, D. F., Reid, K. J. and Restarick, C. J. Continuos grinding in a small wet ball mill. Part II. A study of the influence of hold-up weighth. *Powder Technology*., 2. 162 – 168., 1968/69.
48. Kelsall, D. F., Reid, K. J. and Restarick, C. J. Continuos grinding in a small wet ball mill. Part III. A study of distribution of residence time. *Powder Technology*., 3. 170 – 178., 1969/70.
49. King, P. Modeling and simulation of mineral processing system. Butterworth Heinemann. Boston-Oxford-Johanesburg., pp. 403. 2000
50. Klimpel, R. R., y Austin, L. G. The back calculation of specific rates of breakage from continuos mill data. *Power Teechnology*., Vol 38, pág. 77-91. 1984
51. Laborde B. Reynaldo, A Coello, S. Marrero. Productividad y Eficiencia energética en el proceso de molienda del mineral laterítico. *Revista Minería y Geología*. Vol XVII. No. 2 del 2001.a)
52. Laborde B. Reynaldo, A. Coello. S. Marrero. Optimización del proceso de molienda del mineral laterítico en la empresa ‘Cmdte Ernesto Che Guevara’. *Memorias SIE*. Universidad Central de Las Villas, 2001 b). ISBN.
53. Laborde B. Reynaldo. A. Coello. Normación del consumo de energía eléctrica en la molienda de la laterita. *Memorias FIE* 2002, Universidad de Oriente. ISBN.
54. Laborde B. Reynaldo, A. Coello, S. Marrero. Diagnóstico energético en la sección de molienda de la empresa ‘Cmdte Ernesto Che Guevara’. *Memorias SIE* 2003. Universidad Central de Las Villas.

55. Diagnóstico energético del proceso de molienda de la laterita. *Minería y Geología*. Vol XIX, No. 3 – 4, del 2004.
56. Laplante, A. R., U. Prasad, R. E. Mc Ivor y J. A. Finch. Error análisis for Bond work index determinations. Part 2. *Minerals Engineering*. Vol 6, No 5, pp – 509 – 521. 1993.
57. Levin, J. Observations on the Bond standard grindability test for the fine materials. *Mineral and Metallurgical Processing*., Vol 89, No 1, pp. 13-21. 1990
58. Lewis, K. A., M. Pearl and P. Tucker. Computer Simulation of the Bond grindability test. *Minerals Engineering*., Vol 3, No. ½, pp. 199-206. 1990
59. Luckie, P. T., y Austin, L. G. A review introduction to the solution of the grinding equations by digital computation. *Mineral Science Engineering*., Vol 4, pág 24-51. 1972
60. Lynch, J. A. Circuitos de trituración y molienda de minerales. Editorial Rocas y Minerales. Madrid, 1980.
61. Lynch A. J., *Mineral Crushing and Grinding Circuits. Their simulation, optimisation, design and control*. T1. Elsevier . Scientific Publishing Company. Amdertam, Oxford. N.Y. 1977.
62. Llorente Luis Arce. Proyección para el incremento de la productividad hasta 50 000 t de níquel más cobalto en la instalación de molienda de la empresa ‘Cmde Ernesto Che Guevara’. Tesis de Maestría, ISMM, Moa, 2003.
63. Machado, M. R. Kinetic models for the simulation of crushing circuits. *Mining Engineering* Vol 3, No 1/2 pp. 165 – 180. 1990.
64. Malghan, S. G. and Fuerstenau, D. W., The scale up of ball mills using population balance models and specific power input. *Dechema Monograph* 79, 613 – 630, 1976.
65. Marchand, J. C., Hodouin, D., and Everell, M. D. RTD and mass transport characteristics of large industrial grinding mills. *Proc 3 rd Int. Fed. Automatic Control Symp*, Montreal. 295-302. 1980.
66. Mason D. Robert; Lind A. Douglas; Marchart C. William. *Statistics- an introduction* (fourth edition). Sanders College Publishing, Universidad de Toledo, U.S.A. 1994.
67. Mehta, R. K., S. K. Dhar and R. R. Mallepali. A computational approach toward the mill matrix of distributed comminution models. *Mineral and Metallurgical Processing*. May. 1993 (technical note).

68. Mika, T. S., Berloiz, L. M. Y Fuertesneau, D. G. An approach to kinetics of dry batch milling. Dechema Monografía. pág 205-240. , 1967
69. Mitrofanov, S. I., L. A. Barski; I. D. Samygin. Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales. Editorial Mir, Moscú, 1982.
70. Mosher, J.B., C. B. Tague. Conduct and precision of Bond grindability testing. Minerals Engineering,. Vol 14, No. 10, 2001.
71. Prasher, Ch. L. . Crushing and Grinding Process Handbook. Londres, 1987.
72. Ramírez, J. C., Finch, J. A. Simulation of a grinding circuit change to reduce lead sliming. Mineral Processing. CIM Bulletin , 1980
73. Ramos Pérez Néstor. Bombas, ventiladores y compresores. ISPJAE, la Habana. 1995.
74. Rajamani R. K; B. K. Mishra; P. Songfack and R. Venugopal. Millsoft- simulation software for tumbling-mill design and trouble shooting. Minerals Engineering. December. 1999.
75. Rajamani, R. K. Impact energy spectra of tumbling mills. Powder Technology. Vol 108. no. 2-3, 2000.
76. Reid, K. J. A solution to the batch grinding equation. Chemical Engineering Science. . Vol 20, pp: 953-963. 1965.
77. Reyes.- Bahena, Juan L. Modelling and Simulation of the grinding circuit at El Pilon Mine. Mineral Prcessing, feb 2004.
78. Rogers, R. S. C., y Austin, L. G. Residence time distribution in ball mills. Particulate Sci.Technology. 2, 191-209. 1984.
79. Rogers, R. S. C. A short- lived radioactive tracer method for the measurement of closed circuit ball mill RTD. Powder Technology. 32. 245-252. 1982.
80. Rojas P. Arturo. Principales fases minerales portadoras de níquel en los horizontes lateríticos del yacimiento de Moa.(Tesis de doctorado) Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa, 1995.
81. Rowland, C. A. Using the Bond work index to measure operating comminution efficiency. Minerals & Metallurgical Processing,. Vol. 15 No. 4. 1998.
82. Shoji K., Austin, L. G., Smaila, F. Brame K., and Luckie P. T. Further studies of ball and powder filling effects in ball milling. Powder Technology. 31, 121-126. 1982.

83. Thomas, A. L. O. Filippov. Fractures, fractals and breakage energy of minerals particles, International Journal of Mineral Processing., Vol 57, pp. 285-301, 1999
84. Vera S. León. Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa. (Tesis de doctorado). Instituto Superior Minero-metalúrgico, Moa, 2001.
85. Zaldívar H. Gaspar; Fajardo M Andrés. Prueba de máxima productividad de los molinos con petróleo en el proceso de molienda de la empresa ' Cmdte René Ramos Latour'. Informe técnico. Departamento de Investigaciones y Desarrollo, empresa del níquel ' Cmdte René Ramos Latour', Nicaro, 1998.
86. Zaldívar H. Gaspar, Fajardo M. Andrés. Prueba para la determinación de la influencia del petróleo aditivo y de las características del mineral sobre la productividad de los molinos. Informe técnico. Centro de Investigación de la Laterita, Moa, 1999.

ANEXO I.- FIGURAS

Diagrama de flujo del proceso tecnológico de la sección de molienda.

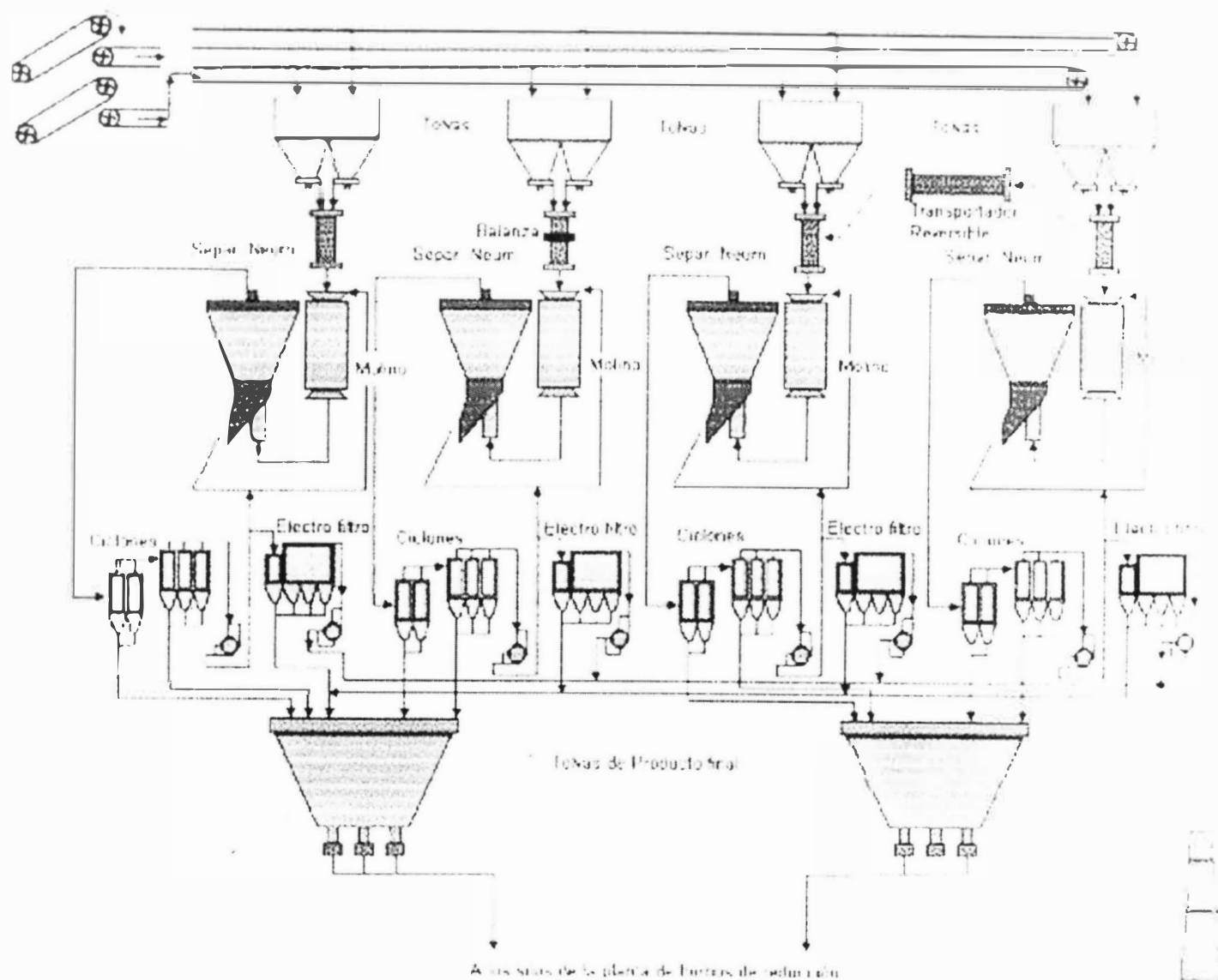


Fig. A.1 Esquema del flujo tecnológico de la sección de molienda en la empresa "Comde Ernesto Che Guevara".

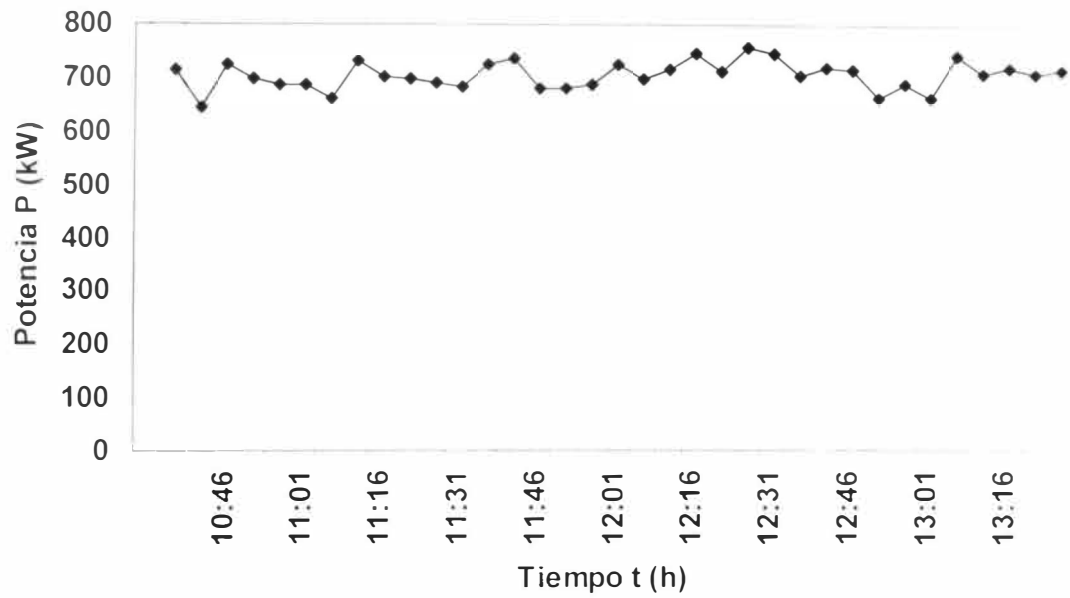


Fig. A. 2. Comportamiento de la potencia del molino de bolas No. 2, (Productividad de 76.3 t/h.)

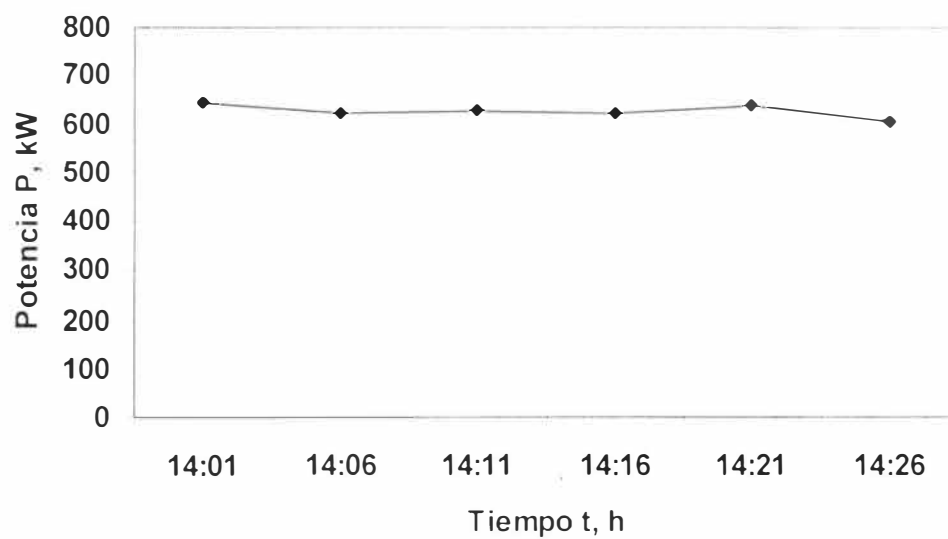


Fig. A. 3. Comportamiento de la potencia del molino de bolas No. 2, (Productividad de 57.6 t/h.)

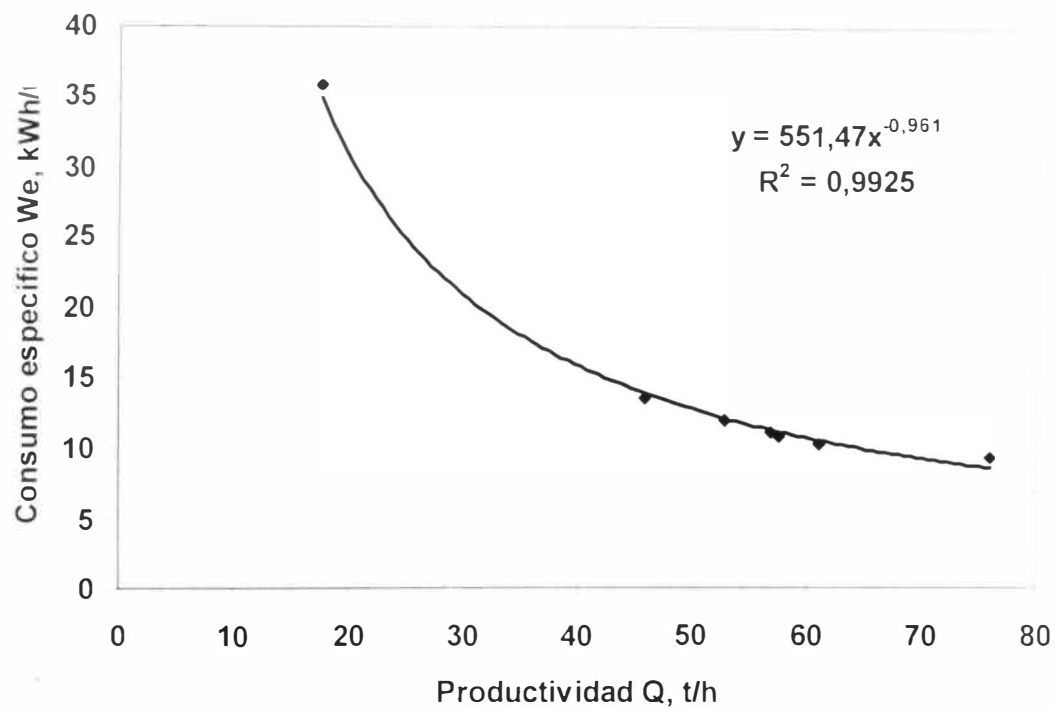


Fig A.4 Característica energética experimental del molino de bolas industrial.

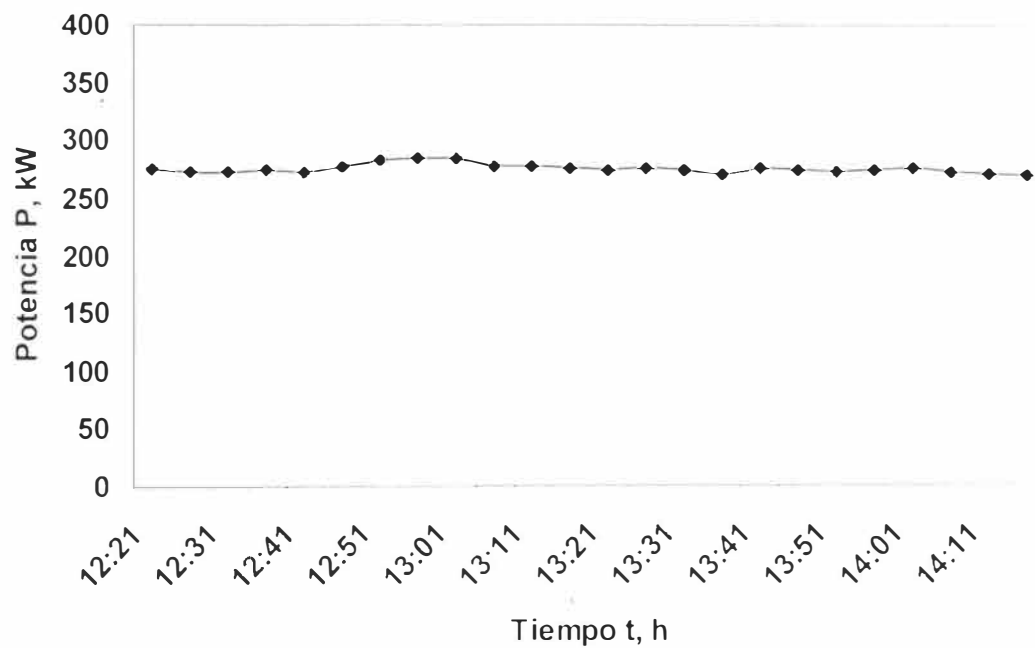


Fig. A. 5 Comportamiento de la potencia del ventilador de recirculación No. 2, durante el régimen de trabajo del sistema con 70 % de estrangulación del aire y 4° de inclinación de las paletas del clasificador. Productividad de 57.6 t/h.

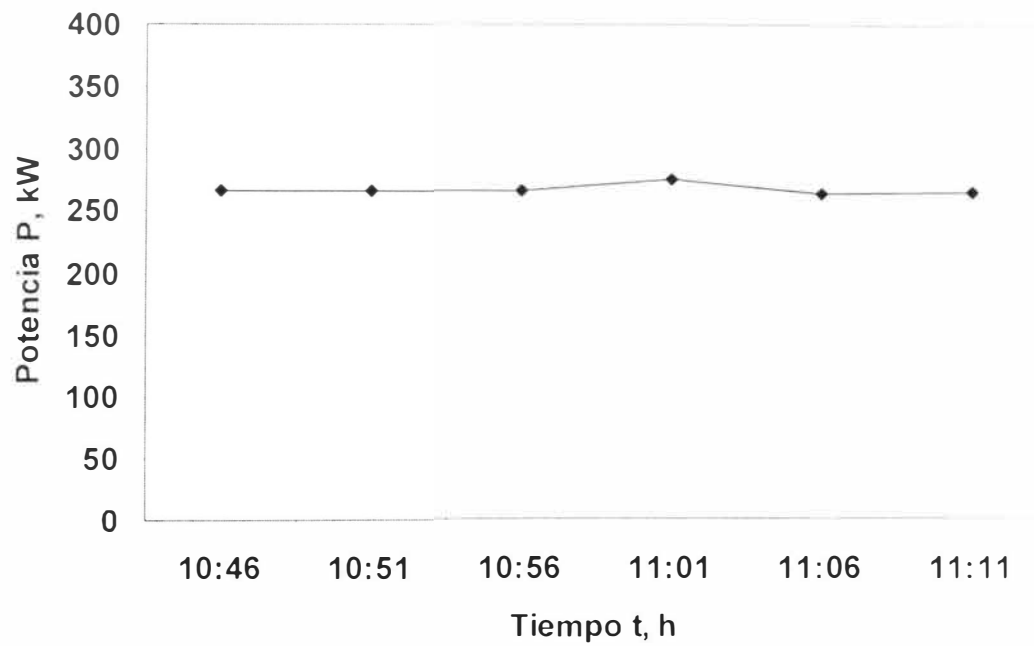


Fig. A. 6. Comportamiento de la potencia del ventilador de recirculación No. 2, durante el régimen de trabajo del sistema con 70 % de estrangulación del aire y 6° de inclinación de las paletas del clasificador. Productividad de 76.3 t/h.

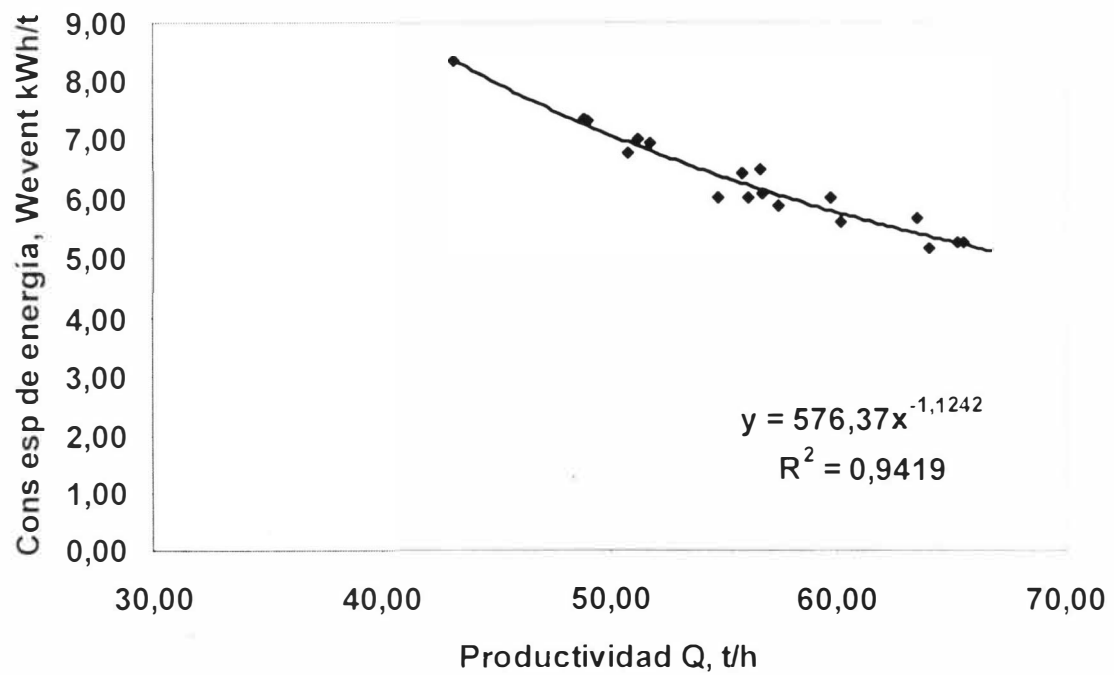


Fig A.7 Característica energética experimental de un ventilador de recirculación.

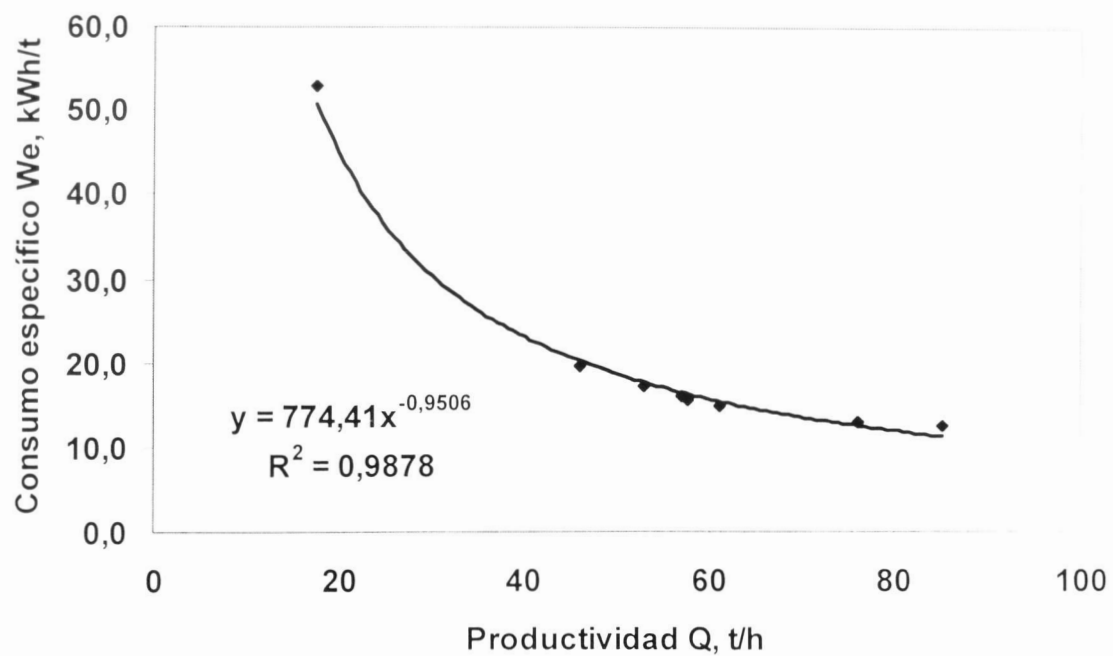


Fig. A.8 Característica energética experimental de la unidad de molienda.

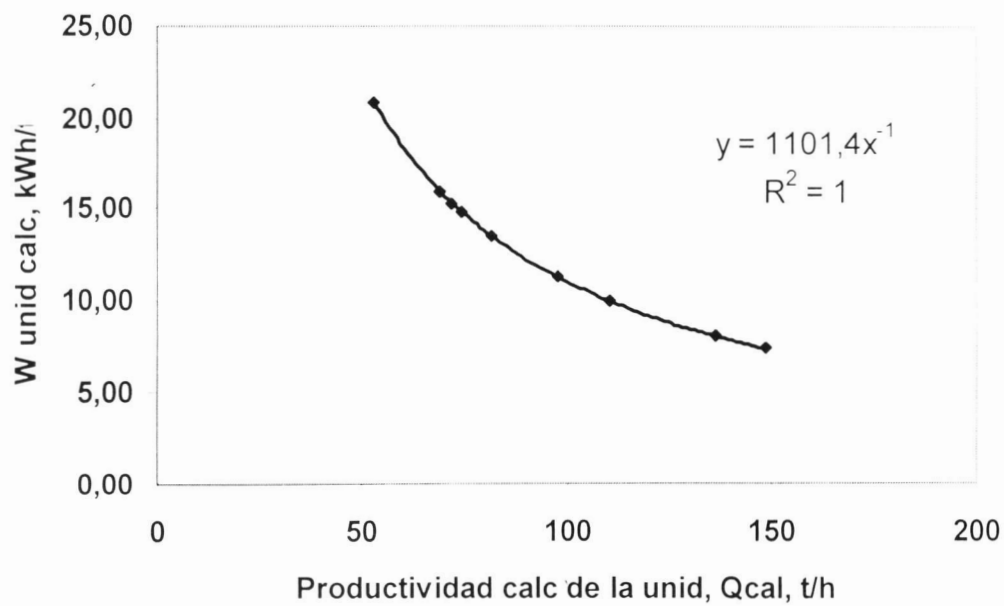


Fig A.9 Característica energética de la unidad de molienda, estimada según el índice operacional.

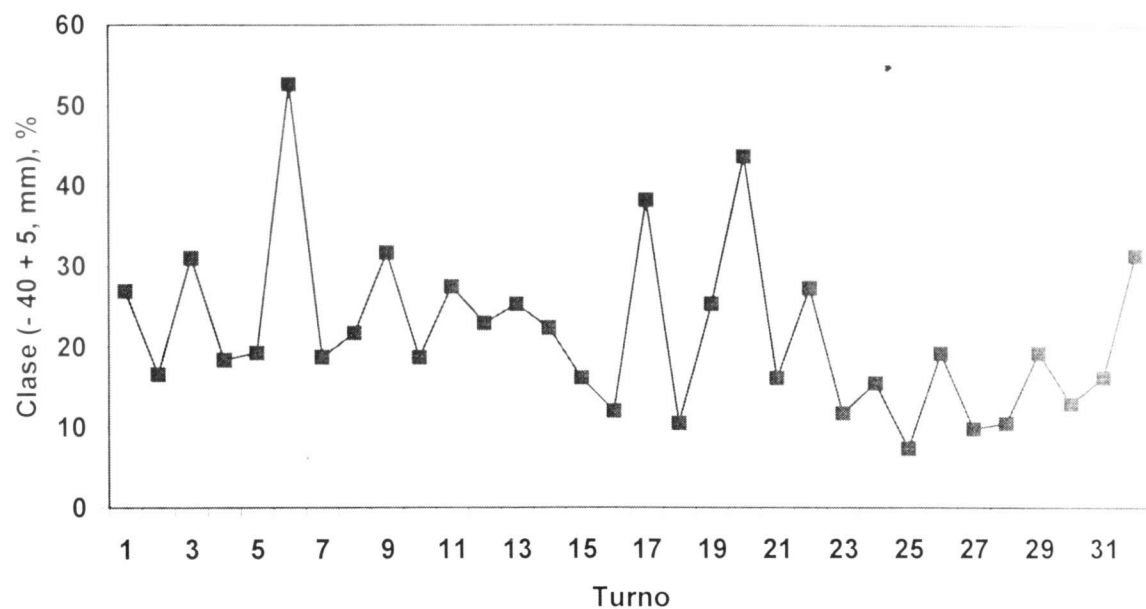


Fig. A.10. Comportamiento de la clase -40 + 5 mm, en el mineral de alimentación a los molinos durante el mes de junio.

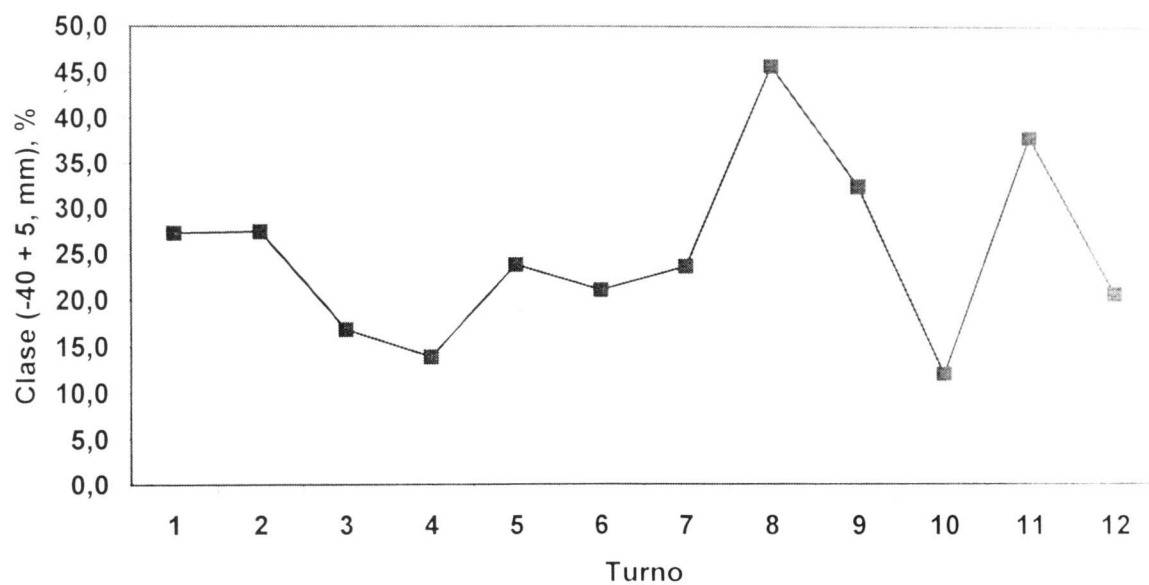


Fig. A.11. Comportamiento de la clase -40 + 5 mm, en el mineral de alimentación a los molinos durante el mes de julio.

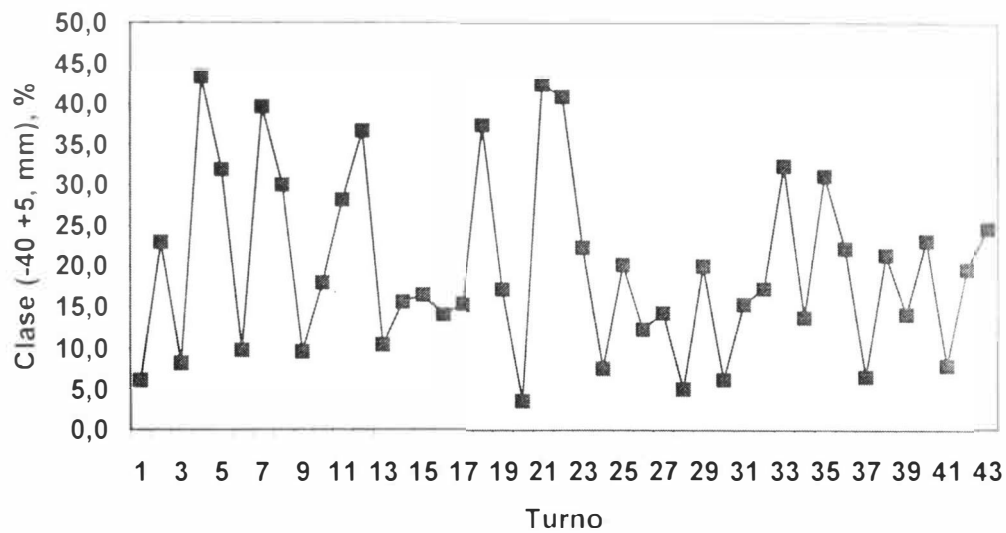


Fig. A.12. Comportamiento de la clase -40 + 5 mm, en el mineral de alimentación a los molinos durante el mes de octubre.

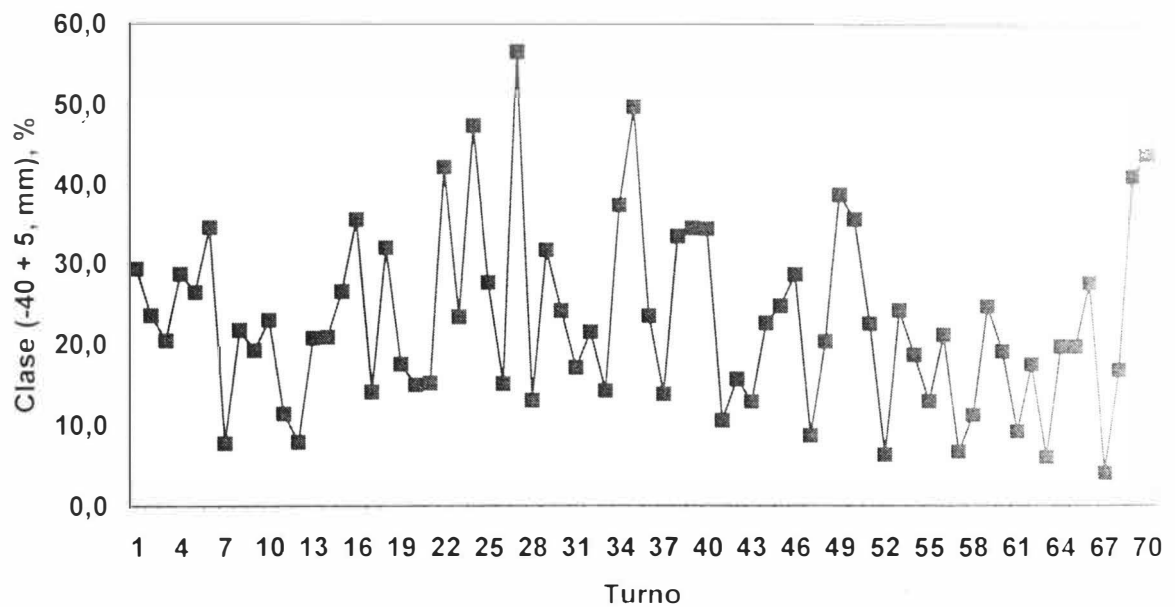


Fig. A.13. Comportamiento de la clase -40 + 5 mm, en el mineral de alimentación a los molinos durante el mes de noviembre.

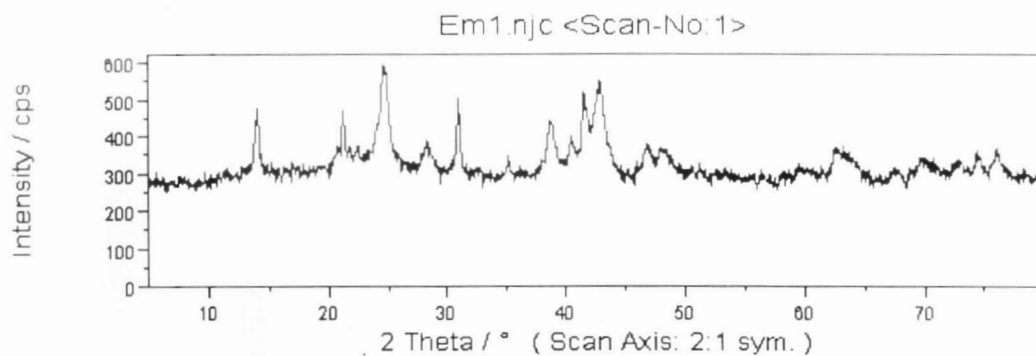


Fig. A.14 . Diffractograma obtenido durante el análisis de una de las muestras (EML-1) de mineral tomada en la alimentación al molino.

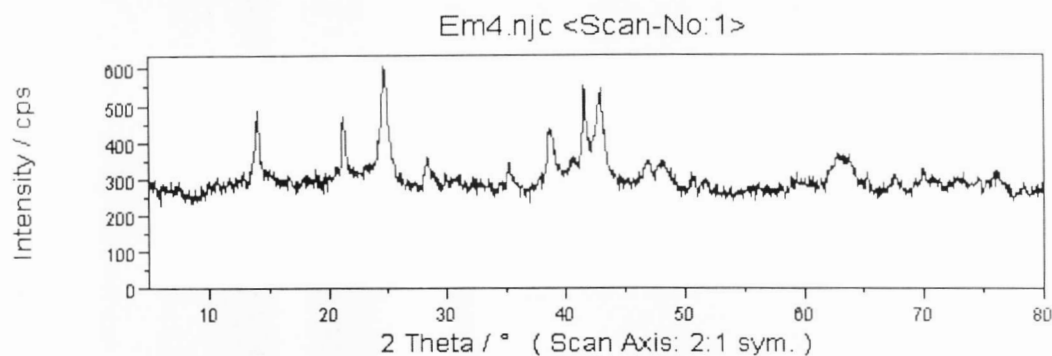


Fig. A.15 . Diffractograma obtenido durante el análisis de una segunda muestra (EML-4) de mineral tomada en la alimentación al molino.

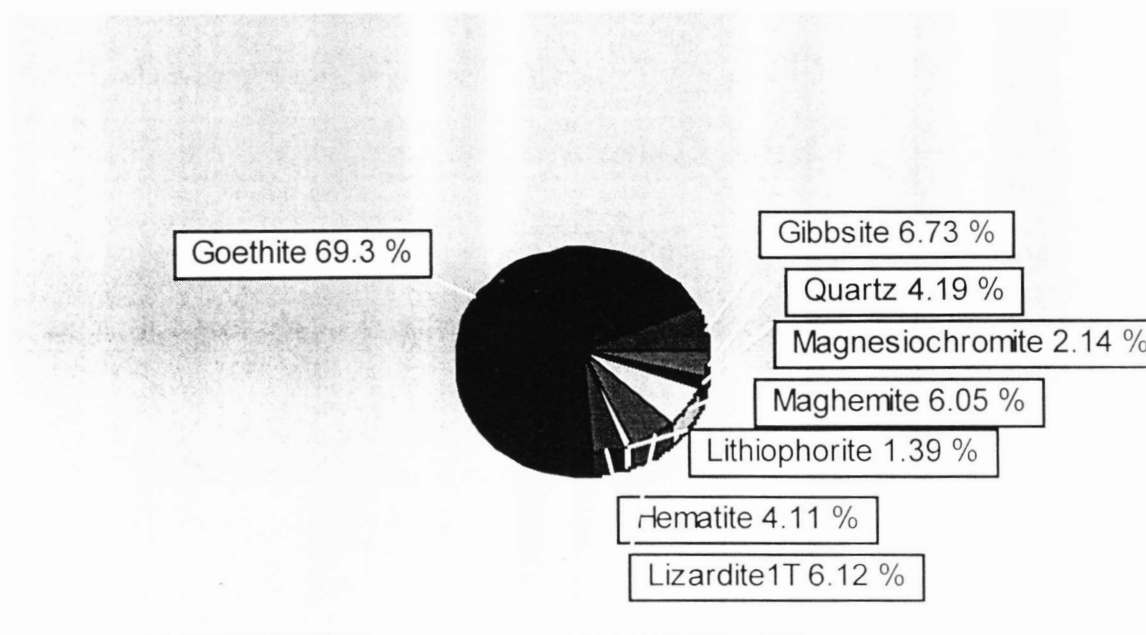


Fig. A.16. Composición mineralógica de la muestra EML-1 .

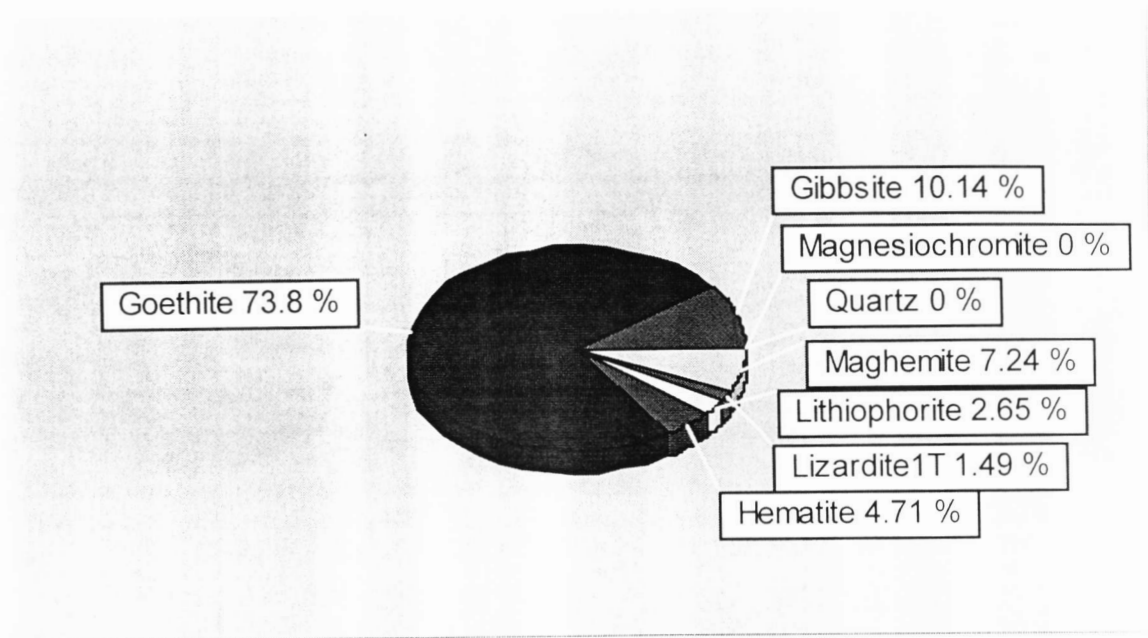


Fig. A.17. Composición mineralógica de la muestra EML -4

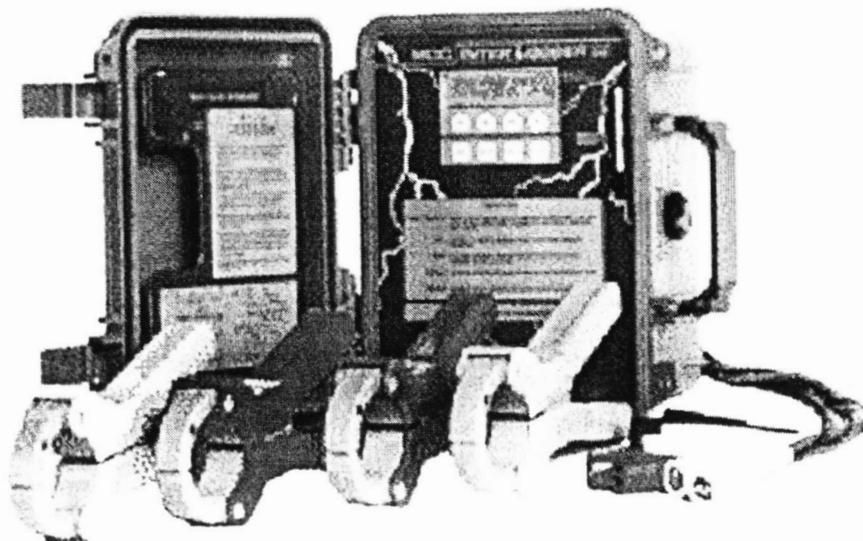


Fig. A.18. Analizador de Redes de NORTHWOOD DATA LOGGERS LTD

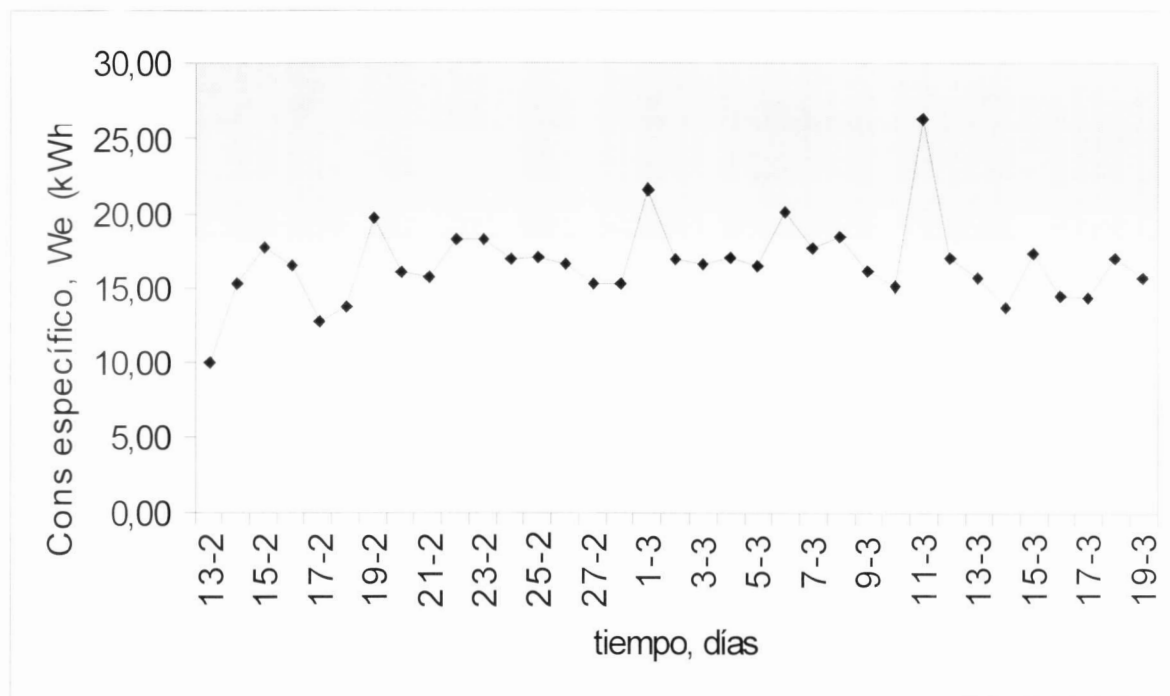


Fig. A19. Comportamiento característico del consumo específico de energía, en la sección de molienda de la empresa ‘‘Cmdte Ernesto Che Guevara’’.

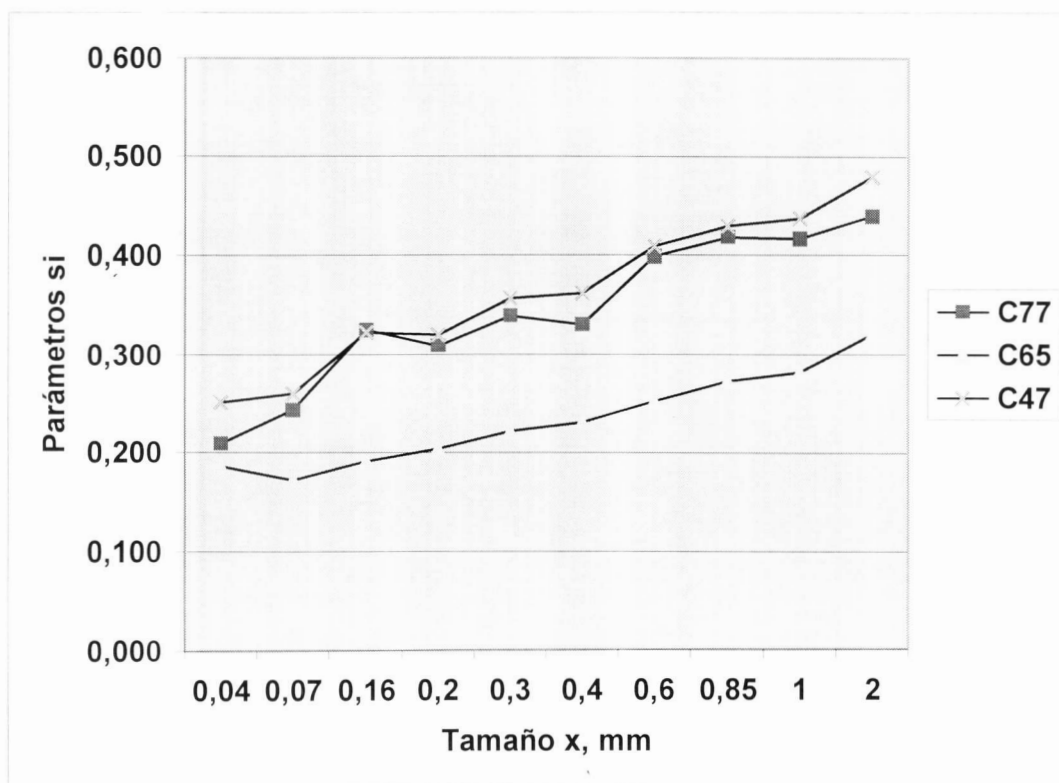


Fig. A20 Característica de selectividad del separador para cargas circulantes de 77, 65 y 47 % respectivamente.

ANEXO II. TABLAS

Tabla A1 Comportamiento de la molienda para la serpentina y diferentes mezclas, t = 5 min.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, %			
	100	75	50	25
	Peso, en fracción			
2000/1000	0,737	0,301	0,226	0,112
1000/850	0,046	0,084	0,062	0,043
850/600	0,007	0,017	0,023	0,008
600/400	0,016	0,033	0,022	0,018
400/300	0,023	0,062	0,047	0,039
300/200	0,016	0,027	0,030	0,031
200/160	0,016	0,036	0,026	0,033
160/74	0,007	0,035	0,044	0,045
74/44	0,035	0,088	0,095	0,113
44/0	0,025	0,090	0,060	0,060

Tabla A2. Función razón específica de la fragmentación, S (x), para dos molinos diferentes.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs. %							
	100		75		50		25	
	$S_{\text{mol 1}}$	$S_{\text{mol 2}}$	$S_{\text{mol 1}}$	$S_{\text{mol 2}}$	$S_{\text{mol 1}}$	$S_{\text{mol 2}}$	$S_{\text{mol 1}}$	$S_{\text{mol 2}}$
2000	0,5315	0,0859	0,7291	0,2189	0,9310	0,2756	1,0000	0,3511
1000	0,3379	0,0666	0,5262	0,1612	0,7146	0,2174	0,9775	0,2873
850	0,3038	0,0627	0,4876	0,1501	0,6718	0,2056	0,9287	0,2740
600	0,2420	0,0553	0,4140	0,1287	0,5881	0,1825	0,8324	0,2478
400	0,1856	0,0476	0,3422	0,1076	0,5039	0,1588	0,7328	0,2203
300	0,1539	0,0428	0,2990	0,0948	0,4515	0,1440	0,6693	0,2027
200	0,1180	0,0370	0,2470	0,0794	0,3869	0,1253	0,5893	0,1802
160	0,0750	0,0288	0,1783	0,0585	0,2969	0,0988	0,4738	0,1474
74	0,0616	0,0257	0,1548	0,0512	0,2647	0,0890	0,4310	0,1352
44	0,0439	0,0211	0,1210	0,0408	0,2172	0,0746	0,3856	0,1163

Tabla A.3 Resultados de la prueba F para la dependencia de los parámetros S_1 y S_{10} , respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

	S_1		S_{10}	
	<i>obs</i>	<i>cal</i>	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	0.2865	0.2866	0.1023	0.0875
Varianza	0.0329	0.0315	0.0079	0.0065
Observaciones	6	6	6	6
Grados de libertad	5	5	5	5
F	1.0423		1.2154	
P(F≤f) una cola	0.4824		0.4178	
Valor crítico para F (una cola)	5.0503		5.0503	

Tabla A.4 Resultados de la prueba t para la dependencia del parámetro S_1 y S_{10} .

	S_1		S_{10}	
	<i>obs</i>	<i>cal</i>	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	0.2865	0.2866	0.1023	0.0875
Varianza	0.0329	0.0315	0.0079	0.0065
Observaciones	6	6	6	6
Varianza agrupada	0.0322		0.0072	
Diferencia hipotética de las med	0		0	
Grados de libertad	10		10	
Estadístico t	0.0014		0.3024	
P(T≤t) una cola	0.4994		0.3843	
Valor crítico de t (una cola)	1.8125		1.8125	
P(T≤t) dos colas	0.9989		0.7686	
Valor crítico de t (dos colas)	2.2281		2.2281	

Tabla A5. Comportamiento de la función de distribución de la fragmentación $B(x,y)$, para dos molinos diferentes.

Tamaño, μm	Contenido de serpentina, Cs, %							
	100		75		50		25	
	$B_{\text{mol 1}}$	$B_{\text{mol 2}}$	$B_{\text{mol 1}}$	$B_{\text{mol 2}}$	$B_{\text{mol 1}}$	$B_{\text{mol 2}}$	$B_{\text{mol 1}}$	$B_{\text{mol 2}}$
2000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1000	0,6356	0,7753	0,7220	0,7369	0,7676	0,7885	0,8041	0,8182
850	0,5716	0,7304	0,6689	0,6860	0,7215	0,7457	0,7641	0,7806
600	0,4552	0,6427	0,5679	0,5885	0,6317	0,6618	0,6848	0,7057
400	0,3492	0,5538	0,4693	0,4922	0,5412	0,5759	0,6028	0,6276
300	0,2893	0,4983	0,4100	0,4336	0,4849	0,5218	0,5507	0,5774
200	0,2220	0,4295	0,3388	0,3627	0,4154	0,4541	0,4847	0,5135
160	0,1411	0,3331	0,2446	0,2673	0,3189	0,3581	0,3898	0,4202
74	0,1159	0,2983	0,2124	0,2341	0,2843	0,3230	0,3546	0,3851
44	0,1006	0,2899	0,2012	0,2335	0,2754	0,3157	0,3488	0,3765

Tabla A6 Prueba t para la dependencia de los parámetros $B_{3,1}$, y $B_{10,1}$ respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

	$B_{3,1}$		$B_{10,1}$	
	obs	cal	obs	cal
Media	0,7086	0,7107	0,2748	0,2748
Varianza	0,0064	0,0064	0,0122	0,0121
Observaciones	6	6	6	6
Varianza agrupada	0,0064		0,0122	
Grados de libertad	10		10	
Estadístico t	0,0451		0	
$P(T \leq t)$ una cola	0,4825		0,5	
Valor crítico de t (una cola)	1,8125		1,8125	
$P(T \leq t)$ dos colas	0,9649		1,0000	
Valor crítico de t (dos colas)	2,2281		2,2281	

Tabla A7 Resultados de la prueba F para la dependencia de los parámetros B_{3-1} y B_{10-1} respecto a la variación de la composición sustancial del mineral.

	B_{3-1}		B_{10-1}	
	obs	cal	obs	cal
Media	0,7086	0,7107	0,2748	0,2748
Varianza	0,0064	0,0064	0,0122	0,0121
Observaciones	6	6	6	6
Grados de libertad	5	5	5	5
F	1,0025		1,0055	
P(F<=f) una cola	0,4990		0,4977	
Valor crítico para F (una cola)	5,0503		5,0503	

Tabla A8 Comportamiento de la composición granulométrica media del mineral de alimentación fresca a los molinos durante varios meses del año 2003.

Tamaño, mm	Junio	Julio	Octubre	Noviembre	Diciembre
40	0,77	0,00	0,52	0,00	2,36
25	2,32	0,17	1,79	0,00	2,28
18	4,69	1,40	3,99	0,00	1,18
12,5	2,25	3,57	0,40	0,00	1,26
10	2,50	3,12	5,16	0,00	2,97
6,3	6,82	4,24	7,07	1,23	1,55
4,75	4,04	9,55	4,49	1,71	4,81
3,5	11,48	7,28	12,19	0,84	7,73
2	18,14	15,86	12,38	1,03	0,28
1,25	21,50	22,50	17,30	1,83	20,54
1	7,10	17,24	19,02	4,59	14,72
0,6	2,44	4,24	1,18	0,07	4,77
0,4	1,57	1,30	1,11	0,07	6,62
0,2	2,11	0,92	1,63	0,12	5,42
0,1	1,08	1,02	1,47	0,12	1,86
0,074	2,75	0,82	1,44	0,08	2,46

Tabla A.9 Comportamiento de la clase -40 + 5 mm, en el mineral de alimentación fresca a los molinos, durante varios meses.

Valor	Mes				
	Junio	Julio	Octub	Noviembre	Diciembre
	Contenido de la clase -40 + 5 mm; %				
Promedio	21,9	25,1	20,0	23,1	16
Máximo	52,7	45,6	43,4	56,5	22,2
Mínimo	7,5	12,2	3,6	4,1	12,4
Desv estandar	10,1	9,7	11,0	11,2	3,1
N	90	93	90	90	72

Tabla A.10 Comportamiento de la clase - 0.074 mm, en el mineral de alimentación fresca a los molinos, durante varios meses.

Valor	Mes				
	Junio	Julio	Octub	Noviembre	Diciembre
	Contenido de la clase - 0.074 mm; %				
Promedio	10,6	8,0	10,9	11,2	17,7
Máximo	23,0	14,0	25,6	21,5	29,5
Desv estandar	5	4,3	6,2	6,0	5,6
N	90	93	90	90	72

Tabla A11 Composición granulométrica del mineral de alimentación fresca al molino.

Tamaño μm	Contenido de serpentina en el mineral, %								
	18	19	25	27	32	36	37	38	50
	M ₁ , en fracción								
2000/1000	0,456	0,408	0,339	0,376	0,515	0,383	0,309	0,497	0,403
1000/850	0,152	0,153	0,215	0,170	0,130	0,170	0,181	0,148	0,149
850/600	0,039	0,065	0,041	0,028	0,030	0,081	0,062	0,060	0,050
600/400	0,072	0,075	0,080	0,055	0,058	0,086	0,085	0,067	0,067
400/300	0,058	0,049	0,055	0,046	0,051	0,063	0,069	0,046	0,071
300/200	0,028	0,020	0,005	0,012	0,015	0,012	0,022	0,018	0,028
200/160	0,025	0,025	0,035	0,026	0,023	0,026	0,034	0,018	0,026
160/74	0,021	0,016	0,022	0,035	0,019	0,019	0,024	0,019	0,022
74/44	0,018	0,036	0,030	0,060	0,035	0,033	0,041	0,033	0,036
44/0	0,024	0,018	0,012	0,037	0,025	0,017	0,029	0,012	0,021

Tabla A12 Composición granulométrica del mineral de entrada al molino.

Tamaño μm	Régimen de operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	M ₂ , en fracción							
2000/1000	0,225	0,228	0,257	0,288	0,223	0,154	0,219	0,231
1000/850	0,111	0,094	0,102	0,096	0,193	0,147	0,123	0,130
850/600	0,045	0,040	0,037	0,060	0,042	0,037	0,052	0,045
600/400	0,073	0,064	0,078	0,091	0,070	0,092	0,074	0,064
400/300	0,106	0,086	0,075	0,049	0,071	0,074	0,079	0,082
300/200	0,023	0,030	0,023	0,054	0,018	0,023	0,020	0,024
200/160	0,055	0,053	0,044	0,053	0,043	0,053	0,057	0,051
160/74	0,050	0,048	0,045	0,086	0,039	0,051	0,044	0,044
74/44	0,103	0,095	0,114	0,039	0,085	0,106	0,095	0,102
44/0	0,029	0,026	0,041	0,127	0,045	0,041	0,038	0,028

Tabla A13 Composición granulométrica del mineral en la descarga del molino.

Tamaño μm	Régimen de operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	M ₃ , en fracción							
2000/1000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1000/850	0,005	0,007	0,009	0,009	0,008	0,007	0,011	0,006
850/600	0,027	0,037	0,032	0,029	0,035	0,035	0,024	0,030
600/400	0,034	0,060	0,042	0,054	0,049	0,059	0,051	0,047
400/300	0,023	0,029	0,009	0,015	0,013	0,013	0,011	0,013
300/200	0,049	0,060	0,051	0,052	0,061	0,064	0,050	0,057
200/160	0,040	0,051	0,044	0,055	0,048	0,037	0,046	0,047
160/74	0,135	0,158	0,147	0,155	0,143	0,135	0,154	0,177
74/44	0,075	0,071	0,091	0,076	0,096	0,045	0,075	0,094
44/0	0,027	0,029	0,047	0,049	0,083	0,050	0,037	0,025

Tabla A14 Composición granulométrica del mineral de retorno.

Tamaño μm	Régimen de operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	M ₃ , en fracción							
2000/1000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,020	0,000	0,000
1000/850	0,057	0,065	0,082	0,136	0,234	0,040	0,093	0,127
850/600	0,023	0,030	0,039	0,037	0,055	0,026	0,025	0,030
600/400	0,072	0,061	0,096	0,072	0,092	0,065	0,064	0,059
400/300	0,163	0,104	0,104	0,117	0,103	0,111	0,100	0,120
300/200	0,020	0,027	0,020	0,029	0,023	0,037	0,026	0,021
200/160	0,088	0,078	0,060	0,075	0,062	0,079	0,087	0,071
160/74	0,068	0,071	0,059	0,069	0,050	0,069	0,064	0,063
74/44	0,170	0,176	0,197	0,175	0,122	0,178	0,165	0,166
44/0	0,061	0,067	0,091	0,074	0,057	0,077	0,059	0,060

Tabla A15 Composición granulométrica del producto fino.

Tamaño μm	Régimen de operación							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	M_4 , en fracción							
200/160	0,049	0,069	0,114	0,054	0,068	0,060	0,064	0,135
160/74	0,028	0,136	0,057	0,138	0,160	0,127	0,140	0,139
74/44	0,178	0,229	0,253	0,102	0,204	0,142	0,125	0,240

Tabla A16. Resultados de las pruebas para incrementar la productividad del molino.

No.	Tiempo, h	Productividad, Q, t/h
1	3:10 PM	73,7
2	3:55 PM	77,0
3	4:45 PM	77,8
4	5:25 PM	80,3
5	6:00 PM	81,1
6	6:35 PM	83,0

Tabla A. 17 Comportamiento de la productividad, t/h, por molino en la sección de molienda.

Mes	Promedio	Máximo	Mínimo	Desv cuad	Mol efect	n
Febrero	64,0	76,0	53,0	3,1	3,5	84
Marzo	61,6	70,0	46,0	2,8	3,5	93
Junio	74,7	80,0	67,0	3,2	3,5	90
Julio	74,0	80,5	67,3	4,3	3,5	90
Octubre	72,5	76,3	68,3	2,8	3,6	90
Noviembre	72,0	77,3	67,5	2,6	3,4	90
Diciembre	72,0	77,4	67,6	2,6	3,4	81

Tabla A18. Resultados de la estimación de S1.

Contenido serp, %	S1 obs	S1 cal	Error, %
100	0,0859	0,1252	-3,93
85	0,1789	0,1577	2,12
50	0,2189	0,1828	3,61
35	0,2756	0,2641	1,15
25	0,3511	0,4031	-5,2
10	0,6084	0,5868	2,16

Tabla A19. Resultados de la estimación de S10.

Contenido serp, %	S1 obs	S1 cal	Error, %
100	0,0212	0,0214	-0,02
85	0,0354	0,0377	-0,23
50	0,0407	0,0503	-0,96
35	0,0745	0,0910	-1,65
25	0,1163	0,1607	-4,44
10	0,2368	0,2528	-1,6

Tabla. A20 Resultados de la prueba F para las clases +0.160 y - 0.044 mm

	+ 0.160		- 0.044	
	<i>obs</i>	<i>cal</i>	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	40,160	37,680	42,000	42,000
Varianza	639,828	601,812	602,500	538,500
Observaciones	5	5	5	5
Grados de libertad	4	4	4	4
F	1,063		1,119	
P(F<=f) una cola	0,477		0,458	
Valor crítico para F (una cola)	6,388		6,388	

Tabla A21 Resultados de la prueba t para las clases +0.160 y -0.044 mm.

	+0.160		-0.044	
	<i>cal</i>	<i>obs</i>	<i>cal</i>	<i>obs</i>
Media	40,160	37,680	42,000	42,000
Varianza	639,828	601,812	602,500	538,500
Observaciones	5	5	5	5
Varianza agrupada	620,820		570,500	
Diferencia hipotética de las med	0		0	
Grados de libertad	8		8	
Estadístico t	0,157		0	
P(T<=t) una cola	0,439		0,500	
Valor crítico de t (una cola)	1,860		1,860	
P(T<=t) dos colas	0,879		1,000	
Valor crítico de t (dos colas)	2,306		2,306	

Tabla A22 Resultados de la estimación de $B_{2,1}$.

Contenido serp. %	$B_{2,1}$ obs	$B_{2,1}$ cal	Error. %
0	0,4710	0,4400	3.1
25	0,3765	0,3575	1.9
50	0,2754	0,2750	0.04
75	0,2012	0,1925	0.87
100	0,1006	0,1100	-0.94

Tabla A23. Elementos de la matriz del molino en el circuito abierto.

Tamaño, mm	Contenido de serpentina , %									
	100		75		50		35		25	
	$\theta_{l,i}$	$\theta_{l,j}$	$\theta_{l,i}$	$\theta_{l,j}$	$\theta_{l,i}$	$\theta_{l,j}$	$\theta_{l,i}$	$\theta_{l,j}$	$\theta_{l,i}$	$\theta_{l,j}$
2	0.424		0.112		0.064		0.105		0.03	
1	0.597	0.173	0.305	0.193	0.18	0.116	0.186	0.081	0.095	0.065
0.85	0.633	0.036	0.357	0.052	0.216	0.036	0.204	0.018	0.118	0.023
0.6	0.701	0.068	0.469	0.112	0.299	0.083	0.252	0.048	0.174	0.056
0.4	0.768	0.067	0.589	0.12	0.401	0.102	0.332	0.08	0.251	0.077
0.3	0.808	0.04	0.663	0.074	0.472	0.071	0.381	0.049	0.31	0.059
0.2	0.853	0.045	0.75	0.087	0.566	0.094	0.474	0.093	0.396	0.086
0.15	0.909	0.056	0.855	0.105	0.702	0.136	0.525	0.051	0.538	0.142
0.074	0.926	0.017	0.887	0.032	0.75	0.048	0.622	0.097	0.594	0.056
0.044	1.000	0.074	1.000	0.050	1.000	0.087	1.000	0.510	1.000	0.093

Tabla A24 Elementos de la matriz del molino en el circuito cerrado industrial.

Tamaño, mm	Contenido de serpentina , %							
	27		25		19		18	
	$\theta_{1,i}$	$\theta_{1,j}$	$\theta_{1,i}$	$\theta_{1,j}$	$\theta_{1,i}$	$\theta_{1,j}$	$\theta_{1,i}$	$\theta_{1,j}$
2.0	0.002		0.002		0.007		0.002	
1.0	0.007	0.005	0.007	0.005	0.017	0.010	0.007	0.004
0.85	0.009	0.002	0.009	0.002	0.020	0.003	0.009	0.002
0.6	0.014	0.006	0.014	0.006	0.030	0.009	0.013	0.005
0.4	0.024	0.009	0.024	0.009	0.044	0.014	0.020	0.007
0.3	0.036	0.012	0.033	0.009	0.069	0.025	0.027	0.007
0.2	0.080	0.044	0.062	0.029	0.130	0.060	0.050	0.023
0.15	0.202	0.122	0.173	0.111	0.270	0.141	0.141	0.091
0.074	0.275	0.073	0.243	0.070	0.345	0.075	0.203	0.062
0.044	1.000	0.146	1.000	0.071	1.000	0.074	1.000	0.064

$$\begin{bmatrix} M_1(t) \\ M_2(t) \\ M_3(t) \\ M_4(t) \\ M_5(t) \\ M_6(t) \\ M_7(t) \\ M_8(t) \\ M_9(t) \\ M_{10}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.030 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.065 & 0.095 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.023 & 0.023 & 0.118 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.174 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.077 & 0.077 & 0.077 & 0.077 & 0.251 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.059 & 0.059 & 0.059 & 0.059 & 0.059 & 0.310 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.086 & 0.086 & 0.086 & 0.086 & 0.086 & 0.086 & 0.396 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.142 & 0.142 & 0.142 & 0.142 & 0.142 & 0.142 & 0.142 & 0.538 & 0.000 & 0.000 \\ 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.056 & 0.594 & 0.000 \\ 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 0.093 & 1.000 \end{bmatrix} \Gamma \begin{bmatrix} 0.112 \\ 0.043 \\ 0.008 \\ 0.018 \\ 0.039 \\ 0.031 \\ 0.033 \\ 0.045 \\ 0.113 \\ 0.060 \end{bmatrix} \quad \text{.....(4.1)}$$

Tabla A25. Resultados de la simulación del circuito abierto

Tamaño, mm	Tiempo t = 5 min			Tiempo t = 10 min		
	Pasante acumul obs, %	Pasante acumul cal %	Error %	Pasante acumul obs, %	Pasante acumul cal %	Error %
2.0	84,0	82.7	1.3	98,1	97.0	1.1
1.0	71,0	68.7	2.3	97,1	95.9	1.2
0.85	67,8	65.3	2.5	97,1	95.4	1.7
0.60	61,3	57.9	3.4	96.6	94.2	2.4
0.40	53,3	49.5	3.8	95,1	91.8	3.3
0.30	48,0	43.9	4.1	92.8	89.6	3.2
0.20	41,2	36.6	4.6	89.0	86.1	2.9
0.16	31,0	26.2	4.8	84.3	79.6	4.6
0.074	27,4	22.5	4.9	74.3	71.1	3.2
0.044	24,2	19.2	5.0	67.3	61.0	6.3

Tabla A26-Resultados obtenidos para la clase + 0.160 mm. durante la modelación del circuito cerrado.

Régimen de operación	$\gamma^{+0.160}$ obs. %	$\gamma^{+0.160}$ cal. %	Error, %
1	21,0	20,0	1,0
2	15,0	10,0	5,0
3	17,0	11,5	5,5
4	7,0	13,0	-6,0
5	13,0	12,4	0,6
6	19,0	15,0	4,0
7	21,0	20,0	1,0

Tabla A27 Resultados obtenidos para la clase -0.074 mm. durante la modelación del circuito cerrado.

Régimen de operación	$\gamma^{-0.074}$ obs, %	$\gamma^{-0.074}$ cal, %	Error, %
1	72,0	71,0	1,0
2	79,0	83,0	-4,0
3	81,0	80,5	0,5
4	79,0	80,0	-1,0
5	79,0	80,0	-1,0
6	68,0	69,0	-1,0
7	73,0	79,0	-6,0

Tabla A28 Resultados obtenidos para la clase -0.044 mm. durante la modelación del circuito cerrado.

Régimen de operación	$\gamma^{-0.044}$ obs, %	$\gamma^{-0.044}$ cal, %	Error, %
1	58,0	57,0	1,0
2	60,0	62,0	-2,0
3	67,0	68,0	-1,0
4	60,0	65,0	-5,0
5	67,0	69,0	-2,0
6	60,0	60,0	0,0
7	60,0	60,0	0,0

ANEXO III. PROGRAMAS

```
%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%
```

```
% Calculo de la distribución granulométrica del mineral
```

```
% en productos molidos para un circuito abierto
```

```
% Programa Principal
```

```
% Autores:
```

```
% 1. Reynaldo Laborde Brown
```

```
% 2. Orly's Ernesto Torres Breffe
```

```
%
```

```
% Fecha: Domingo 25 de Dic. 2005
```

```
% Los datos iniciales del programa son
```

```
% Q1, Tr, Xi, Ma0, Ma1, Ma2, Ma3 --> estos son salvados en un fichero data
```

```
% Q2, Tr2 --> estos son datos de simulaciónn
```

```
%
```

```
% >> load data1
```

```
% >> Tr2=19; Q2=800;
```

```
% >> circuito_abierto
```

```
%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%
```

```
% Cálculo de las funciones de la fragmentación
```

```
[Sj,Bj,Ma0f,Cs]=Fragmentación (Q1,Xi,Tr,Ma0,Ma1,Ma2,Ma3);
```

```
% Cálculo de las clases de salida
```

```
[Mm,Mm160,Mm74,v]=Clases(Sj,Bj,Tr2,Q1,Q2,Ma0f,Xi);
```

```
% Muestreo de los resultados
```

```
[Xi/1000, Mm]
```

```
v
```

```
Mm160
```

```
Mm74
```

```
%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%
```

```
% Cálculo de la distribución granulométrica del mineral
```

```
% en productos molidos para un circuito cerrado
```

```
% Programa Principal
```

```
% Autores:
```

```
% 1. Reynaldo Laborde Brown
```

```
% 2. Orly's Ernesto Torres Breffe
```

```
%
```

```
% Fecha: Domingo 25 de Dic. 2005
```

```
% Los datos iniciales del programa son
```

```
% Q1, Tr, Xi, Ma0, Ma1, Ma2, Ma3 --> estos son salvados en un fichero data
```

```
% Qa, Q2, Qax, Xia, M2, C, Si --> estos son datos de simulación
```

```
%
```

```

% >> load data2
% >> Q2=Qa;
% >> circuito_cerrado
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Cálculo de la fragmentación
[Sj,Bj,Ma0f,Cs]=Fragmentación(Q1,Xi,Tr,Ma0,Ma1,Ma2,Ma3);

% Coeficientes de escalado
Z1 = 1.65;
Z2 = 0.66;
Z3 = 2.3;
Z4=exp(-1.2*(0.009*(Qa/90)-0.7));
Z5 = 1.58;

% Cálculo de la razón de fragmentación industrial Sj_ind= f(Sj)
Sj_ind=Sj*Z1*Z2*Z3*Z4*Z5;

% Cálculo del tiempo de retención
Tr2=600/((1+C)*Qa);

% Cálculo de las clases de salida
[Mm,Mm160,Mm74,v,X]=Clases(Sj_ind,Bj,Tr2,Qa,Q2,Ma0f,Xi);

% Modelo básico
P=(1+C)*(1-Si).*(X^v*M2)

% Cálculo de las clases de salida
[Xi/1000 Mm]
Mm160=0;
for i=1:8
    Mm160=Mm160+Mm(i);
end
Mm160
Mm74=1-Mm160+Mm(9)
Mm44=1-Mm160+Mm(9)+Mm(10)

% Recálculo de la composición sustancial
Qaxf=Qax/Qa;
Qa7acu=0;
for i=1:7
    Qa7acu=Qa7acu+Qaxf(i);
end
Serp1=Qa7acu*Qa;
Serp2=Cs*(Qa-Serp1)/100;

```

```

Serp=Serp1+Serp2;
Cs=(Serp/Qa)*100;

% Cálculo del índice operacional
W = 0.198*Cs+0.017
Q2 = 650/W

% Consumo específico de la unidad de molienda
Wu=774*Qa^-0.95

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Cálculo de las clases de salida del modelo
% Función auxiliar del programa Circuito Abierto y Cerrado
%
% Autores:
% 1. Reynaldo Laborde Brown
% 2. Orlys Ernesto Torres Breffe
%
% Fecha: Domingo 25 de Dic. 2005
%
% >> [Mm,Mm160,Mm74,v]=Clases(Sj,Bj,Tr2,Q1,Q2,Matf,Xi)
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [Mm,Mm160,Mm74,v,X]=Clases(Sj,Bj,Tr2,Q1,Q2,Matf,Xi)

% Elementos de la matrix del molino
Fi_diag=exp(-Sj.*Bj.*Tr2);
for i=2:length(Fi_diag)
    Fi(1,i)=Fi_diag(1,i)-Fi_diag(1,i-1);
end

for i=1:length(Fi)
    for j=1:length(Fi)
        if i==j
            X(i,j)=Fi_diag(i);
        else
            if j<i
                X(i,j)=Fi(i);
            else
                X(i,j)=0;
            end
        end
    end
end
end
end

```

```
X(length(Fi),length(Fi))=1;
```

```
v=Q1/Q2;
```

```
% Matrix del molino
```

```
Mm=X.^v*Ma0f^v;
```

```
% Cálculo de la clases de salida
```

```
Mm160=0;
```

```
for i=1:8
```

```
    Mm160=Mm160+Mm(i);
```

```
end
```

```
Mm74=1-Mm160+Mm(9);
```

```
%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%
```

```
%
```

```
%
```

```
%
```

```
%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%
```

```
function [Sj,Bj,Ma0f]=Fragmentación(Q1,Xi,Tr,Ma0,Ma1,Ma2,Ma3)
```

```
% Forma fraccionaria de los datos
```

```
    Ma0f=Ma0/Q1;
```

```
    Ma1f=Ma1/Q1;
```

```
    Ma2f=Ma2/Q1;
```

```
    Ma3f=Ma3/Q1;
```

```
Ma0s=Ma0f;
```

```
Ma1s=Ma1f;
```

```
Ma2s=Ma2f;
```

```
Ma3s=Ma3f;
```

```
% Forma Sumaria por más
```

```
for i=2:length(Ma0)
```

```
    Ma0s(1,i)=Ma0s(1,i)+Ma0s(1,i-1);
```

```
    Ma1s(1,i)=Ma1s(1,i)+Ma1s(1,i-1);
```

```
    Ma2s(1,i)=Ma2s(1,i)+Ma2s(1,i-1);
```

```
    Ma3s(1,i)=Ma3s(1,i)+Ma3s(1,i-1);
```

```
end
```

```
% Logaritmos
```

```
    Ma0s=log(Ma0s);
```

```
    Ma1s=log(Ma1s);
```

```
    Ma2s=log(Ma2s);
```

```
    Ma3s=log(Ma3s);
```

```

% Diferencia de logaritmos
for i=1:length(Ma0s)
    Ma1s(1,i)=Ma1s(1,i)-Ma0s(1,i);
    Ma2s(1,i)=Ma2s(1,i)-Ma0s(1,i);
    Ma3s(1,i)=Ma3s(1,i)-Ma0s(1,i);
    Ma0s(1,i)=Ma0s(1,i)-Ma0s(1,i);
end

% Conformación matricial
M=[Ma0s;Ma1s;Ma2s;Ma3s];

% Extracción del valor de K
for i=1:length(Ma0)-1;
    Paj=polyfit(Tr',M(:,i),1);
    K(1,i)=Paj(1);
end

% Extracción n y Cm
Paj=polyfit(log(Xi(1,1:9)),log(-K),1);
n=Paj(1);
Cm=exp(Paj(2));

% Cálculo del contenido de serpentina en %
Cs=1.9595*Cm^(-0.7649);

% Parámetros de la razón específica de la fragmentación
Sj=[-0.0288*log(Xi)+0.0238]*log(Cs)+ 0.1774*Xi.^0.2345;
Bj=[1e-6*Xi-0.0035]*Cs+ 0.1683*Xi.^0.2346;

end % Fin de la función

```